

Chương 2 Cơ sở tính toán theo độ bền và độ cứng

1. Khái niệm:

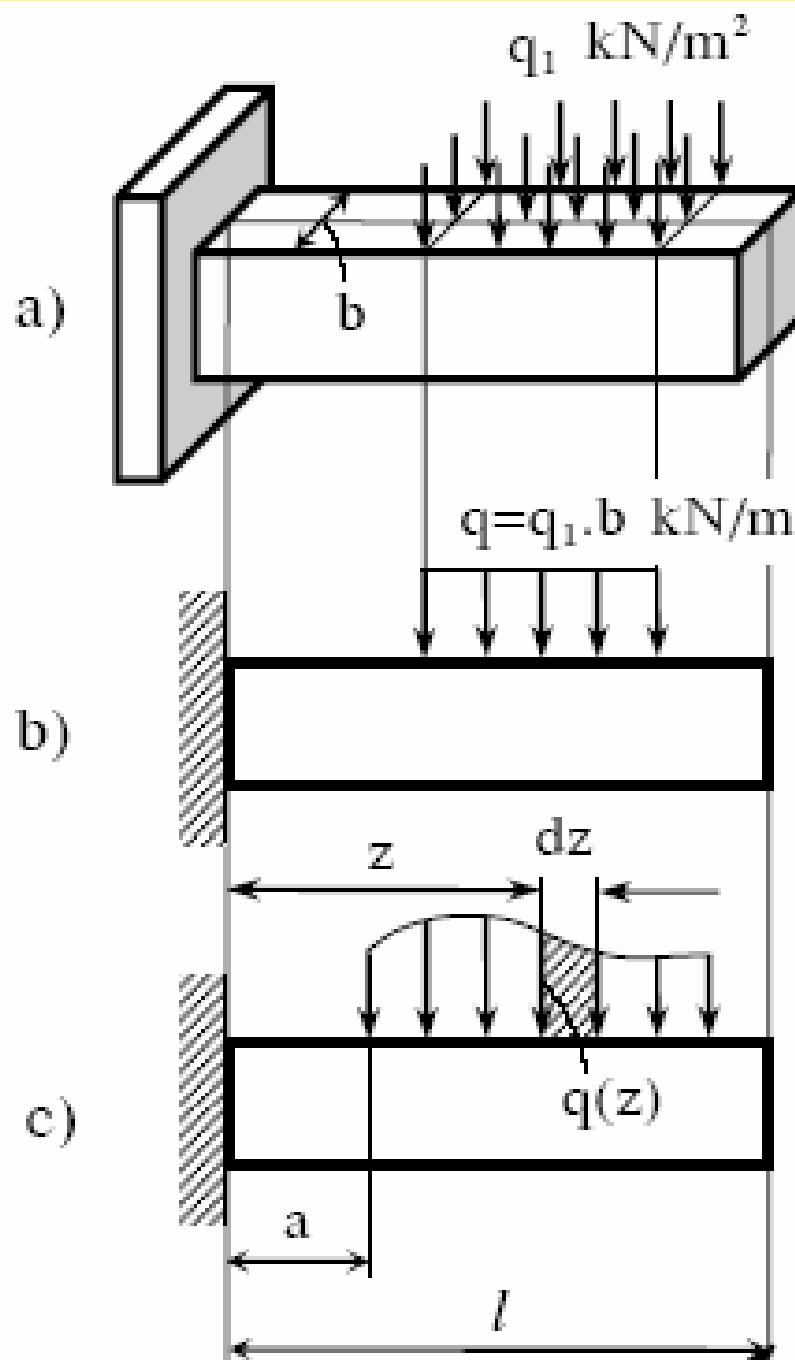
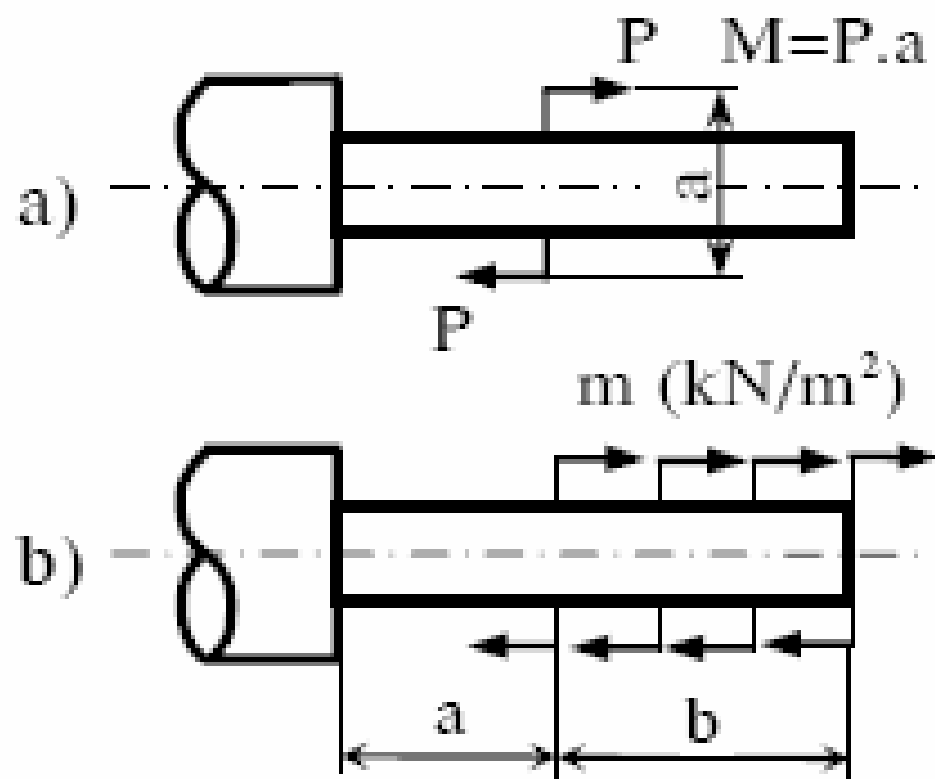
Vật rắn biến dạng: dưới tác dụng của ngoại lực, mọi vật rắn đều bị thay đổi hình dáng và kích thước.

Biến dạng đàn hồi: khi chịu ngoại lực thì vật rắn bị biến dạng. Khi không còn ngoại lực tác động thì vật rắn phục hồi hình dáng ban đầu.

Ngoại lực: là lực bên ngoài tác động lên vật rắn, bao gồm lực kỹ thuật, trọng lượng, lực ma sát, phản lực (tại các liên kết), lực quán tính

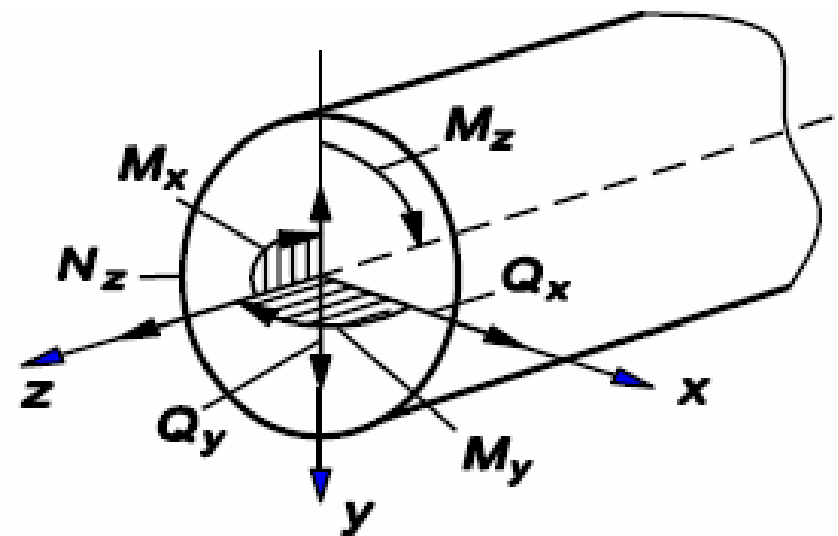
Tải trọng: bao gồm lực (tập trung/phân bố) và mômen (tập trung/phân bố).

Nội lực: là lực xuất hiện bên trong vật rắn khi bị biến dạng – khi khoảng cách giữa các phân tử vật chất bị thay đổi do biến dạng thì sẽ phát sinh nội lực để chống lại sự biến dạng.



