

Chương 8

Kiểm định giả thuyết thống kê

8-1 Giới thiệu

8-2 Các khái niệm cơ bản trong kiểm định giả thuyết thống kê

8-3 Kiểm định về giá trị trung bình

8-4 Kiểm định về giá trị tỉ lệ

Giới thiệu

Trong **chương 2 và 3** chúng ta sử dụng các **thống kê mô tả** khi chúng ta **tóm tắt dữ liệu** bằng cách sử dụng các công cụ như đồ thị, và số liệu thống kê như **giá trị trung bình và tỉ lệ**

Phương pháp thống kê suy diễn là **sử dụng dữ liệu mẫu** để thực hiện một suy luận **hoặc kết luận về quần thể**.

Hai hoạt động chính của thống kê suy diễn là sử dụng dữ liệu mẫu để **(1) ước tính một tham số quần thể** (chẳng hạn như ước lượng một tham số quần thể với một khoảng tin cậy), và **(2) kiểm định một giả thuyết hoặc phát biểu về một tham số của quần thể**.

Trong chương 7, chúng ta trình bày các **phương pháp để ước tính một tham số quần thể** với một khoảng tin cậy, và trong chương này chúng ta trình bày **phương pháp kiểm định giả thuyết thống kê**.

Mục tiêu chính

Mục tiêu chính của chương này là phát triển khả năng **tiến hành kiểm định giả thuyết** cho các phát biểu về một **trung bình** của quần thể μ , tỷ lệ quần thể p .

Chương 8

Kiểm định giả thuyết thống kê

8-1 Giới thiệu

8-2 Các khái niệm cơ bản trong kiểm định giả thuyết thống kê

8-3 Kiểm định về giá trị trung bình

8-4 Kiểm định về giá trị tỉ lệ

Khái niệm chính

Phần này trình bày các nội dung sau:

- Làm thế nào để xác định **giả thuyết null và giả thuyết thay thế, giả thuyết đuôi trái, đuôi phải, hai đuôi** từ một phát biểu đưa ra, và làm thế nào để biểu diễn giả thuyết ở dạng ký hiệu.
- Làm thế nào để **tính toán giá trị thống kê** của kiểm định được phát biểu và dữ liệu mẫu cho trước
- Làm thế nào để **chọn phân phối mẫu có liên quan**
- Làm thế nào để xác định giá trị **P**
- Làm thế nào để **đưa ra kết luận về một phát biểu bằng các từ ngữ đơn giản dễ hiểu nhất.**

Định nghĩa

Giả thuyết là một phát biểu về một thuộc tính của một quần thể.

Một **kiểm định giả thuyết thống kê** là một thủ tục để kiểm định một phát biểu về một thuộc tính của một quần thể.

Giả thuyết Null

- Giả thuyết null (ký hiệu bởi H_0) là một phát biểu rằng giá trị của một tham số quần thể (chẳng hạn như tỷ lệ, trung bình,...) bằng với một số giá trị được phát biểu.
- Chúng ta kiểm định giả thuyết null trực tiếp theo nghĩa là chúng ta giả định nó là đúng và đi đến một kết luận hoặc bác bỏ H_0 hoặc không bác bỏ H_0 .

Giả thuyết thay thế

- Giả thuyết thay thế (được ký hiệu bởi H_1 hay H_A) là phát biểu rằng **tham số có giá trị** nào đó **khác với giả thuyết null**.
- **Ký hiệu** của giả thuyết thay thế phải sử dụng một trong các ký hiệu này: **$<$, $>$, \neq** .

