

Câu	Nội dung trả lời	Điểm
1	<p>Giải hệ thức đệ quy tuyến tính không thuần nhất :</p> <p>Giải hệ thức đệ quy tuyến tính không thuần nhất :</p> $\begin{cases} X_{n+1} = 3X_n - 2X_{n-1} + 2^n + 2n & \forall n \geq 1 \\ X_0 = 3, X_1 = 4 \end{cases}$	3.5
	<p>Hệ thức đệ quy tuyến tính không thuần nhất :</p> $X_{n+1} = 3X_n - 2X_{n-1} + 2^n + 2n \quad (1)$ <p>Hệ thức đệ quy tuyến tính thuần nhất là :</p> $X_{n+1} - 3X_n + 2X_{n-1} = 0 \quad (2)$ <p>Phương trình đặc trưng của (2) là : $\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$ (*) có 2 nghiệm là $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$</p> <p>Nghiệm tổng quát của (2) là : $X_n = C_1 + C_2 (2)^n$ (3) (0.5 đ)</p> <p>Xét $X_n - 3X_n + 2X_{n-1} = 2^n$ (1')</p> <p>Một nghiệm riêng của (1') :</p> <p>$f_{n1} = 2^n$ có dạng $\beta^n \cdot P_r(n)$ với $\beta = 2$ và đa thức bậc $r = 0$ theo n.</p> <p>Do β trùng với một nghiệm của phương trình đặc trưng (*) nên (1') có một nghiệm riêng dạng :</p> <p>$X_n = n 2^n C$ (4') (0.5 đ)</p> <p>Thế (4') vào (1') ta được :</p>	

	$(n+1)2^{n+1}C - 3n2^n C + 2(n-1)2^{n-1}C = 2^n$ <p>Cho $n = 0$ ta có : $2C - 2 \cdot 2^{-1}C = 1 \Rightarrow C = 1$</p> <p>Một nghiệm riêng của (1') là : $X_n = n2^n$ (5') (0.5 đ)</p> <p>Xét $X_n - 3X_n + 2X_{n-1} = 2n$ (1'')</p> <p>Một nghiệm riêng của (1') :</p> <p>$f_{n2} = 2n$ có dạng $\beta^n \cdot P_r(n)$ với $\beta = 1$ và đa thức bậc $r = 1$ theo n.</p> <p>Do β trùng với một nghiệm của phương trình đặc trưng (*) nên (1'') có một nghiệm riêng dạng : $X_n = n \cdot (an + b)$ (4'') (0.5 đ)</p> <p>Thế (4'') vào (1'') ta được :</p> $(n+1) \cdot (a(n+1) + b) - 3n(an + b) + 2(n-1) \cdot (a(n-1) + b) = 2n$ <p>Cho $n_1 = -1$ và $n_2 = 1$ ta có :</p> $\begin{cases} 3(-a + b) - 4(-2a + b) = -2 \\ 2(2a + b) - 3(a + b) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a - b = -2 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -3 \end{cases}$ <p>Một nghiệm riêng của (1'') là : $X_n = -n(n+3)$ (5'') (0.5 đ)</p> <p>Từ (3) , (5') và (5'') ta có nghiệm tổng quát của (1) là :</p> $X_n = C_1 + C_2 2^n + n2^n - n(n+3) \text{ (6) } \mathbf{(0.5 \text{ đ})}$ <p>Thay điều kiện $X_0 = 3, X_1 = 4$ ta có :</p> $\begin{cases} 3 = C_1 + C_2 \\ 4 = C_1 + 2C_2 + 2 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = C_1 + C_2 \\ 6 = C_1 + 2C_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = 3 \end{cases}$ <p>Thế vào (6) ta được nghiệm riêng cần tìm của (1) là :</p> $X_n = 3 \cdot 2^n + n2^n - n(n+3)$ $X_n = (n+3) \cdot (2^n - n) \mathbf{(0.5 \text{ đ})}$	
--	--	--

