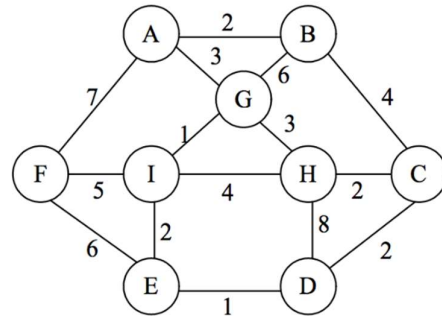


Câu 1 : (6,5 điểm)

Cho đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ như hình vẽ. Hãy thực hiện các yêu cầu sau :

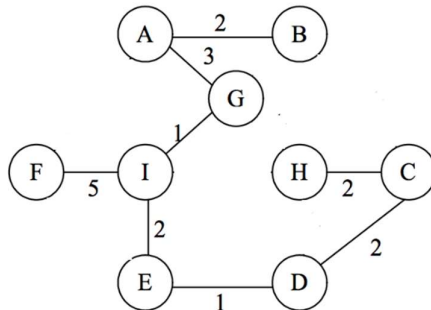


a) (3 điểm)

Lập bảng tính và vẽ cây khung nhỏ nhất $T = (V, F)$ của đồ thị $G = (V, E)$ bằng thuật toán Prim bắt đầu từ đỉnh **A**

Đáp án :

Bước	B	C	D	E	F	G	H	I	V_T	E_T
Khởi tạo	(2,A)*	∞, A	∞, A	∞, A	7,A	3,A	∞, A	∞, A	A	ϕ
1	-	4,B	∞, A	∞, A	7,A	(3,A)*	∞, A	∞, A	-,B	AB
2	-	4,B	∞, A	∞, A	7,A	-	3,G	(1,G)*	-,G	-,AG
3	-	4,B	∞, A	(2,I)*	5,I	-	3,G	-	-,I	-,GI
4	-	4,B	(1,E)*	-	5,I	-	3,G	-	-,E	-,EI
5	-	(2,D)*	-	-	5,I	-	3,G	-	-,D	-,DE
6	-	-	-	-	5,I	-	(2,C)*	-	-,C	-,CD
7	-	-	-	-	(5,I)*	-	-	-	-,H	-,CH
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-,F	-,FI



Tổng trọng lượng cây khung nhỏ nhất là **18**

b) (3.5 điểm)

Lập bảng tính và liệt kê các đỉnh đi qua trên từng đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh **A** đến tất cả các đỉnh còn lại trong đồ thị bằng thuật toán Dijkstra.

Giải :

Bước	B	C	D	E	F	G	H	I
Khởi tạo	(2,A)*	∞, A	∞, A	∞, A	7,A	3,A	∞, A	∞, A
1	-	6,B	∞, A	∞, A	7,A	(3,A)*	∞, A	∞, A
2	-	6,B	∞, A	∞, A	7,A	-	6,G	(4,G)*
3	-	(6,B)*	∞, A	6,I	7,A	-	6,G	-
4	-	-	8,C	(6,I)*	7,A	-	6,G	-
5	-	-	7,E	-	7,A	-	(6,G)*	-
6	-	-	(7,E)*	-	7,A	-	-	-
7	-	-	-	-	(7,A)*	-	-	-

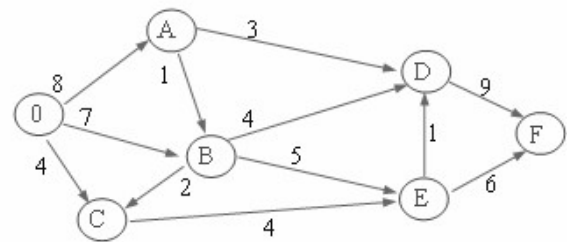
Các đường đi ngắn nhất :

$A \rightarrow B$: 2 $A \rightarrow B \rightarrow C$: 6 $A \rightarrow G \rightarrow I \rightarrow E \rightarrow D$: 7
 $A \rightarrow G \rightarrow I \rightarrow E$: 6 $A \rightarrow F$: 7 $A \rightarrow G$: 3
 $A \rightarrow G \rightarrow H$: 6 $A \rightarrow G \rightarrow I$: 4

Câu 2 : (3.5 điểm)

Cho đồ thị có hướng $G = (V, E)$, trên mỗi cung $e \in E$ giá trị $c(e)$ thể hiện khả năng thông qua của cung e như hình vẽ.

Sử dụng thuật toán Ford Fulkerson, trình bày chi tiết các bước tìm giá trị luồng cực đại f^* của mạng trên.



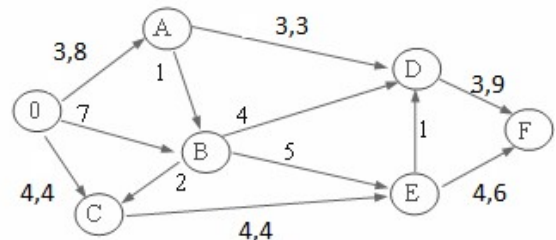
Giải :

Do luồng ban đầu trên tất cả các cung bằng 0 nên G cũng là đồ thị tăng luồng G_f .

Các đường tăng luồng :

$P_1 : 0 \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow F, k_1 = 3$

$P_2 : 0 \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F, k_2 = 4$

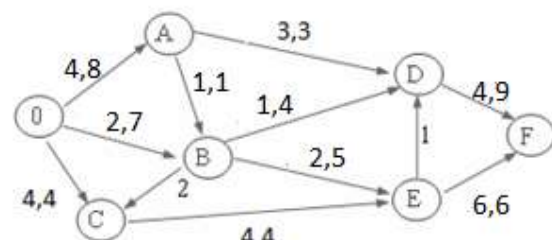


Val (f) = 7

Các đường tăng luồng :

$P_3 : 0 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F, k_3 = 1$

$P_4 : 0 \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F, k_4 = 2$



Val(f) = 10

Các đường tăng luồng :

$P_5 : 0 \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F, k_5 = 3$

$P_6 : 0 \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow F, k_6 = 1$

Val (f) = 14

Không còn đường tăng luồng trên G_f

Giá trị luồng cực đại Val(f^*) = 14

