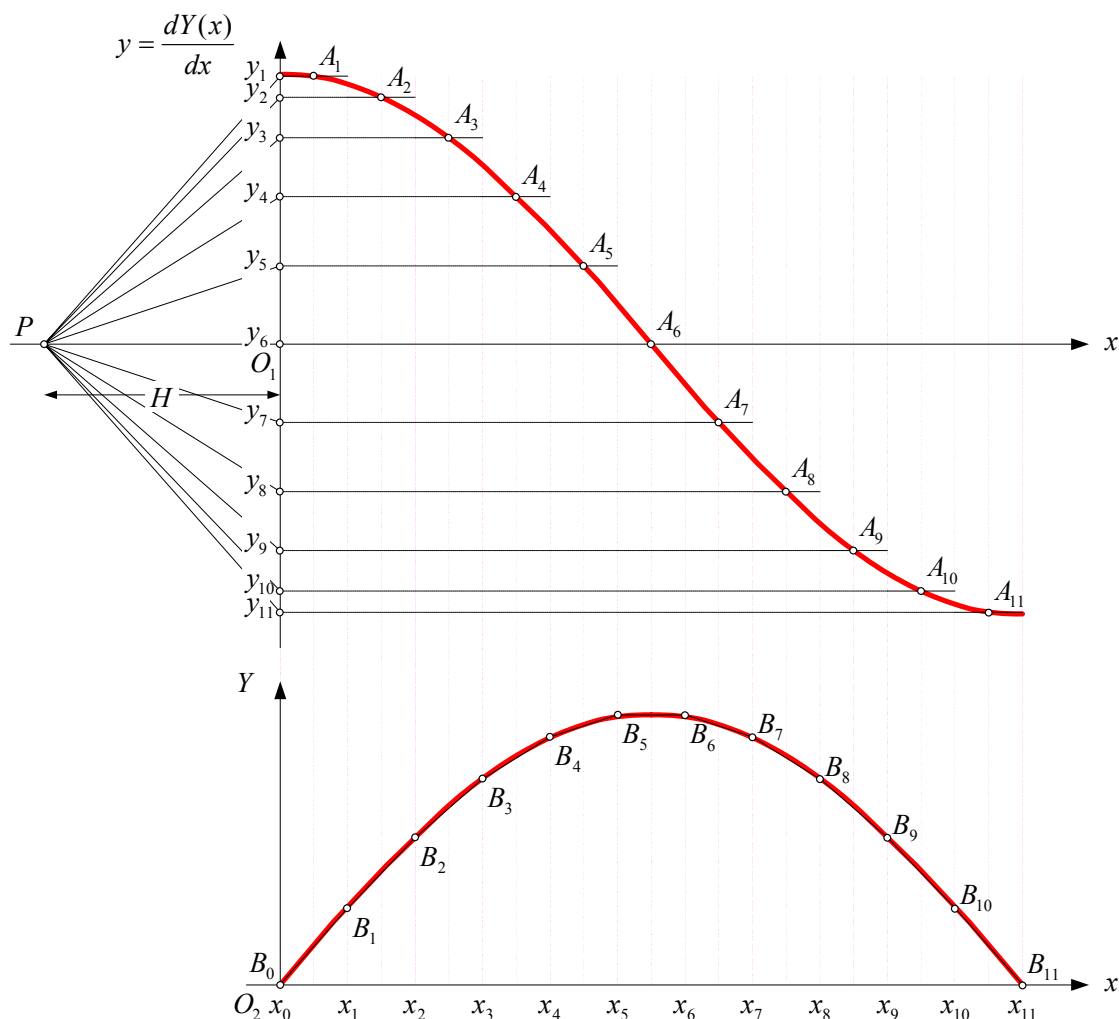


TÍCH PHÂN – VI PHÂN ĐỒ THỊ

1. Tích phân đồ thị

Bài toán: cho đồ thị $y(x) = \frac{dY(x)}{dx}$, tìm đồ thị $Y(x) = \int y(x)dx$.