Ví dụ

1. Bạn muốn tìm hiểu xem hơn **50%** cử tri có ủng hộ ứng cử viên hay không.

$$H_0: p = 0.5, H_1: p > 0.5$$

2. Bạn muốn tìm hiểu xem số ván tuyết trung bình được cho thuê lớn hơn **60** trong mỗi ngày hay không.

$$H_0: \mu = 60, H_1: \mu > 60$$

3. Bạn muốn tìm hiểu xem tốc độ trung bình mà mọi người lái xe trên **đường cao tốc 50** là **khác với 40** dặm / giờ.

$$H_0: \mu = 40, H_1: \mu \neq 40$$

Giả thuyết đuôi trái, phải, hai đuôi

- **Giả thuyết đuôi trái:** liên quan đến giả thuyết tham số quần thể nhỏ hơn một giá trị.

$$H_0: \mu=10, H_1: \mu < 10$$

- **Giả thuyết đuôi phải:** liên quan đến giả thuyết tham số quần thể lớn hơn một giá trị.

$$H_0: \mu=10, H_1: \mu > 10$$

- **Giả thuyết hai đuôi:** liên quan đến giả thuyết tham số quần thể không bằng một giá trị.

$$H_0: \mu=10, H_1: \mu \neq 10$$

Chương 8

Kiểm định giả thuyết thống kê

8-1 Giới thiệu

8-2 Các khái niệm cơ bản trong kiểm định giả thuyết thống kê

8-3 Kiểm định về giá trị trung bình

8-4 Kiểm định về giá trị tỉ lệ

Ví dụ

Quản lý về chất lượng một công ty bóng đèn cần ước lượng tuổi thọ trung bình của một lô hàng các bóng đèn tròn. Độ lệch chuẩn của lô hàng là 100 giờ. Người ta lấy mẫu gồm 64 bóng đèn. Tính trung bình tuổi thọ của bóng đèn trong tập mẫu là 350 giờ.

$$\begin{aligned} a) \quad H_0: \mu &= 350 \\ H_1: \mu &\neq 350 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad H_0: \mu &= 350 \\ H_1: \mu &> 350 \end{aligned}$$

Đầu ra: quyết định chấp nhận H_0 hay bác bỏ H_0

Sai lầm loại I

- Sai lầm loại I là bác bỏ giả thuyết null khi nó thực sự đúng
- Ký hiệu α (*alpha*) được dùng để biểu diễn cho xác suất mắc sai lầm loại I.

Sai lầm loại II

- Sai lầm loại II là từ chối bác bỏ giả thuyết null khi nó thực sự sai
- Ký hiệu β (*beta*) được dùng để biểu diễn cho xác suất mắc sai lầm loại II.

Sai lầm loại I và sai lầm loại II

		True State of Nature	
		The null hypothesis is true	The null hypothesis is false
Decision	We decide to reject the null hypothesis	Type I error (rejecting a true null hypothesis) $P(\text{type I error}) = \alpha$	Correct decision
	We fail to reject the null hypothesis	Correct decision	Type II error (failing to reject a false null hypothesis) $P(\text{type II error}) = \beta$

Ví dụ:

- Giả sử một giả thuyết được thực hiện để xem liệu một vắc-xin đề xuất cho HIV có hiệu quả trong việc giảm nguy cơ bị nhiễm bệnh hay không. Thảo luận về sai lầm loại I và loại II.
- Sai lầm loại 1: vắc-xin có hiệu quả nhưng mọi người không áp dụng.
- Sai lầm loại 2: mọi người áp dụng việc tiêm ngừa nhưng thực sự vắc-xin không có hiệu quả.

Thủ tục kiểm định

1. Tính giá trị thống kê (test statistic) dùng để kiểm định
2. Dựa vào loại phân phối của biến ngẫu nhiên là giá trị thống kê dùng để kiểm định để tính trị số p (p-value)
3. So sánh trị số p với mức có ý nghĩa α
 - Nếu $p\text{-value} < \alpha$: bác bỏ H_0
 - Nếu $p\text{-value} > \alpha$: chấp nhận H_0
 - Nếu $p\text{-value} = \alpha$: tùy người thực hiện kiểm định