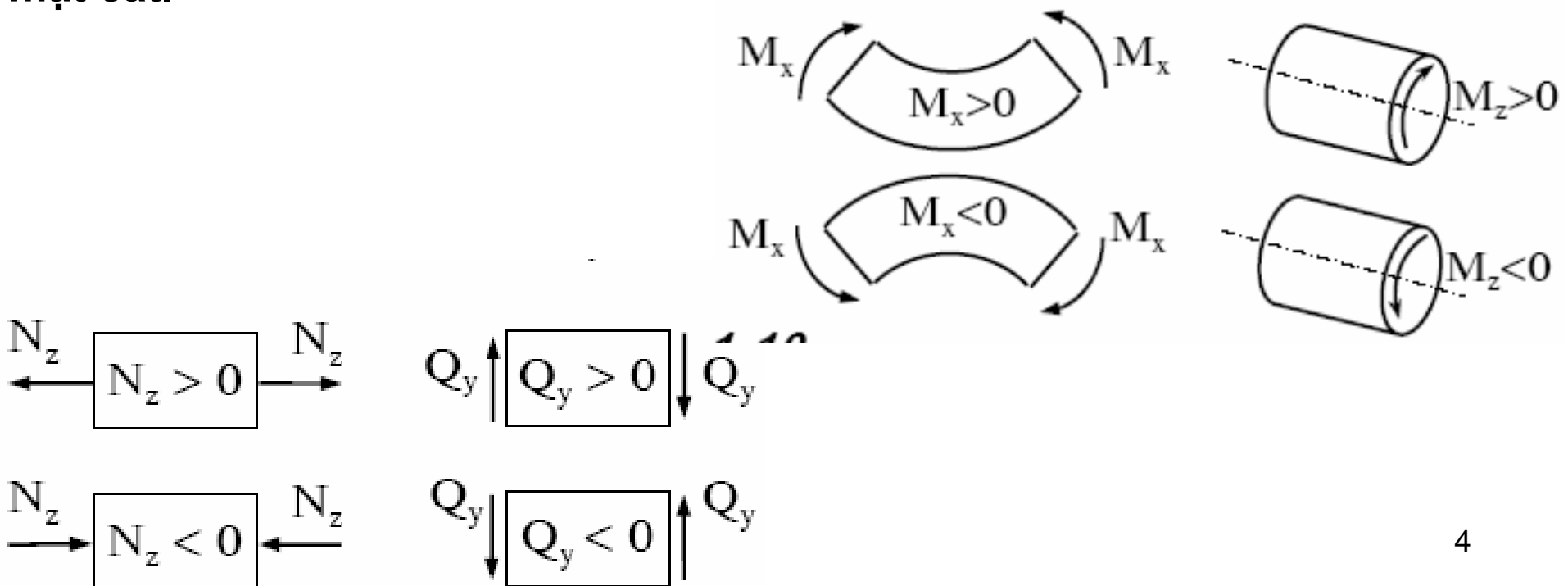
Nội lực được phân chia thành 6 thành phần:

- Lực dọc N_z (là lực có phương trùng với trục Z).
- Lực cắt Q_x (là lực có phương trùng với trục X).
- Lực dọc Q_y (là lực có phương trùng với trục Y).
- Mô men uốn M_x (là mô men có phương của vectơ mô men trùng với trục X).
- Mô men uốn M_y (là mô men có phương của vectơ mô men trùng với trục Y).
- Mô men xoắn M_z (là mô men có phương của vectơ mô men trùng với trục Z).
- Thường chọn trục Z trùng với trục của thanh.

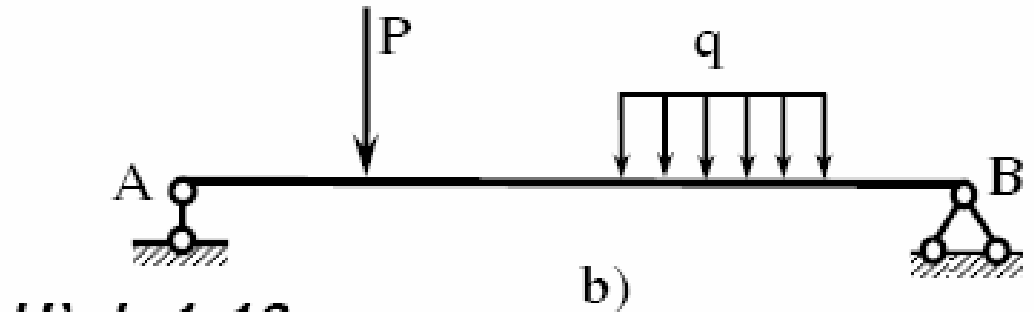
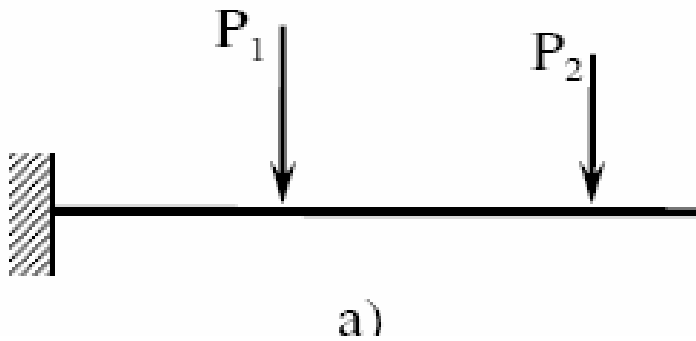


Qui ước dấu của nội lực:

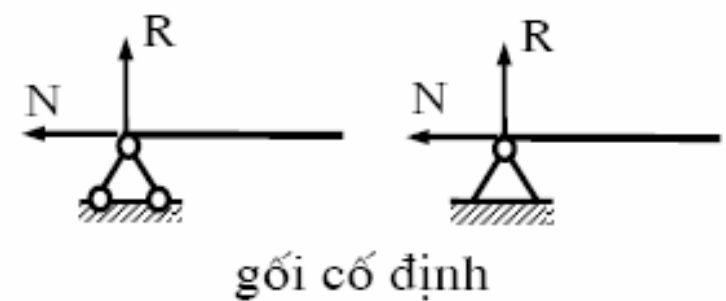
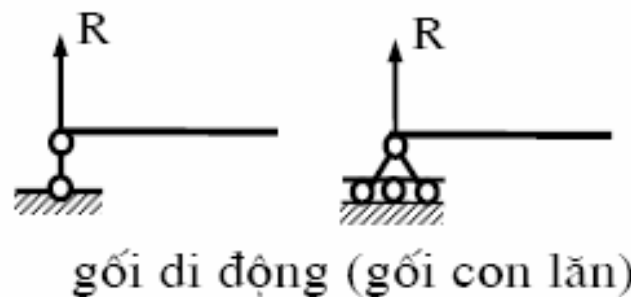
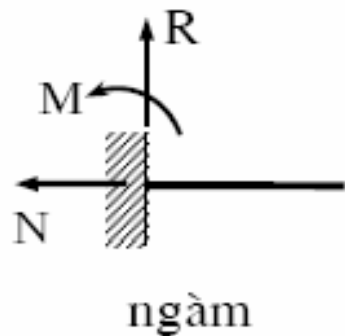
- Lực dọc N_z dương khi hướng ra khỏi mặt cắt.
- Lực cắt Q_x, Q_y dương khi quay N_z dương 1 góc 90° theo chiều kim đồng hồ thì có chiều trùng nhau.
- Mô men uốn M_x, M_y dương khi làm căng thớ dưới.
- Mô men xoắn M_z dương khi quay theo chiều kim đồng hồ khi nhìn vào mặt cắt.



Sơ đồ hóa kết cấu vật rắn dạng dầm phẳng (chương trình chỉ học dầm phẳng, không học dầm cong, khung, tấm vỏ hay dạng khối)



Sơ đồ hóa 3 loại liên kết chính



2. Điều kiện cân bằng của hệ lực

- **Tất cả ngoại lực (bao gồm cả lực và mô men) tác động lên vật rắn tạo thành một hệ lực.**
- **Nếu vật đứng yên (hoặc chuyển động đều) thì hệ lực cân bằng.**
- **Khi hệ lực cân bằng thì:**
 - **tổng hình chiếu tất cả các vectơ lực của hệ lên 1 phương bất kỳ triệt tiêu.**
 - **tổng hình chiếu tất cả các vectơ mô men của hệ lên 1 phương bất kỳ triệt tiêu.**
- **Nếu vật di chuyển không đều (có gia tốc) thì áp dụng nguyên lý D'Alembert**

Nếu ngoài những lực tác dụng lên một cơ hệ chuyển động, ta thêm vào đó những lực quán tính và xem chúng như những ngoại lực thì cơ hệ được xem là ở trạng thái cân bằng, khi đó có thể dùng phương pháp tĩnh học để phân tích lực cơ hệ này

Phương trình cân bằng của hệ lực:

Thông thường, ta lập 3 phương trình tổng hình chiếu của các vectơ lực trong hệ lực trên 3 trục tọa độ XYZ và 3 phương trình tổng hình chiếu của các vectơ mômen của hệ lực trên 3 trục tọa độ XYZ .