2	<p>Cho quan hệ 2 ngôi R trên Z được định nghĩa như sau :</p> <p>$\forall x, y \in Z, x \mathbf{R} y \Leftrightarrow 3 \mid (4x - y) \Leftrightarrow (4x - y)$ chia hết cho 3</p> <p>a) Chứng minh R là quan hệ tương đương. b) Phân hoạch Z thành các lớp tương đương.</p>	3
a)	<p>$+ \forall x \in Z, 3 \mid (4x - x) \Leftrightarrow x \mathbf{R} x \Rightarrow \mathbf{R}$ có tính phản xạ. (0.5 điểm)</p> <p>$+ \forall x, y \in A, x \mathbf{R} y \Leftrightarrow 3 \mid (4x - y) \Leftrightarrow 3 \mid (16x - 4y) \Leftrightarrow 4 \mid (15x + x - 4y)$ $\Leftrightarrow 3 \mid (x - 4y) \Leftrightarrow 3 \mid (4y - x) \Leftrightarrow y \mathbf{R} x$ $\Rightarrow \mathbf{R}$ có tính đối xứng. (0.75 điểm)</p> <p>$+ \forall x, y, z \in A, x \mathbf{R} y \Leftrightarrow 3 \mid (4x - y)$ $y \mathbf{R} z \Leftrightarrow 3 \mid (4y - z)$ $\Leftrightarrow 3 \mid (4x - y + 4y - z) \Leftrightarrow 3 \mid (4x + 3y - z) \Leftrightarrow 3 \mid (4x - z) \Leftrightarrow x \mathbf{R} z$ $\Rightarrow \mathbf{R}$ có tính bắc cầu. (0.75 điểm)</p> <p>$\Rightarrow \mathbf{R}$ là quan hệ tương đương</p>	2
b)	<p>Phân hoạch Z thành các lớp tương đương.</p> <p>$[x]_{\mathbf{R}} = \{y \in Z : y \mathbf{R} x\} = \{y \in Z : 3 \mid (4y - x)\}$ (0.25 điểm)</p> <p>$[0]_{\mathbf{R}} = \{y \in Z : y \mathbf{R} 0\} = \{y \in Z : 3 \mid (4y - 0)\} = \{y \in Z : 3 \mid 4y\} = \{y \in Z : 3 \mid y\} =$ $= \{ \dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots \}$ (0.25 điểm)</p> <p>$[1]_{\mathbf{R}} = \{y \in Z : y \mathbf{R} 1\} = \{y \in Z : 3 \mid (4y - 1)\} = \{y \in Z : 3 \mid (y - 1)\} =$ $= \{ \dots, -5, -2, 1, 4, 7, \dots \}$ (0.25 điểm)</p> <p>$[2]_{\mathbf{R}} = \{y \in Z : y \mathbf{R} 2\} = \{y \in Z : 3 \mid (4y - 2)\} = \{y \in Z : 3 \mid (y - 2)\} =$ $= \{ \dots, -4, -1, 2, 5, 8, \dots \}$ (0.25 điểm)</p>	1
3	<p>Cho hàm bool 4 biến :</p> <p>$f(x, y, z, t) = y \bar{z} (x \bar{z} \vee \bar{x} t) \vee z \bar{t} \vee x \bar{y} t$</p> <p>a) (0.5 điểm) Dùng biểu đồ Karnaugh bên cạnh để biểu diễn hàm bool trên. b) (2.5 điểm) Xác định các tế bào lớn và các công thức đa thức tối thiểu của hàm bool trên bằng biểu đồ Karnaugh. c) (0.5 điểm) Vẽ mạch logic của hàm f (tối thiểu)</p>	3.5 điểm

a)	$f(x,y,z,t) = y \bar{z} (x \bar{z} \vee \bar{x} t) \vee z \bar{t} \vee x \bar{y} t$ $f(x,y,z,t) = x y \bar{z} \vee \bar{x} y \bar{z} t \vee z \bar{t} \vee x \bar{y} t$																																																																																																																												
		<table><tr><td></td><td>$x\bar{y}$</td><td>xy</td><td>$\bar{x}y$</td><td>$\bar{x}\bar{y}$</td></tr><tr><td>$z\bar{t}$</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>zt</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$\bar{z}t$</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>$\bar{z}\bar{t}$</td><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr></table>		$x\bar{y}$	xy	$\bar{x}y$	$\bar{x}\bar{y}$	$z\bar{t}$	1	1	1	1	zt	1				$\bar{z}t$	1	1	1		$\bar{z}\bar{t}$		1						0.5 điểm																																																																																														
	$x\bar{y}$	xy	$\bar{x}y$	$\bar{x}\bar{y}$																																																																																																																									
$z\bar{t}$	1	1	1	1																																																																																																																									
zt	1																																																																																																																												
$\bar{z}t$	1	1	1																																																																																																																										
$\bar{z}\bar{t}$		1																																																																																																																											
b)	<p>Các tế bào lớn</p> <table><tr><td><table><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>$z \bar{t}$</td><td><table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>$x \bar{z} t$</td><td><table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>$y \bar{z} t$</td><td><table><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>$x \bar{y} z$</td><td><table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>$x \bar{y} t$</td><td><table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>$x y \bar{t}$</td><td><table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>$x y \bar{z}$</td></tr></table>					<table><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $z \bar{t}$	1	1	1	1													<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x \bar{z} t$									1	1							<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $y \bar{z} t$										1	1						<table><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x \bar{y} z$	1				1												<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x \bar{y} t$					1				1								<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x y \bar{t}$		1											1				<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x y \bar{z}$										1			1				2 điểm
<table><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $z \bar{t}$	1	1	1	1													<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x \bar{z} t$									1	1							<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $y \bar{z} t$										1	1						<table><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x \bar{y} z$	1				1												<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x \bar{y} t$					1				1								<table><tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x y \bar{t}$		1											1				<table><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> $x y \bar{z}$										1			1										
1	1	1	1																																																																																																																										
1	1																																																																																																																												
	1	1																																																																																																																											
1																																																																																																																													
1																																																																																																																													
1																																																																																																																													
1																																																																																																																													
	1																																																																																																																												
1																																																																																																																													
	1																																																																																																																												
1																																																																																																																													
	<p>Hai công thức đa thức tối thiểu :</p> $f(x,y,z,t) = z \bar{t} \vee y \bar{z} t \vee \begin{cases} x \bar{y} t \vee x y \bar{z} \\ x \bar{y} t \vee x y \bar{t} \end{cases}$					0.5 điểm																																																																																																																							
c)	<p>Vẽ mạch logic của hàm f (tối thiểu)</p>					0.5 điểm																																																																																																																							
	<p><u>TỔNG ĐIỂM</u></p>					<u>10 điểm</u>																																																																																																																							