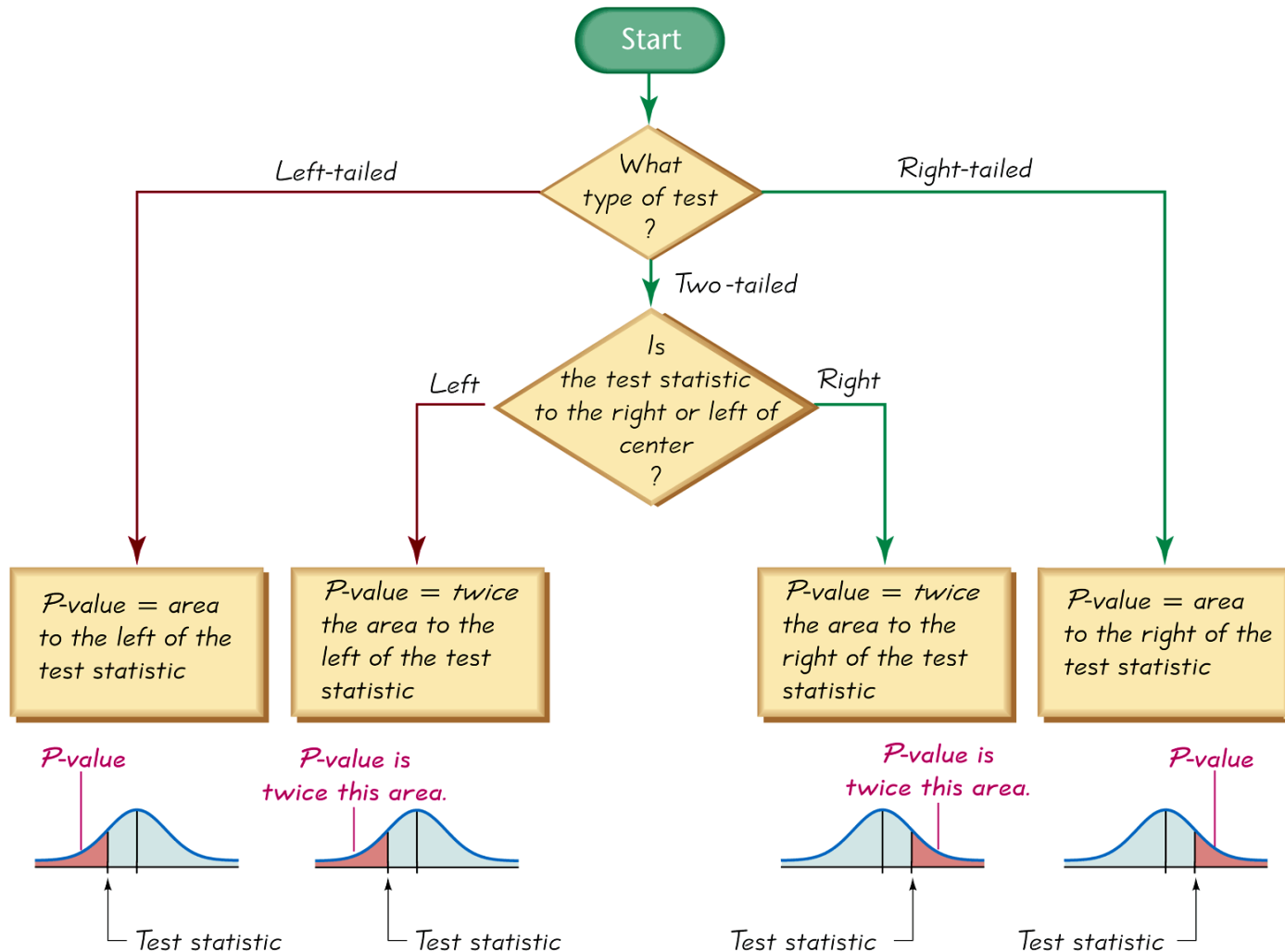
Mức có ý nghĩa

Mức có ý nghĩa (được biểu thị bởi α) là **xác suất** của số liệu thống kê (kiểm định giả thuyết) **sẽ rơi vào vùng critical** khi giả thuyết null thực sự là đúng (**làm cho sai lầm của việc bác bỏ giả thuyết null khi nó là đúng**).

Nó cũng giống như α đã giới thiệu trong chương 7.

Sự lựa chọn phổ biến cho α là 0,05, 0,01, và 0,10.