Phương trình cân bằng lực theo phương X

Với F_{Xi} là hình chiếu của vectơ lực thứ i lên phương X.

$$\sum_{i=1}^n F_{Xi} = 0$$

Phương trình cân bằng lực theo phương Y

Với F_{Yi} là hình chiếu của vectơ lực thứ i lên phương Y.

$$\sum_{i=1}^n F_{Yi} = 0$$

Phương trình cân bằng lực theo phương Z

Với F_{Zi} là hình chiếu của vectơ lực thứ i lên phương Z.

$$\sum_{i=1}^n F_{Zi} = 0$$

Phương trình cân bằng mô men theo trục X

**Với m_{Xi} là hình chiếu của vectơ mô men thứ i
lên trục X**

$$\sum_{i=1}^n m_{Xi} = 0$$

Phương trình cân bằng mô men theo trục Y

**Với m_{Yi} là hình chiếu của vectơ mô men thứ i
lên trục Y**

$$\sum_{i=1}^n m_{Yi} = 0$$

Phương trình cân bằng mô men theo trục Z

**Với m_{Zi} là hình chiếu của vectơ mô men thứ i
lên trục Z**

$$\sum_{i=1}^n m_{Zi} = 0$$

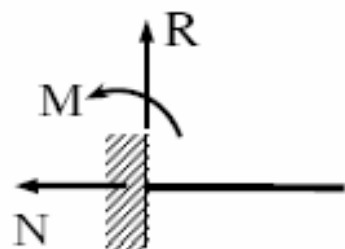
3. Vẽ biểu đồ nội lực

Biểu đồ nội lực biểu thị sự biến thiên của nội lực dọc theo trục thanh.

Trình tự vẽ biểu đồ nội lực:

- **Giải phóng liên kết, đặt các phản lực liên kết tại các liên kết vừa bỏ đi.**
- **Dùng các phương trình cân bằng lực và mô men để tìm giá trị các phản lực liên kết. Lưu ý chỉ cần chọn số phương trình bằng số ẩn cần tìm.**
- **Dùng phương pháp mặt cắt để xác định nội lực trên từng đoạn dầm.**
- **Dựa vào qui luật phân bố nội lực trong từng đoạn dầm để vẽ biểu đồ nội lực cho toàn bộ dầm.**
- **Kiểm tra lại biểu đồ nội lực.**

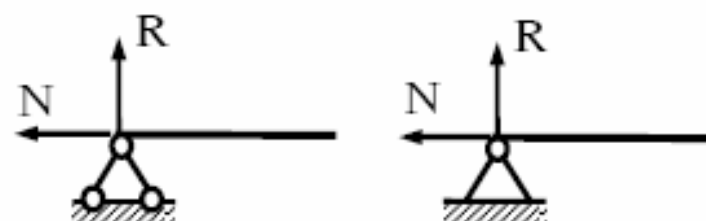
Giải phóng liên kết



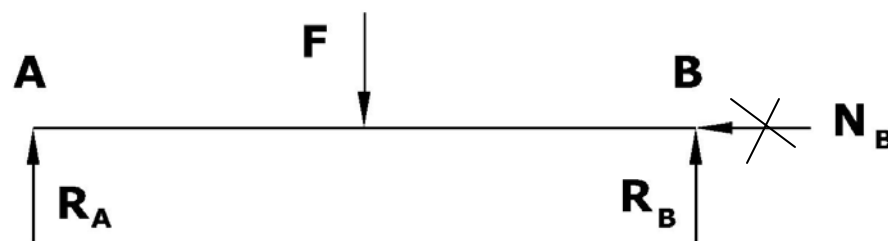
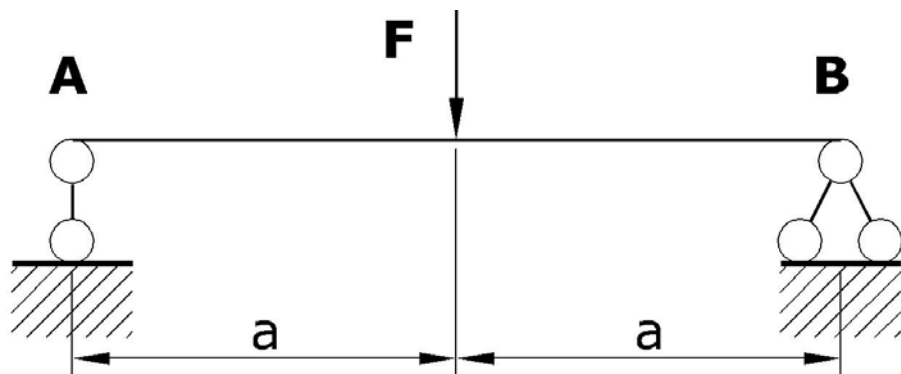
ngàm



gối di động (gối con lăn)



gối cố định



Phương trình cân bằng mômen trong mặt phẳng đứng tại A

$$\sum M_X^A = -F.a + R_B.2a = 0$$

Phản lực liên kết trong mặt phẳng đứng tại B

$$\Rightarrow R_B = \frac{F}{2}$$

Phương trình cân bằng lực theo phương đứng

$$\downarrow \sum F_Y = F - R_B - R_A = 0$$

Phản lực liên kết trong mặt phẳng đứng tại A

$$\Rightarrow R_A = \frac{F}{2}$$

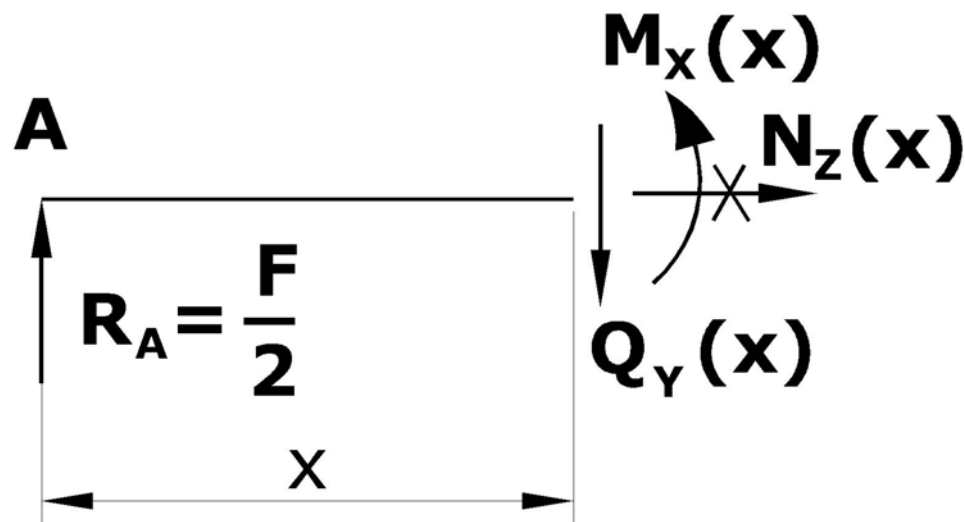
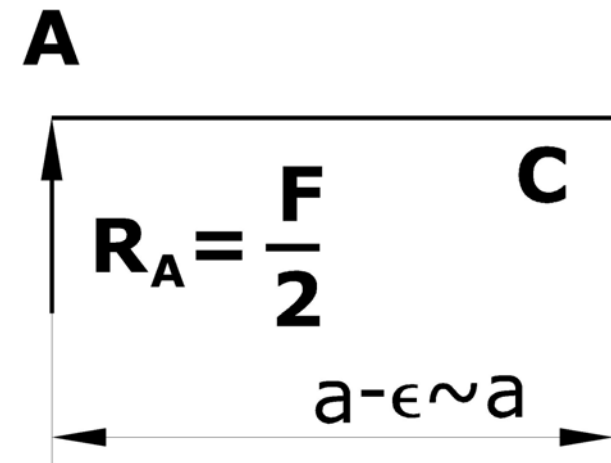
Phương pháp mặt cắt

Chia dầm ra nhiều đoạn, trên từng đoạn chỉ có các giá trị lực hay mômen ở 2 đầu

Ví dụ dầm đã cho được chia thành 2 đoạn AC và CB

Xét đoạn AC với chiều dài $a - \varepsilon \approx a$

Dùng 1 mặt cắt tại vị trí x (với $0 < x < a$) để cắt đoạn AC thành 2 phần và bỏ đi 1 phần bên phải. Tại mặt cắt đó đặt vào 3 thành phần nội lực M_x , Q_y , N_z (vì trong mặt phẳng chỉ có 3 thành phần nội lực).



