

Bài tập chương 1_Toán A2-C2 ĐH

Câu 1 : Tính tích $A.B$ và $B.A$ với A và B là các ma trận :

a. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

b. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

c. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

d. $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 6 & 0 & 0 \\ 9 & 6 & 0 \end{pmatrix}$

e. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

f. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Câu 2 :

a. Cho A là ma trận vuông cấp 100 mà phần tử ở dòng i là i . Tìm phần tử ở dòng 1 cột 3 của ma trận A^2 .

a) 5000

b) 5050

c) 5051

d) 5052.

b. Cho A là ma trận vuông cấp 2007 mà phần tử ở dòng i là $(-1)^i i$. Tìm phần tử ở dòng 2 cột 3 của ma trận A^2 .

a) 2008

b) 2014

c) 2018

d) -2008.

Câu 3 a. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất thỏa $A^n = O$ (ma trận không) và tính biểu

thức $\sum_{n=0}^{100} (-1)^n A^n = I_3 - A + A^2 - A^3 + \dots - A^{99} + A^{100}$

b. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất thỏa $A^n = O$ (ma trận không) và tính biểu thức

$\sum_{n=1}^{200} (-1)^{n+1} A^n = A + A^2 - A^3 + \dots + A^{199} - A^{200}$

Câu 4 a. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận $(I_2 - A)^{15}$.

b. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận A^{10} .

Câu 5. Tính ma trận nghịch đảo của ma trận

a. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

b. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

c. $A = \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ 14 & 7 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

d. $A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -4 & -7 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

Câu 6.

a. Cho hai ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận X thỏa $XA=B$.

b. Cho hai ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận X thỏa $AX=B$.

Bài tập chương 1_Toán A2-C2 ĐH

c. Cho hai ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận X thỏa $XA=B$.

a) $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ b) $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ c) $X = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ d) $X = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

d. Cho hai ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận X thỏa $AX=B$.

a) $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ b) $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^T$ c) $X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^T$ d) Không có ma trận X..

e. Cho hai ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -7 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận X thỏa $XA=B$.

a) $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ b) $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

c) $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}^T$ d) Không có ma trận X..

f. Cho hai ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -7 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận X thỏa $AX=B$.

a) $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ b) $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

c) $X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}^T$ d) Không có ma trận X.

Câu 7 : Tìm hạng của các ma trận sau :

a.; $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 35 \\ 3 & 7 & 9 & 12 & 14 \\ 4 & 8 & 13 & 16 & 20 \end{bmatrix}; A_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & -2 & 1 & 4 \\ 5 & 4 & 1 & 5 & 9 \\ 2 & -5 & 7 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

b. $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 4 & 6 & 9 & 10 \\ 3 & 5 & 7 & 9 & 11 \\ 4 & 6 & 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}; A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & -5 & 4 & -1 \\ 1 & 17 & 4 & 21 \end{bmatrix}; A_5 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 9 & -2 & 3 & -4 & 2 \\ 15 & 0 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix};$

Câu 8 : Tìm điều kiện của m để hạng ma trận bằng 2 :

a. $A_6 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & 5 \\ 3 & 8 & 6 & m+9 \\ 2 & 5 & 4 & m+6 \end{bmatrix}; A_7 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & -4 & 5 \\ 3 & -5 & -7 & 9 \\ 5 & -7 & -9 & m \end{bmatrix}; A_8 = \begin{pmatrix} 3 & m & 0 & 1 \\ 6 & 2m & m & 2 \\ 9 & 3m & 0 & m+2 \\ 15 & 5m+1 & 0 & 7 \end{pmatrix};$