Các bước tiến hành

- Chia trục hoành x của đồ thị (xO_1y và xO_2Y) bằng các điểm x_i sao cho trong mỗi đoạn

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}, \text{ giá trị của hàm } y(x) = \frac{dY(x)}{dx} \text{ được xem như là không đổi } y_i.$$

- Chọn cực tích phân P với $O_1P = H$ lớn tùy ý.

- Trên đồ thị xO_2Y , vẽ các đường $B_{i-1}B_i \parallel Py_i$.

- Đường cong trơn đi qua các điểm B_i là đồ thị $Y(x) = \int y(x)dx$ cần tìm.

Xác định tỉ lệ xích các trục của đồ thị

Trên đồ thị xO_1y ta có

$$\begin{aligned}
Y(x_i) &= x_i B_i \\
&= \Delta x_i \tan O_1 P y_1 + \Delta x_i \tan O_1 P y_2 + \dots + \Delta x_i \tan O_1 P y_i \\
&= \sum_{k=1}^i \Delta x_k \tan O_1 P y_k \\
&= \sum_{k=1}^i \Delta x_k \frac{O_1 y_k}{H} \\
&= \frac{1}{H} \sum_{k=1}^i \Delta x_k O_1 y_k
\end{aligned}$$

Giả sử x, y, Y là các giá trị biểu diễn trên đồ thị của các giá trị thật φ, V, S , ta có các quan hệ

$$\Delta x = \frac{\Delta \varphi}{\mu_\varphi}, \quad O_1 y_i = y(x_i) = \frac{V(\varphi_i)}{\mu_V}$$

Do đó

$$\begin{aligned}
Y(x_i) &= \frac{1}{H} \sum_{k=1}^i \Delta x_k O_1 y_k \\
&= \frac{1}{H \mu_\varphi} \sum_{k=1}^i \Delta \varphi_k \frac{V(\varphi_k)}{\mu_V} \\
&= \frac{1}{H \mu_\varphi \mu_V} \sum_{k=1}^i \Delta \varphi_k V(\varphi_k) \\
&= \frac{1}{H \mu_\varphi \mu_V} \sum_{k=1}^i \Delta \varphi_k V(\varphi_k) \\
&= \frac{1}{H \mu_\varphi \mu_V} \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} V(\varphi) d\varphi \\
&= \frac{1}{H \mu_\varphi \mu_V} S(\varphi_i)
\end{aligned}$$