Thủ tục tìm giá trị P



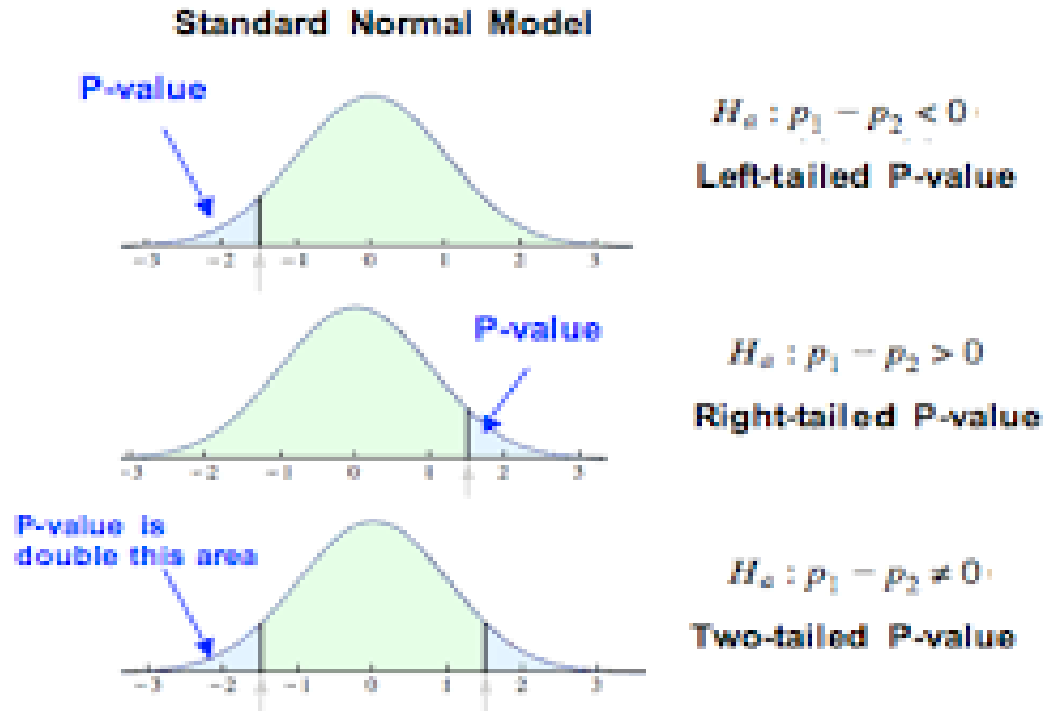
P-Value

Giá trị **P** (hoặc **giá trị xác suất**) là xác suất nhận được một giá trị thống kê để kiểm định **ít nhất là cực đại với giá trị đại diện cho dữ liệu mẫu**, giả thiết rằng giả thiết null là đúng.

Vùng critical ở
đuôi **trái**

Vùng critical ở
đuôi phải

Vùng critical ở hai đầu



Các loại kiểm định giả thuyết: Hai đuôi, đuôi bên trái, đuôi phải

Các **đuôi** trong phân phối là các vùng cực đại **bị giới hạn bởi các critical values**.