Bài tập chương 1_Toán A2-C2 ĐH

$$A_9 = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 & 2 \\ 2 & 3m-1 & 2 & m+4 \\ 4 & 5m-1 & m+4 & 2m+7 \\ 2 & 2m & 2 & 4 \end{pmatrix};$$

$$A_{13} = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 & 2 \\ 2 & 3m-1 & 2 & m+4 \\ 4 & 5m-1 & m+4 & 2m+7 \\ 2 & 2m & 2 & m+4 \end{pmatrix}$$

$$\text{b. } A_{10} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 8 & 8 \\ 3 & 2 & 8 & m+9 \\ 2 & 1 & 5 & m+6 \end{pmatrix}; A_{11} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 & 5 \\ 3 & -5 & 7 & m \\ 5 & -7 & 9 & m \end{pmatrix}; A_{12} = \begin{pmatrix} 3 & m & 0 & 1 \\ 6 & 2m & m & 2 \\ 9 & 3m & 0 & m+2 \\ 15 & 5m & 0 & 7 \end{pmatrix};$$



Câu 9 : So sánh các cặp định thức

$$\text{a. } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 7 \\ 3 & 6 & 8 & 4 \\ 4 & 8 & 12 & 17 \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 8 & 12 & 17 \\ 3 & 6 & 8 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\text{b. } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 7 \\ 3 & 6 & 8 & -4 \\ 4 & 8 & 12 & 17 \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & 16 \\ 2 & 5 & 4 & 14 \\ 3 & 6 & 8 & -8 \\ 4 & 8 & 12 & 34 \end{vmatrix}$$

$$\text{c. } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ a & b & -c & d \\ 3 & 6 & -8 & 4 \\ 4 & 8 & -12 & 17 \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -6 & 8 \\ 2a & 2b & -2c & 2d \\ 6 & 12 & -16 & 8 \\ 4 & 8 & -12 & 17 \end{vmatrix}$$

$$\text{d. } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & x \\ 2 & 5 & 4 & y \\ 3 & 6 & 8 & z \\ 4 & 8 & 12 & t \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 6-2x \\ 2 & 5 & 4 & 8-2y \\ 3 & 6 & 8 & 16-2z \\ 4 & 8 & 12 & 24-2t \end{vmatrix}$$

Câu 10 : Tính các định thức sau

$$\text{a. } \Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 7 & 0 \\ 7 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 4 & 0 \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 7 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}; \Delta_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}; \Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$$

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} x+1 & x & 1 & 1 \\ 2 & x^2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & 1 \\ x & 0 & 1 & x \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2x & -1 & -1 \\ 1 & x & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix} x & x & -1 & -1 \\ 1 & x^2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix} x & 1 & 0 & 0 \\ 1 & x & 0 & 0 \\ 1 & 1 & x & 2 \\ -1 & -1 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{b. } \Delta_6 = \begin{vmatrix} 7 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 7 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 0 \end{vmatrix}; \Delta_7 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 4 & 8 \end{vmatrix}; \Delta_8 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}; \Delta_9 = \begin{vmatrix} x & 2 & 2 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & x & -1 & -1 \\ 1 & x^2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix} 1 & x & -1 & -1 \\ 1 & x & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix} x & x & 1 & x \\ x & 1 & 1 & 1 \\ x & x & 2 & 1 \\ x & x & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix} x & -1 & 2 & 2 \\ 1 & x & 1 & 4 \\ 0 & 0 & x & -2 \\ 0 & 0 & 2 & x \end{vmatrix} = 0$$

Câu 11.

$$\text{a. } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & m & 4 \\ m & 0 & 0 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix}. \text{ Tìm } m \text{ để } \Delta = 0.$$

$$\text{b. } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix}. \text{ Tìm } m \text{ để } \Delta = 0.$$

Bài tập chương 1_Toán A2-C2 ĐH

c. $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & m \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix}$. Tìm m để $\Delta \geq 0$.

d. $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & m \\ 2 & 5 & m+1 \\ 3 & 7 & m+2 \end{vmatrix}$. Tìm m để $\Delta > 0$.

e. $\Delta = \begin{vmatrix} 2+2m & -5 & 12 \\ m-3 & m+1 & -3m \\ m+3 & -m-1 & 3m \end{vmatrix}$. Tìm m để $\Delta > 0$.

f. $\Delta = \begin{vmatrix} 2+2m & 1 & 4 \\ -3 & -1 & -m \\ m+3 & 1 & m \end{vmatrix}$. Tìm m để $\Delta > 0$.

g. $\Delta = \begin{vmatrix} m & 0 & 2m & m \\ 1 & m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ m & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$. Tìm m để $\Delta > 0$.

h. $\Delta = \begin{vmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 1 & m-1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & m & 0 \\ m & 2m & 0 & 1 \end{vmatrix}$. Tìm m để $\Delta > 0$.