Mặt khác,

$$Y(x_i) = \frac{S(\varphi_i)}{\mu_S}$$

Suy ra

$$\mu_S = H \mu_\varphi \mu_V$$

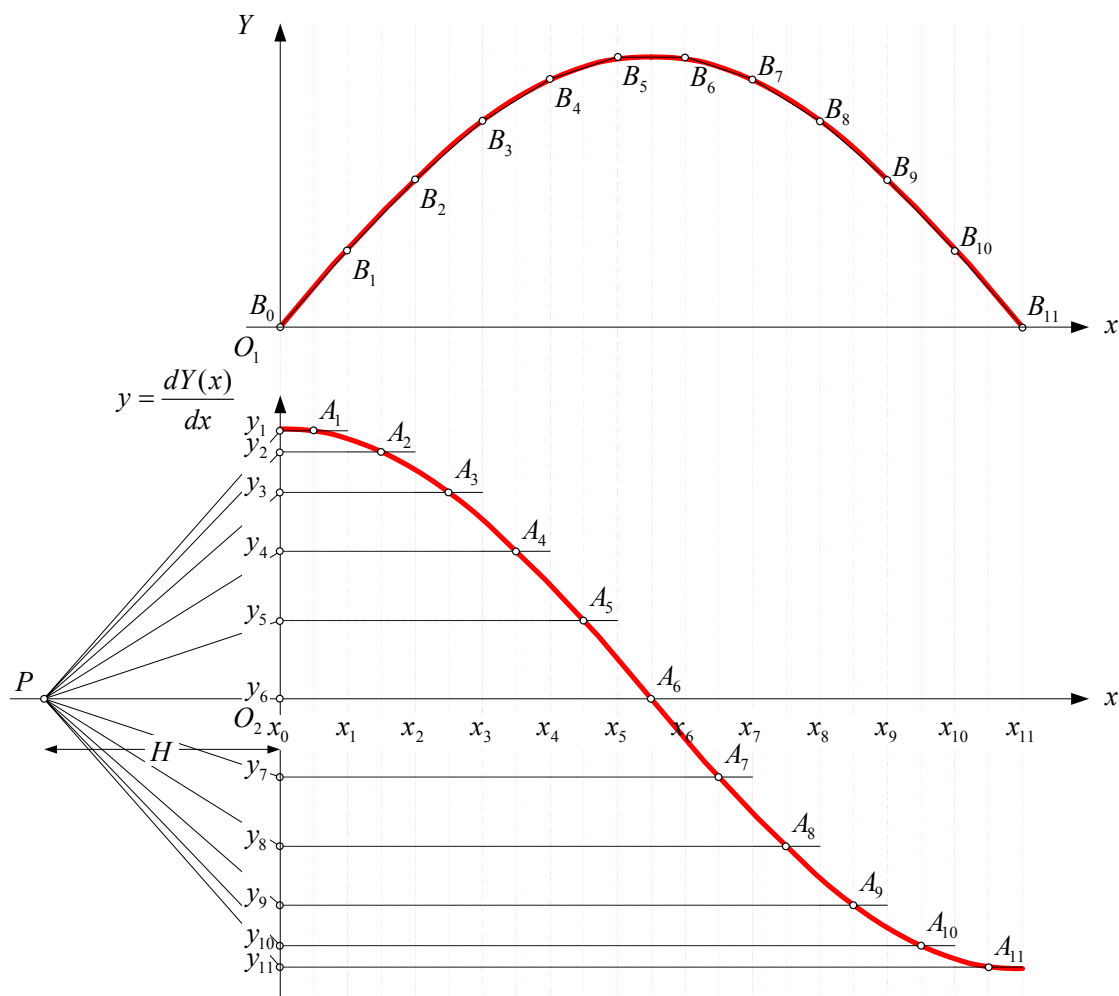
2. Vi phân đồ thị

Bài toán: cho đồ thị $Y(x) = \int y(x) dx$, tìm đồ thị $y(x) = \frac{dY(x)}{dx}$.

Bài toán hoàn toàn tương tự như đối với bài toán tích phân đồ thị đã trình bày với các bước tiến hành như sau

- Chia trục hoành x của đồ thị (xO_1Y và xO_2y) bằng các điểm x_i sao cho trong mỗi đoạn $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, giá trị của hàm $Y(x)$ được xem gần đúng với đoạn thẳng $B_{i-1}B_i$.
- Chọn cực vi phân P với $O_2P = H$ lớn tùy ý.

- Trên đồ thị xO_2y , vẽ các đường $Py_i // B_{i-1}B_i$.
- Trong đoạn $x_{i-1}x_i$, giá trị của hàm $y(x)$ được xem gần đúng bằng y_i .
- Đường cong trơn đi qua các điểm $A_i\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}, y_i\right)$ là đồ thị $y(x) = \frac{dY(x)}{dx}$ cần tìm.
- Bằng lý luận tương tự ta vẫn có quan hệ tỉ lệ xích giữa các trục đồ thị như trên $\mu_v = \frac{\mu_s}{H\mu_\phi}$



Chú ý trong quá trình thực hiện tích phân / vi phân đồ thị

- Các đoạn chia Δx_i phụ thuộc vào đường cong biểu diễn, được chia càng nhỏ càng tốt để tăng độ chính xác.
- Chọn cực tích phân / vi phân H sao cho độ lớn của đường cong sau khi tích phân / vi phân đủ lớn và rõ.
- Chú ý các điểm cực trị, ví dụ $Y(y_{\max/\min}) = 0$, $y(Y_{\max/\min}) = 0$