Phương trình cân bằng mômen trong mặt phẳng đứng tại mặt cắt C

$$\sum M_X = -R_A \cdot x + M_X(x) = 0$$

Mômen nội lực trong mặt phẳng đứng tại mặt cắt C

$$\Rightarrow M_X(x) = R_A \cdot x = \frac{F \cdot x}{2}$$

Nhận xét:

- Mômen nội lực M_x là hàm bậc 1 theo x trong đoạn AC
- Giá trị tại các biên : tại A ($x=0$) $\rightarrow M_x(0)=0$; tại C ($x=a$) $\rightarrow M_x(a)=F \cdot a/2$

Phương trình cân bằng lực theo phương đứng tại mặt cắt C

$$\downarrow \sum F_Y = -R_A + Q_Y(x) = 0$$

Lực cắt theo phương đứng tại mặt cắt C

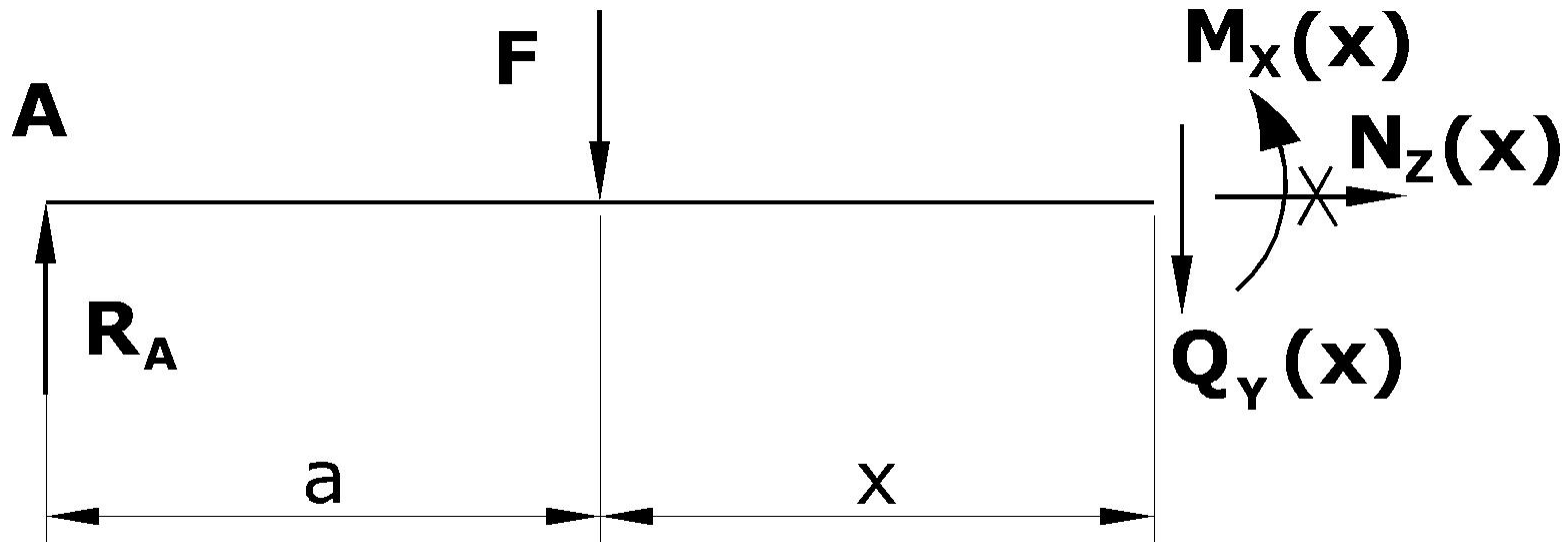
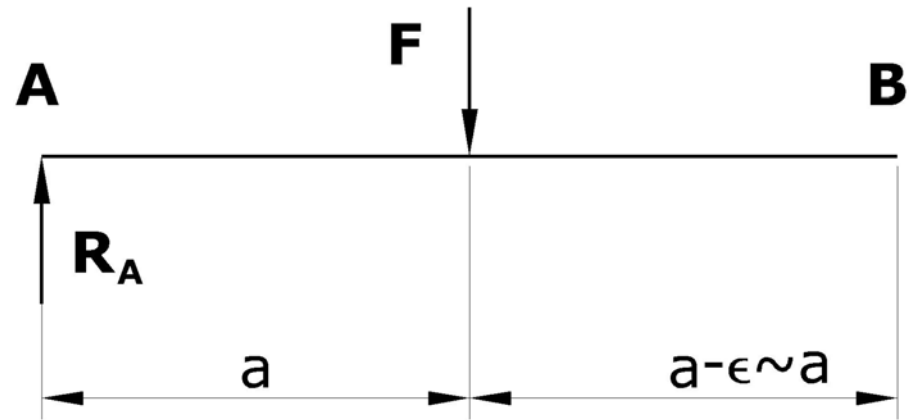
$$Q_Y(x) = R_A = \frac{F}{2}$$

Nhận xét:

- Lực cắt Q_Y là hằng số trong đoạn AC

Tương tự xét đoạn CB

Dùng 1 mặt cắt tại vị trí x (với $0 < x < a$) để cắt đoạn CB thành 2 phần và bỏ đi 1 phần bên phải. Tại mặt cắt đó đặt vào 3 thành phần nội lực M_X , Q_Y , N_Z (vì trong mặt phẳng chỉ có 3 thành phần nội lực).



Phương trình cân bằng mômen trong mặt phẳng đứng tại mặt cắt C

$$\sum M_X = -R_A.(a+x) + F.x + M_X(x) = 0$$

Mômen nội lực trong mặt phẳng đứng tại mặt cắt C

$$\Rightarrow M_X(x) = R_A.(a+x) - F.x = \frac{F}{2}(a-x)$$

Nhận xét:

- Mômen nội lực M_x là hàm bậc 1 theo x trong đoạn CB
- Giá trị tại các biên : tại C ($x=0$) $\rightarrow M_x(0)=F.a/2$; tại B ($x=a$) $\rightarrow M_x(a)=0$

Phương trình cân bằng lực theo phương đứng tại mặt cắt C

$$\downarrow \sum F_Y = -R_A + F + Q_Y(x) = 0$$

Lực cắt theo phương đứng tại mặt cắt C

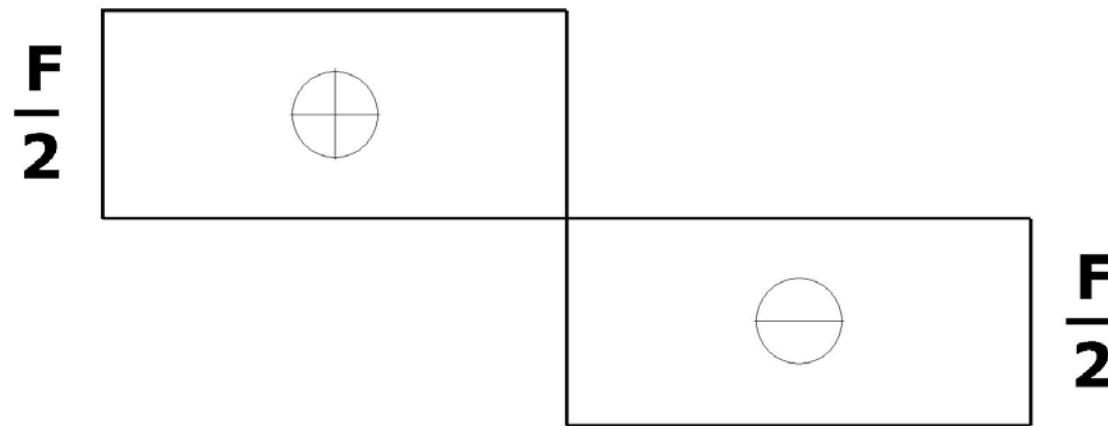
$$Q_Y(x) = R_A - F = -\frac{F}{2}$$

Nhận xét:

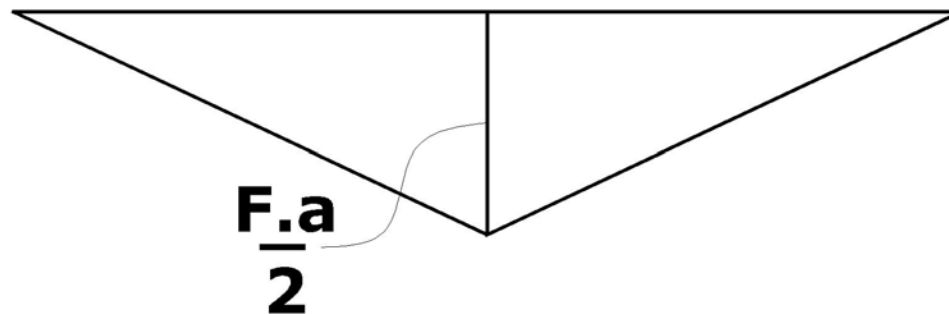
- Lực cắt Q_Y là hằng số trong đoạn CB

Thể hiện dưới dạng biểu đồ

Biểu đồ lực cắt Q_Y



Biểu đồ mômen M_x



5. Đặc trưng hình học của mặt cắt ngang

Khái niệm:

Ngoài diện tích, còn có những thông số khác đặc trưng cho mặt cắt ngang về mặt hình học. Đó là mômen tĩnh và mômen quán tính.

5.1 Mômen tĩnh của mặt cắt ngang

Mômen tĩnh của mặt cắt ngang đối với trục x

$$S_X = \int_A y \cdot dA$$

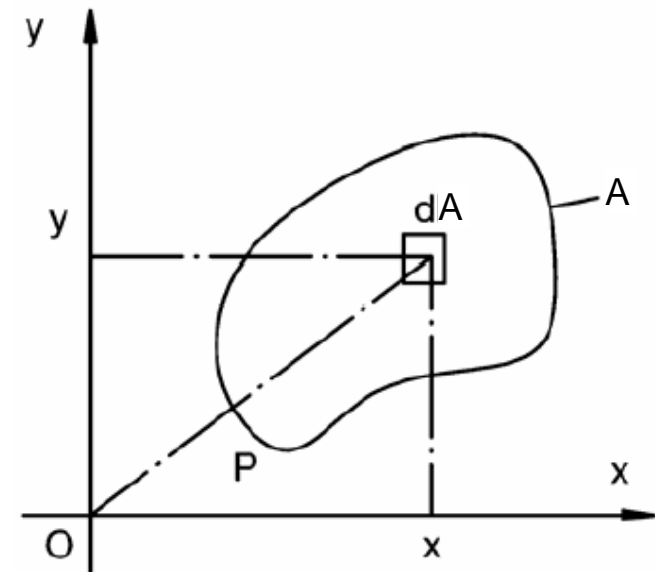
Mômen tĩnh của mặt cắt ngang đối với trục y

$$S_Y = \int_A x \cdot dA$$

Khi $S_x=0$ và $S_y=0$ thì giao điểm của trục x và y là trọng tâm của mặt cắt ngang.

Gọi tọa độ của trọng tâm C là x_C và y_C . Ta có

$$x_C = \frac{S_y}{A} \quad \text{và} \quad y_C = \frac{S_x}{A}$$



Nếu diện tích A bao gồm nhiều diện tích A_i đơn giản có tọa độ trọng tâm là x_i và y_i .

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot A_i}{A}$$

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot A_i}{A}$$

5.2 Mômen quán tính của mặt cắt ngang

Mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục x

$$J_X = \int_A y^2 \cdot dA$$

Mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục y

$$J_Y = \int_A x^2 \cdot dA$$

J_X và J_Y luôn luôn dương

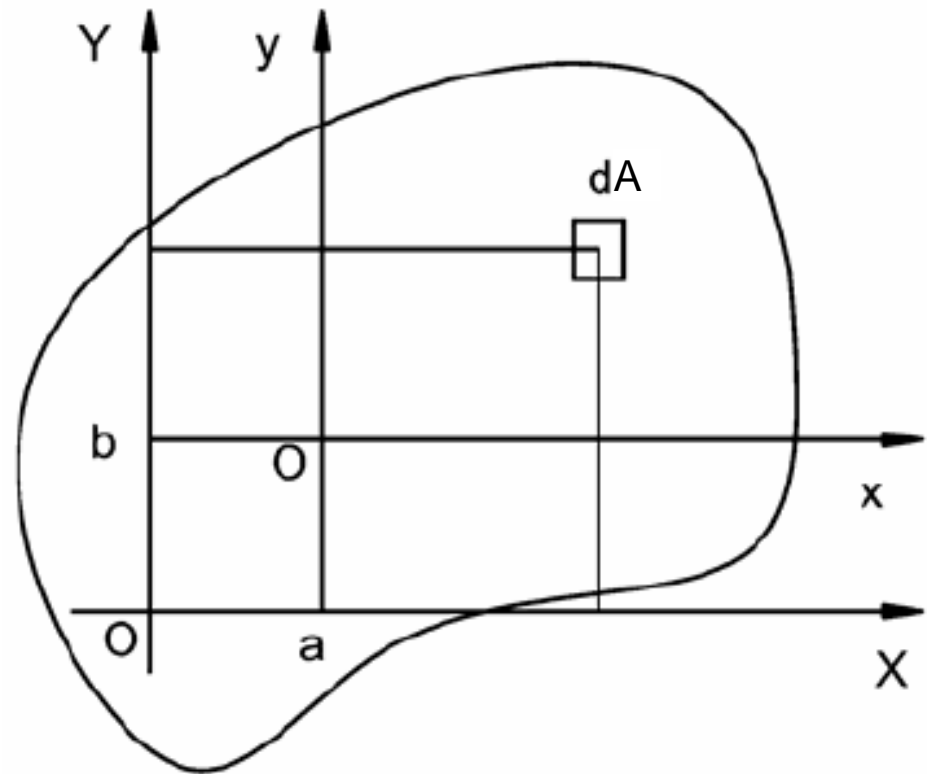
Mômen quán tính độ cực với tọa độ O

$$J_0 = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A \rho^2 dA = J_X + J_Y$$

Công thức chuyển trục song song của mômen quán tính

$$J_X = J_x + 2.b.S_x + A.b^2$$

$$J_Y = J_y + 2.a.S_y + A.a^2$$



5.3 Mô men quán tính của 1 số mặt cắt thường gặp:

- Hình chữ nhật $b \times h$

$$J_X = \frac{b.h^3}{12} \quad J_Y = \frac{h.b^3}{12}$$

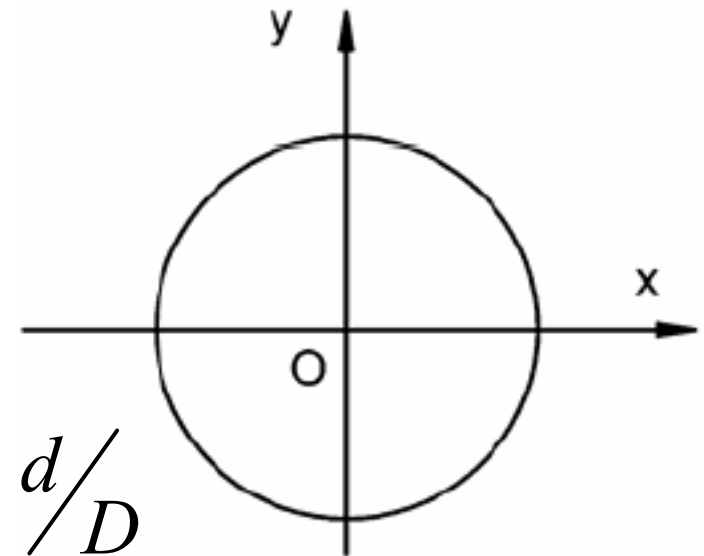
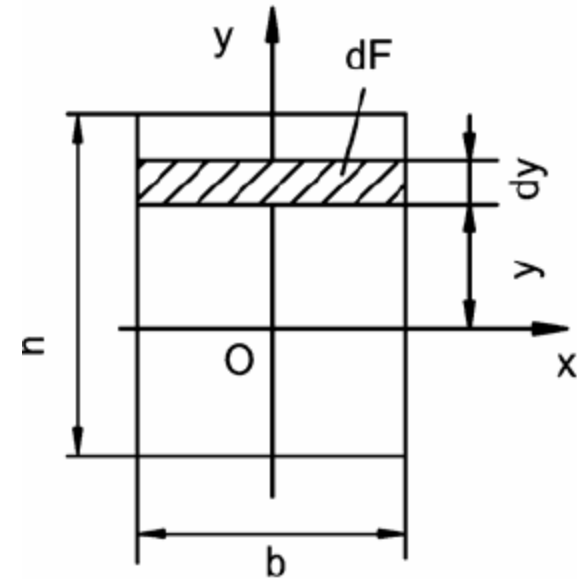
- Hình tròn đường kính D

$$J_X = J_Y = \frac{\pi.D^4}{64} \approx 0.05 \times D^4$$

$$J_0 = J_X + J_Y = \frac{\pi.D^4}{32}$$

- Hình vành khăn đường kính ngoài D , đường kính trong d

$$J_X = J_Y = \frac{\pi.D^4}{64} (1 - \eta^4) \quad \text{với} \quad \eta = d/D$$