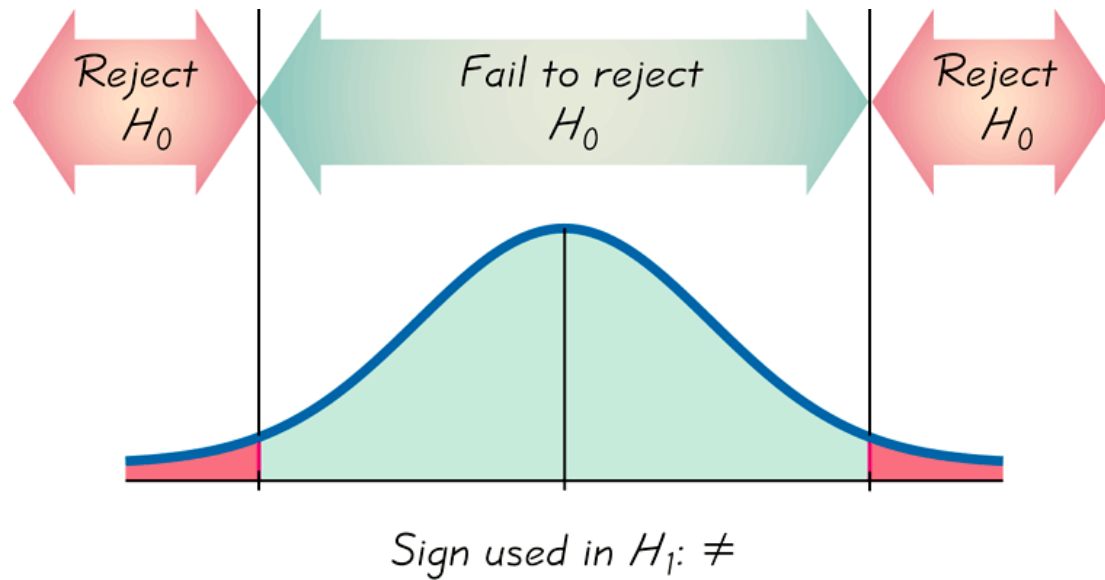
Việc xác định giá trị P và các critical value bị ảnh hưởng bởi vùng critical ở hai đuôi, đuôi trái hay đuôi phải.