Câu 12 :

a. Ma trận nào sau đây khả nghịch ?

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ c) $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ d) $D = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

e) $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -6 \\ -1 & -4 & 4 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ f) $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ g) $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ h) $D = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

Câu 13 : Tìm a để các ma trận sau đây khả nghịch :

$A_1 = \begin{pmatrix} m+1 & m+2 & 0 \\ 2 & m+2 & 0 \\ m-4 & 3 & m+2 \end{pmatrix}$ $A_2 = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ m & -1 & m-1 \\ 1 & -3 & m-1 \end{pmatrix}$ $A_3 = \begin{pmatrix} m+1 & 1 & 3 \\ m+3 & m+3 & 3 \\ 2m+2 & m+3 & 3 \end{pmatrix}$

Câu 14 :

a. Cho A_3 có $|A| = a \neq 0$. Tính $|3A|$ theo a?

b. Cho A_n có $|A| = 3$ và $A^2 - 3A = 12I_n$. Tính $|A - 3I|$?

c. Cho A_n có $|A| = 6$ và $|A^T \cdot A - A^T| = 12$. Tính $|A - I|$?

d. Cho A là ma trận vuông cấp n khả nghịch có định thức bằng a. Định thức của ma trận $A^T A^2$?

e. Cho A là ma trận vuông cấp n khả nghịch có định thức bằng a. Định thức của ma trận $A^T A^2$?

f. Cho ma trận vuông (cấp 5) $A = (a_{ij})$ $i, j = 1, \dots, 5$ thỏa điều kiện $a_{ij} = a_{ji}, \forall i \neq j$. Biết $\det(A) = \frac{1}{243}$. Tính $\det(3A + 6A^T)$

g. $A = \begin{bmatrix} 2 & a-2 & 4 \\ a-2 & a^2+4 & 3a-2 \\ 4 & 3a-2 & 10 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 & b-2 & 2-b \\ b-2 & a^2+4 & 4b \\ 2-b & 4b & b^2+4 \end{bmatrix}$. Tính $\det A; \det B$?

Bài tập toán cao cấp

Câu 1. Tính hạng của ma trận

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 11 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 14 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \end{pmatrix} & A_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 4 & 6 & 9 & 10 \\ 3 & 5 & 7 & 9 & 11 \\ 4 & 6 & 8 & 10 & 12 \end{pmatrix} & A_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 35 \\ 3 & 7 & 9 & 12 & 14 \\ 4 & 8 & 13 & 16 & 20 \end{pmatrix} & A_4 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix} \\ A_5 &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & -5 & 4 & -1 \\ 1 & 17 & 4 & 21 \end{pmatrix} & A_6 &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 8 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 10 \\ 3 & -5 & -2 & -4 \\ 1 & 17 & 18 & 36 \end{pmatrix} & A_7 &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 9 & 6 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix} & A_8 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 8 & 5 \\ 4 & 2 & 8 & 16 & 10 \\ 5 & 2 & 10 & 20 & 12 \end{pmatrix} & A_9 &= \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 & 1 & 5 \\ 4 & 4 & 6 & 2 & 10 \\ 8 & 6 & 12 & 4 & 20 \\ 10 & 8 & 15 & 5 & 26 \end{pmatrix} \\ A_{10} &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 9 & -2 & 3 & -4 & 2 \\ 15 & 0 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} & A_{11} &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & -2 \\ 4 & 8 & -1 & 2 & 2 \\ 7 & 15 & -9 & 8 & 18 \end{pmatrix} & A &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 4 & -2 \\ 4 & -1 & 2 & 8 & 2 \\ 7 & -9 & 8 & 14 & 18 \end{pmatrix} & A_{13} &= \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & -1 \\ 9 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ 15 & 1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