5.4 Các trạng thái ứng suất

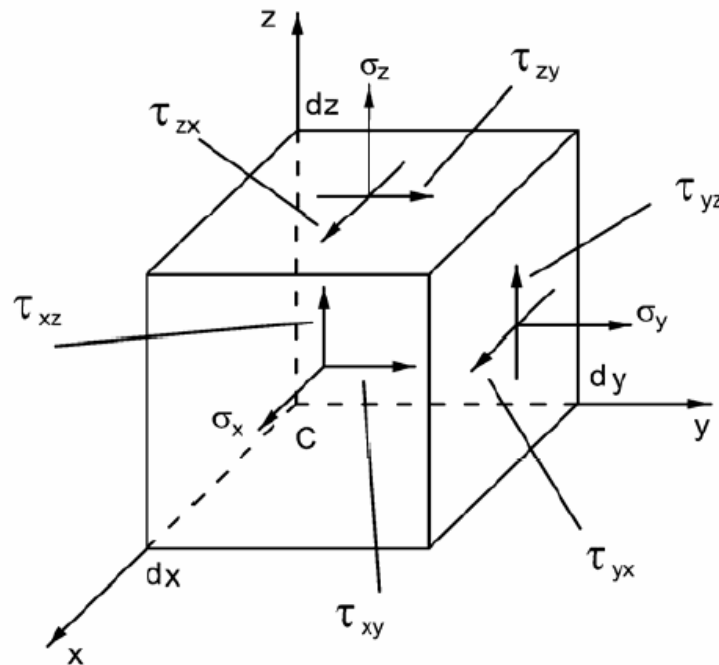
Ngoại lực tác động lên vật thể \rightarrow biến dạng vật thể \rightarrow khoảng cách giữa các phân tử thay đổi \rightarrow xuất hiện số gia của lực liên kết phân tử chống lại sự thay đổi \rightarrow nội lực.

Ứng suất là nội lực tại 1 điểm.

Khi ứng suất vượt quá giới trị tới hạn (tùy thuộc loại vật liệu) \rightarrow phá hủy.

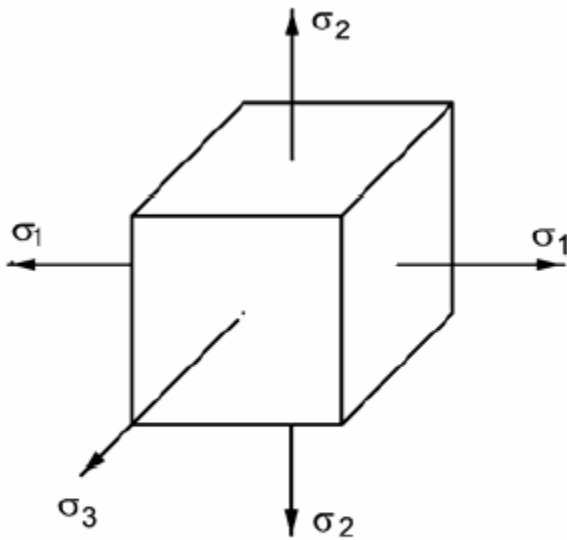
Tùy thuộc trạng thái chịu ngoại lực, bên trong vật thể có thể xuất hiện ứng suất pháp σ , ứng suất tiếp τ hay đồng thời cả hai loại ứng suất này.

Trường hợp tổng quát sẽ có 6 loại ứng suất trên phân tố vật liệu hình hộp.

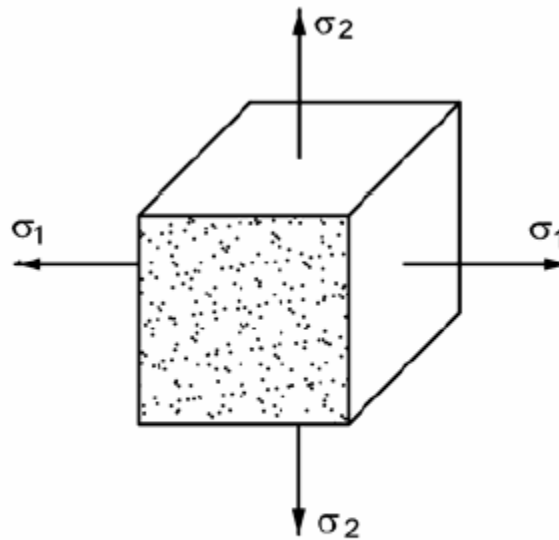


Có 3 trạng thái ứng suất:

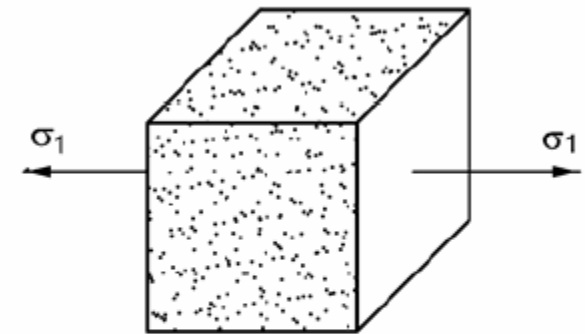
- a) Ứng suất khối
- b) Ứng suất phẳng
- c) Ứng suất đơn



a)



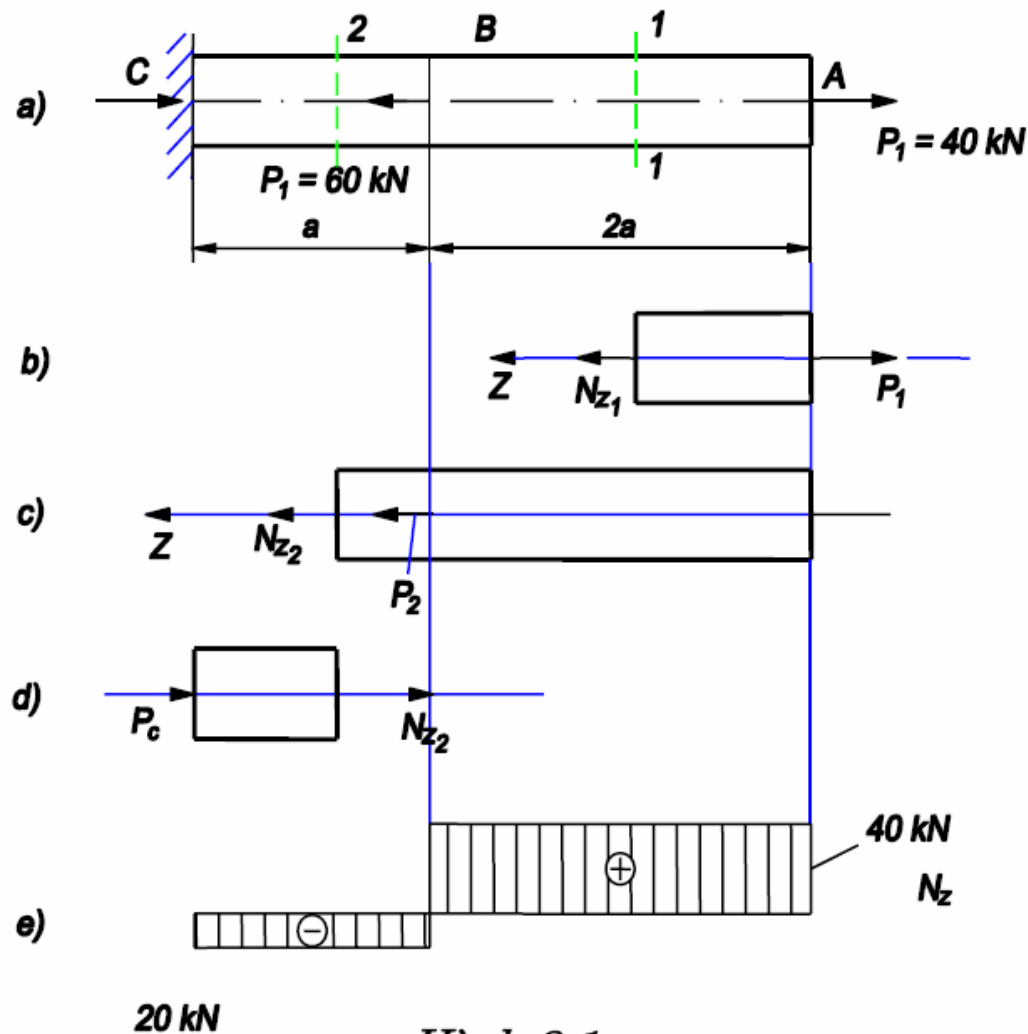
b)



c)

5.4.1 Trường hợp thanh chịu kéo (nén) đúng tâm:

Định nghĩa: thanh chịu kéo (nén) đúng tâm khi trên mọi mặt cắt ngang chỉ có thành phần lực dọc N_z .