Kiểm định 2 đuôi

$$H_0 :=$$

$$H_1 := \neq$$

α được chia đều giữa hai đuôi của vùng critical

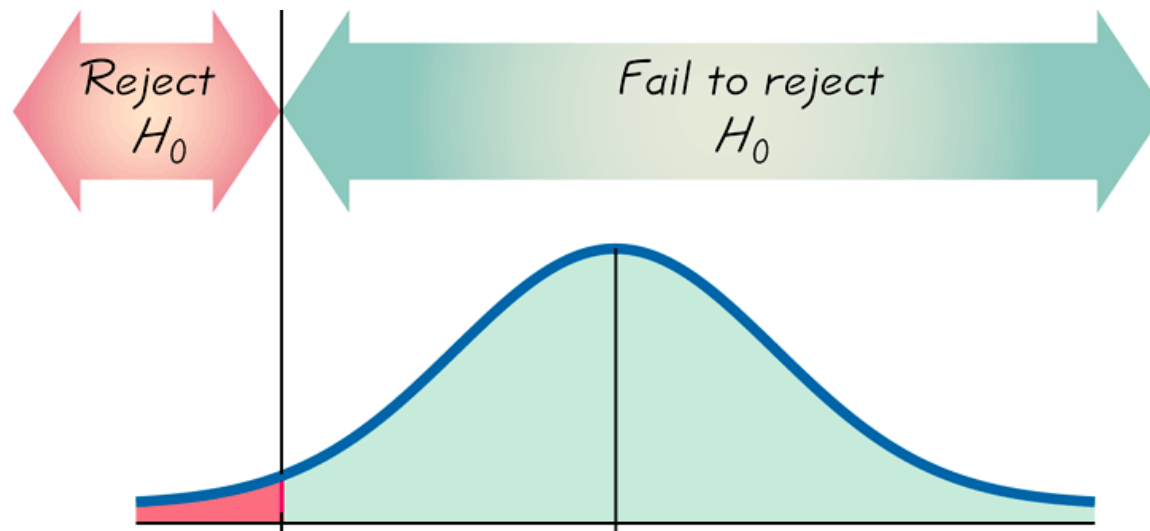


Kiểm định đuôi trái

$$H_0 :=$$

$$H_1 :<$$

α nằm ở đuôi trái



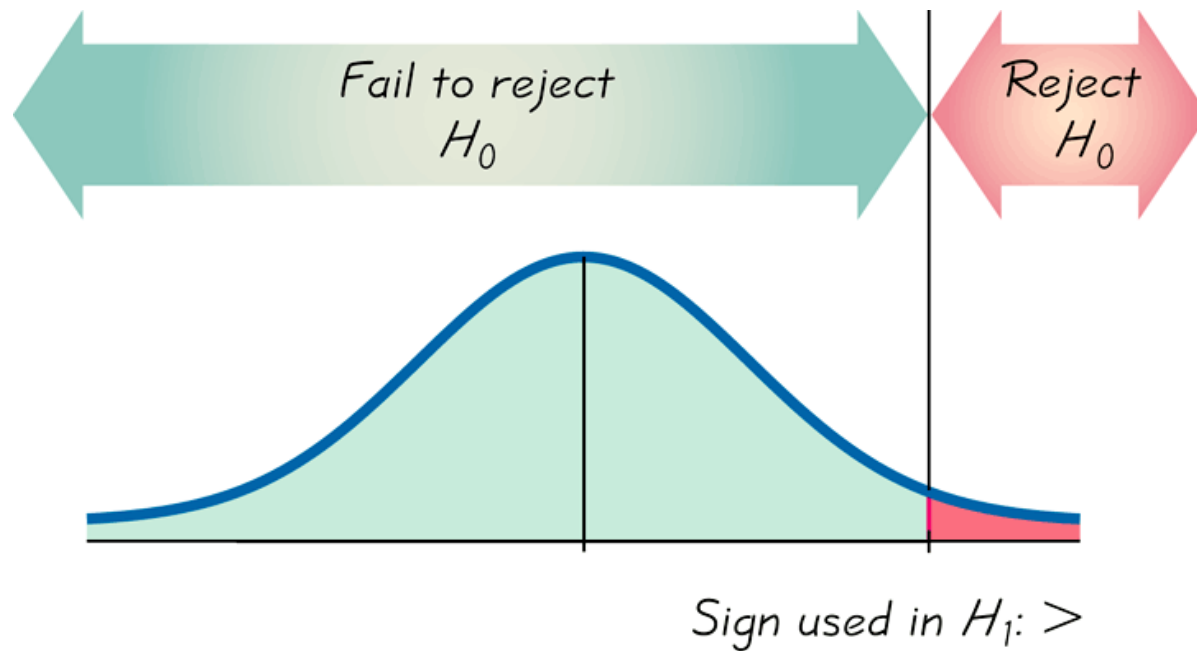
Sign used in H_1 : $<$

Kiểm định đuôi phải

$$H_0 :=$$

α nằm ở đuôi phải

$$H_1 :>$$



P-Value

Giả thuyết null được bác bỏ nếu giá trị P là rất nhỏ, chẳng hạn như 0,05 hoặc ít hơn.

Kiểm định giá trị trung bình trường hợp phương sai biết trước

Trường hợp phương sai biết trước hay mẫu lớn ($n > 30$)

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

Giá trị thống kê:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Phân phối chuẩn chính tắc

Trường hợp mẫu lớn ($n > 30$) thì phương sai của mẫu s^2 có thể được xem như là phương sai của quần thể σ^2

Ví dụ

Quản lý về chất lượng một công ty bóng đèn cần ước lượng tuổi thọ trung bình của một lô hàng các bóng đèn tròn. Độ lệch chuẩn của lô hàng là 100 giờ. Người ta lấy mẫu gồm 64 bóng đèn. Tính trung bình tuổi thọ của bóng đèn trong tập mẫu là 350 giờ.

$$a) H_0: \mu=350$$

$$H_1: \mu \neq 350$$

Chọn mức có ý nghĩa $\alpha=0.05$

Đây là bài toán kiểm định trung bình của quần thể (μ), tập mẫu có kích thước lớn ($n=64$), biết trước phương sai của quần thể ($\sigma^2 = 100^2$)

Ví dụ

Tính giá trị thống kê dùng để kiểm định:

$$z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{350 - 350}{100/\sqrt{64}} = 0$$

z là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn chính tắc

Tính trị số p:

$$P\text{-value} = 2 * P(z > z_0) = 2 * P(z > 0) = 1$$

Vì $p\text{-value} = 1 > \alpha = 0.05$ chấp nhận giả thuyết H_0

Bài tập

Bạn là quản lý một nhà hàng thức ăn nhanh. Bạn muốn xác định thời gian chờ thức ăn trung bình của khách trong tháng vừa qua có thay đổi so với thời gian chờ trung bình 4.5 phút không. Dựa vào kinh nghiệm, giả sử thời gian chờ có phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn 1.2 phút.