Ứng suất kéo nén phân bố đều trên mặt cắt ngang của thanh:

$$\sigma_{K,N} = \frac{N_Z}{A}$$

Với $\sigma_{K,N}$ là ứng suất kéo – nén (MPa – MegaPascal).

N_Z là nội lực (lực dọc) – (N)

A là diện tích mặt cắt ngang của thanh (mm^2).

Điều kiện bền (tránh phá hủy chi tiết):

$$\sigma_{K,N} = \frac{N_Z}{A} \leq [\sigma_{K,N}]$$

Với $[\sigma]$ là ứng suất cho phép của vật liệu, giá trị lấy từ thực nghiệm.

Biến dạng dài:

$$\Delta \ell = \frac{N_Z \cdot \ell}{E \cdot A}$$

Với $\Delta \ell$ là biến dạng dài (mm).

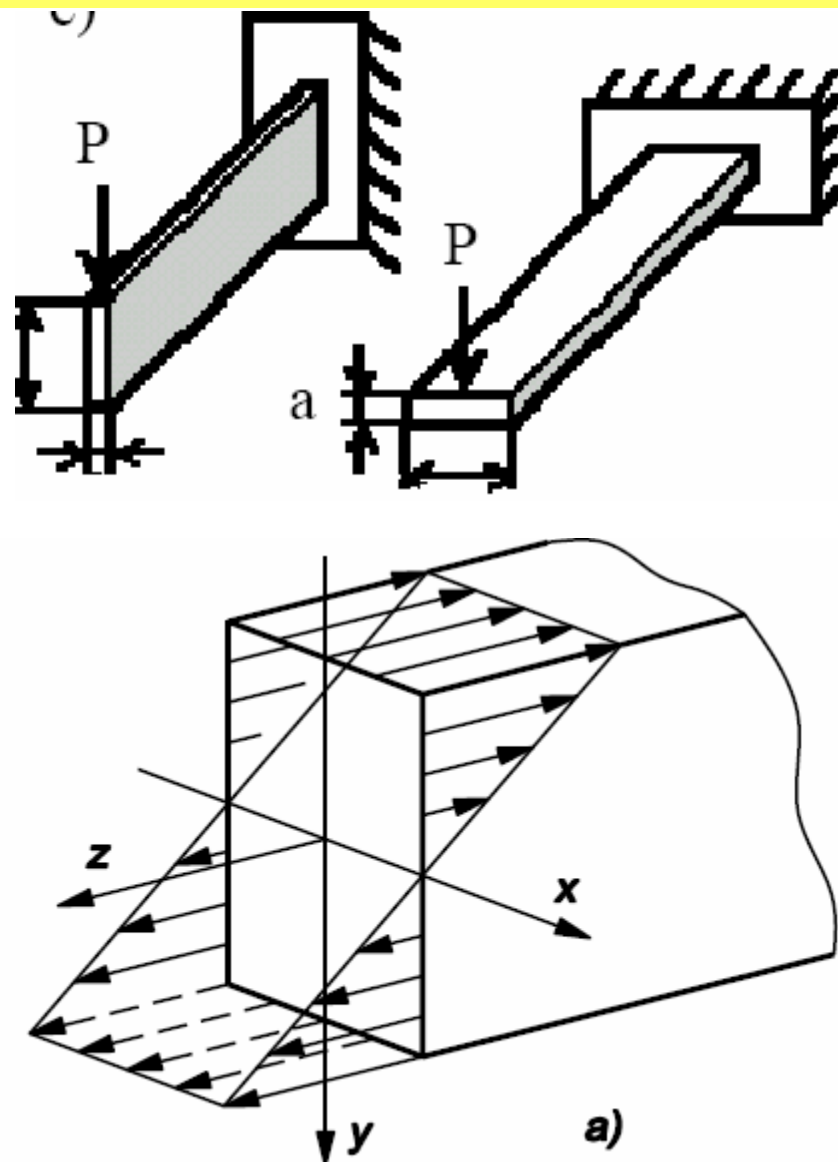
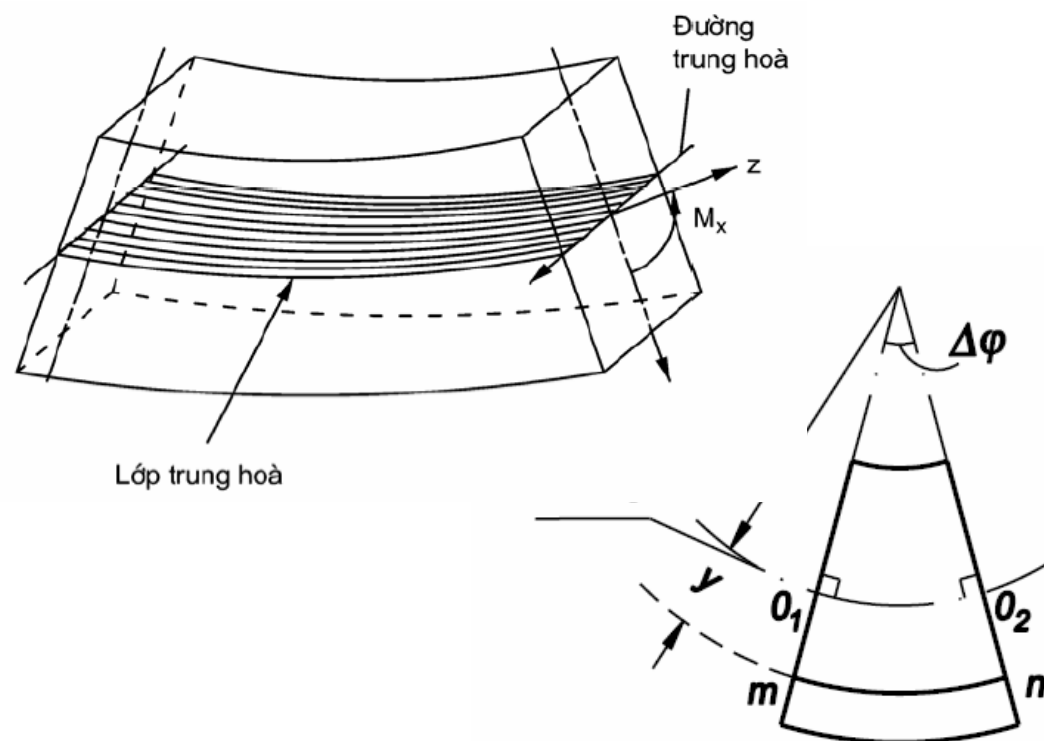
ℓ là chiều dài thanh (mm).

E là mô đun đàn hồi của thanh (nếu là thép thì $E = 2.1 \times 10^5$ MPa).

5.4.2 Dầm thẳng chịu uốn:

Thanh chịu uốn gọi là dầm.

Khi chịu uốn, trên mặt cắt ngang của dầm sẽ có thớ vật liệu chịu kéo, thớ vật liệu chịu nén và những thớ vật liệu không chịu kéo nén gọi là thớ trung hòa. Tập hợp các thớ trung hòa gọi là đường trung hòa.