Bạn chọn một tập mẫu gồm 25 phiếu gọi thức ăn trong thời gian 1 tiếng. Trung bình của tập mẫu là 5.1 phút. Hãy xác định xem thời gian chờ thức ăn trung bình của khách hàng trong thời gian qua có thay đổi so với thời gian chờ trung bình 4.5 phút không. Chọn mức có ý nghĩa là 0.05

Chọn mức có ý nghĩa $\alpha=0.05$

Đây là bài toán kiểm định trung bình của quần thể (μ), tập mẫu có kích thước lớn ($n=25$), biết trước phương sai của quần thể ($\sigma^2 = 1.2^2$)

Ví dụ

$$H_0: \mu=350$$

$$H_1: \mu \neq 350$$

Tính giá trị thống kê dùng để kiểm định:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{5.1 - 4.5}{1.2/\sqrt{32}} = 2.5$$

z là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn chính tắc

Tính trị số p:

$$P\text{-value} = 2 * P(z > z_0) = 2 * P(z > 2.5) = 0.0455$$

Vì $p\text{-value} = 0.0455 < \alpha = 0.05$ bác bỏ giả thuyết H_0

Kết luận: thời gian chờ thức ăn trung bình của khách trong tháng vừa qua có thay đổi so với thời gian chờ trung bình 4.5 phút.

Chương 8

Kiểm định giả thuyết thống kê

8-1 Giới thiệu

8-2 Các khái niệm cơ bản trong kiểm định giả thuyết thống kê

8-3 Kiểm định phát biểu về giá trị trung bình

8-4 Kiểm định phát biểu về giá trị tỉ lệ

Khái niệm chính

Phần này trình bày các thủ tục để kiểm định một phát biểu về tỷ lệ quần thể.

Khái niệm chính

Phương pháp phổ biến để kiểm định một phát biểu về tỷ lệ quần thể là sử dụng phân phối chuẩn xấp xỉ với phân phối nhị thức

Phần này sử dụng phương pháp gần đúng với phân phối chuẩn

Ký hiệu

n = cỡ mẫu hoặc số thử nghiệm

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

p = tỉ lệ quần thể

$$q = 1 - p$$

Yêu cầu đối với kiểm định phát biểu về tỷ lệ quần thể p

- 1) Các quan sát mẫu là một mẫu ngẫu nhiên đơn giản.
- 2) Các điều kiện cho phân phối nhị thức được thỏa mãn.
- 3) Các điều kiện $np \geq 5$ và $nq \geq 5$ đều thỏa mãn, vì vậy sự phân phối nhị thức của tỷ lệ mẫu có thể xấp xỉ bằng phân phối chuẩn.
- 4) Lưu ý: p là tỷ lệ giả định chứ không phải tỷ lệ mẫu.

Số liệu thống kê để kiểm định phát biểu về tỷ lệ

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

P-values: Sử dụng phân phối chuẩn (Bảng A-2) và tham khảo Hình 8-1

Critical Values: Sử dụng phân phối chuẩn (Bảng A-2).

Thận trọng

Đừng nhầm lẫn giữa P-value với tỷ lệ p .

P -value = là xác suất nhận được một giá trị thống kê để kiểm định ít nhất là cực đại với giá trị đại diện cho dữ liệu mẫu.

p = tỉ lệ quần thể

Ví dụ

Dựa trên thông tin của Liên minh an ninh mạng quốc gia, 93% chủ sở hữu máy tính tin rằng họ có chương trình chống vi rút được cài đặt trên máy tính của họ.

Trong một mẫu ngẫu nhiên của 400 máy tính được quét, người ta tìm thấy 380 trong số các máy tính trên (hoặc 95%) thực sự có chương trình phần mềm chống vi-rút.

Sử dụng dữ liệu mẫu từ các máy tính được quét để kiểm định phát biểu: “93% máy tính có phần mềm chống vi-rút”.

Ví dụ (tt)

Kiểm tra yêu cầu:

1. 400 máy tính được chọn ngẫu nhiên.
2. Có một số thử nghiệm độc lập cố định với hai loại (máy tính có chương trình chống vi-rút hoặc không).
3. Các yêu cầu $np \geq 5$ và $nq \geq 5$ đều thỏa mãn với $n = 400$

$$np = (400)(0.93) = 372$$

$$nq = (400)(0.07) = 28$$

Ví dụ (tt)

1. Yêu cầu ban đầu rằng 93% máy tính có phần mềm chống vi-rút có thể được biểu diễn bằng $p = 0,93$.
2. Ngược lại với yêu cầu ban đầu là $p \neq 0,93$.
3. Các giả thuyết được viết như sau:

$$H_0 : p = 0.93$$

$$H_1 : p \neq 0.93$$

Ví dụ (tt)

4. Đối với mức ý nghĩa, chúng ta chọn $\alpha = 0,05$.
5. Bởi vì chúng ta đang kiểm định một phát biểu về tỷ lệ quần thể, thống kê mẫu có liên quan đến kiểm định này là: \hat{p}

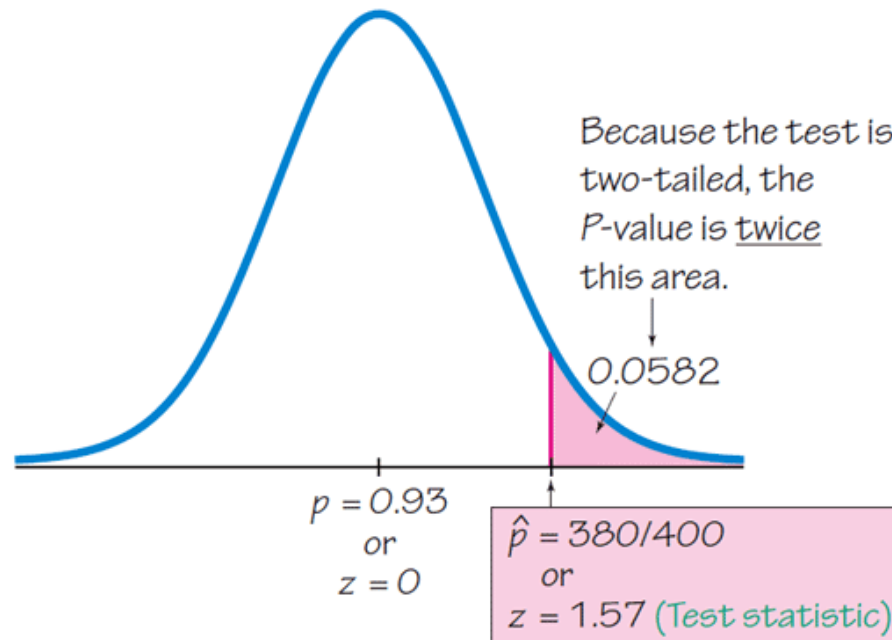
Ví dụ (tt)

6. Số liệu thống kê được tính như sau:

$$z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} = \frac{\frac{380}{400} - 0.93}{\sqrt{\frac{(0.93)(0.07)}{400}}} = 1.57$$

Ví dụ (tt)

6. Bởi vì kiểm định giả thuyết là hai đuôi với một số liệu thống kê để kiểm định là $z = 1,57$, giá trị P gấp hai lần diện tích bên phải $z = 1,57$.
Giá trị $P = 2 * 0,0582 = 0,164$.



Ví dụ (tt)

7. Bởi vì giá trị $P=0.1164$ lớn hơn mức ý nghĩa của $\alpha = 0,05$, chúng ta không từ chối giả thuyết null.
8. Chúng ta không từ chối phát biểu rằng 93% máy tính có phần mềm chống vi-rút. Chúng ta kết luận rằng không có đủ bằng chứng mẫu để đảm bảo từ chối phát biểu rằng 93% máy tính có chương trình chống vi-rút.