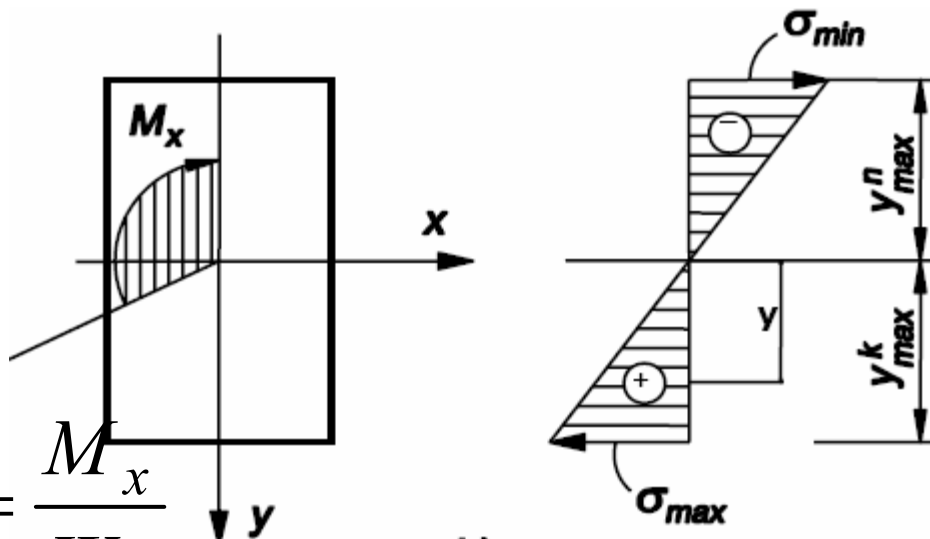
Ứng suất uốn tại vị trí cách đường trung hòa một khoảng y

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$$

Ứng suất uốn cực đại:

• Với tiết diện chữ nhật $b \times h$

$$\sigma_F = \sigma_z = \frac{M_x}{\frac{b.h^3}{12}} \times \frac{h}{2} = \frac{M_x}{\frac{b.h^2}{6}} = \frac{M_x}{W_x}$$



W_x gọi là mô men chống uốn

$$\Rightarrow W_x = \frac{b.h^2}{6}$$

Điều kiện bền (tránh phá hủy chi tiết):

$$\sigma_F \leq [\sigma]$$

Với $[\sigma]$ là ứng suất cho phép của vật liệu, giá trị lấy từ thực nghiệm.

Với tiết diện hình tròn $W_x = \frac{\pi.D^3}{32} \approx 0.1 \times D^3$

5.4.3 Thanh thẳng chịu xoắn:

Thanh chịu xoắn khi trên mặt cắt ngang chỉ có thành phần nội lực M_z .

Ứng suất trong thanh chịu xoắn là ứng suất tiếp τ_x .

Ứng suất τ_x tại điểm cách trọng tâm mặt cắt bán kính ρ là:

$$\tau_x = \frac{M_z}{J_0} \rho$$

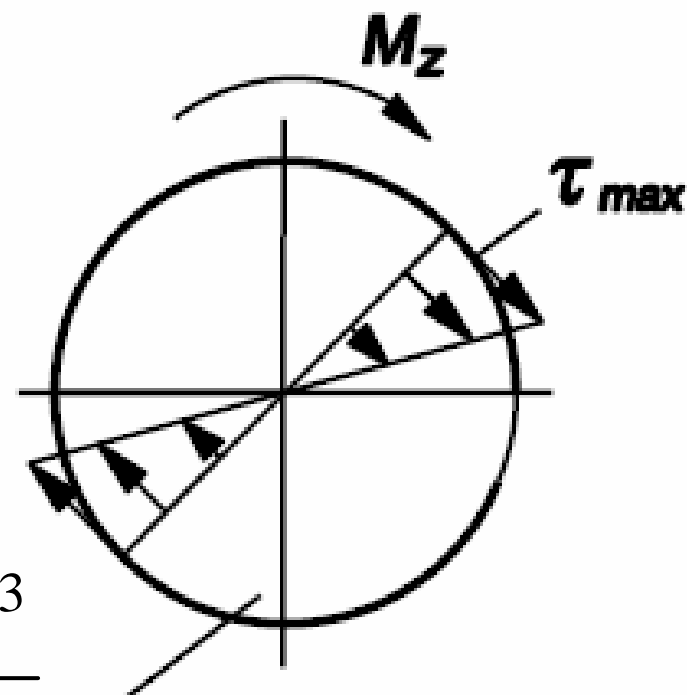
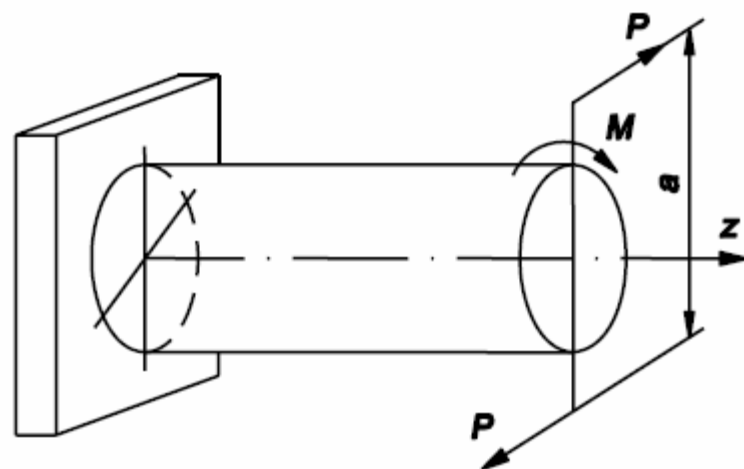
Ứng suất cực đại của tiết diện hình tròn:

$$\tau_x = \frac{M_z}{\frac{\pi \cdot D^4}{32}} \times \frac{D}{2} = \frac{M_z}{\frac{\pi \cdot D^3}{16}} = \frac{M_z}{W_0}$$

W_0 gọi là mô men chống xoắn

Điều kiện bền $\tau_x \leq [\tau]$

$$W_0 = \frac{\pi \cdot D^3}{16}$$



5.4.4 Thuyết bền:

Trong thực tế chỉ xác định được ứng suất cho phép ở trạng thái ứng suất đơn.

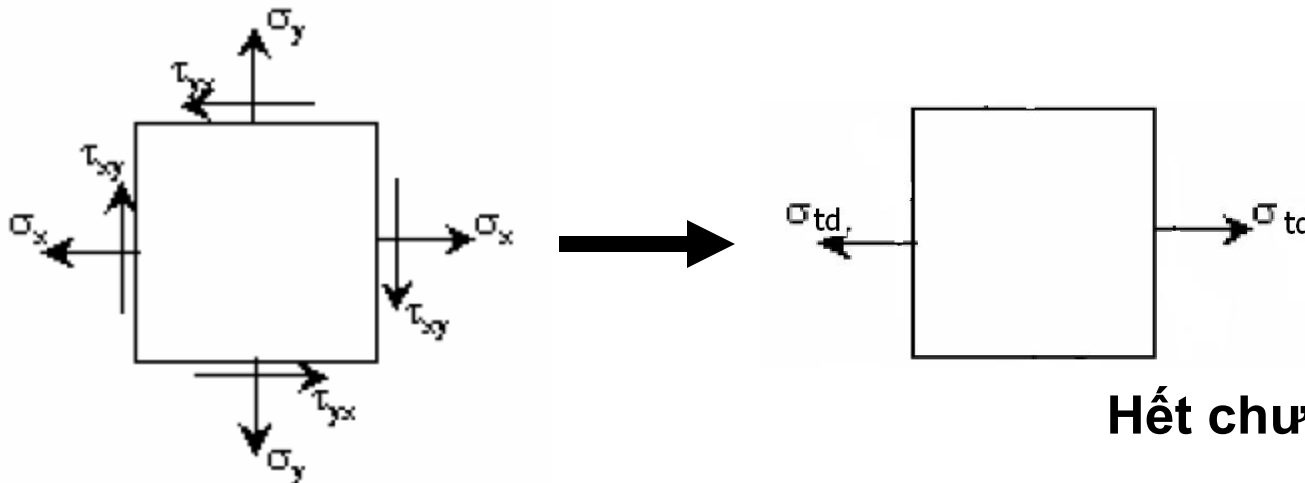
Ở trạng thái ứng suất phức tạp, phải qui đổi về trạng thái ứng suất đơn để kiểm tra bền.

Có 5 thuyết bền đưa ra giả thuyết về cách qui đổi từ trạng thái ứng suất phức tạp về trạng thái ứng suất đơn. Trong đó ta chỉ xét đến thuyết bền 4.

Trạng thái ứng suất đơn tương đương theo thuyết bền 4

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3.\tau^2}$$

Điều kiện bền $\sigma_{td} \leq [\sigma]$



Hết chương 2