2. Tìm m để hạng ma trận bằng 2

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 8 & 11 & m+15 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 10+m \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3^2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & m \\ 5 & 7 & 9 & 11 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & m \\ 5 & 7 & 9 & m \end{pmatrix}$$

Câu 2:

a. Cho A là ma trận vuông cấp 100 mà phần tử ở dòng i là i . Tìm phần tử ở dòng 1 cột 3 của ma trận A^2

a) 5000

b) 5050

c) 5051

d) 5052.

$$a_{1j} = 1$$

$$a_{2j} = 2$$

$$a_{ij} = i$$

$$\begin{aligned} & (1+100) + (2+99) \\ & + (3+98) + \dots + (55+56) \\ & = 101 + 101 + 101 + \dots + 101 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{13}(A^2) &= a_1(A) c_3(A) \\ &= (1 \ 1 \ 1 \dots 1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ 100 \end{pmatrix} \\ &= 1+2+3+\dots+100 \\ &= (1+100) \cdot 50 = 5050 \end{aligned}$$

1

Câu 3 a. Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Tìm số ngu'.

thức $\sum_{n=0}^{100} (-1)^n A^n = I_3 - A + A^2 - A^3 + \dots - A^{99} + A^{100} > 0_3$

$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow k=3$

$I_3 - A - A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$A^4 = A^3 \cdot A = 0_3, A = 0_3$

$\Rightarrow A^5 = A^6 = A^7 = \dots = A^{100}$

2

c. $A = \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ 14 & 7 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ tìm A^{-1}

$$= \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ 14 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{7+6} \begin{bmatrix} 1 & +3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

3

a. Cho hai ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận X thỏa $XA=B$.

$$X = B \cdot A^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -6 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

4

c. Cho hai ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận X thỏa $XA=B \Rightarrow X = B \cdot A^{-1}$

a) $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ b) $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ c) $X = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ d) $X = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

C1. Kiểm tra đáp án \Rightarrow X: A mà bằng B \rightarrow 0

C2. $X \cdot A = B \Rightarrow m=2$
 $\begin{matrix} X & A & B \\ m \times n & 2 \times 2 & 2 \times 2 \end{matrix}$
 $n=2$

$$X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a-b & -4a+2b \\ 2c-d & -4c+2d \end{bmatrix}$$

5

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 35 \\ 3 & 7 & 9 & 12 & 14 \\ 4 & 8 & 13 & 16 & 20 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$r(A_1) = 4$$

6

$$A_2 = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & -2 & 1 & 4 \\ 5 & 4 & 1 & 5 & 9 \\ 2 & -5 & 7 & 2 & -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 19 & -11 & 0 & 11 \\ 0 & 11 & -11 & 0 & 11 \\ 0 & -11 & 11 & 0 & -11 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 19 & -11 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & -88 & 0 & 88 \\ 0 & 0 & 88 & 0 & -88 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 19 & -11 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & -88 & 0 & 88 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7

$$b. \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \textcircled{4} \\ 2 & 5 & 4 & 7 \\ 3 & 6 & 8 & -4 \\ 4 & 8 & 12 & 17 \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & \textcircled{16} \\ 2 & 5 & 4 & 14 \\ 3 & 6 & 8 & -8 \\ 4 & 8 & 12 & 34 \end{vmatrix}$$

$\Delta_1 \xrightarrow{C_4' = 2C_4} \Delta_2$
 $\Delta_1' = 2\Delta_1$

$$\Delta_2 = 2 \cdot 2 \Delta_1$$

$$= 4 \Delta_1$$

8

d. $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & x \\ 2 & 5 & 4 & y \\ 3 & 6 & 8 & z \\ 4 & 8 & 12 & t \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 6-2x \\ 2 & 5 & 4 & 8-2y \\ 3 & 6 & 8 & 16-2z \\ 4 & 8 & 12 & 24-2t \end{vmatrix}$

$\underline{d_i} = \lambda \underline{d_i} + k$

$\Delta_1 \xrightarrow{C_4' = -2C_1 + 2C_3} \Delta_2$
 $(C_4' = 2C_3 - 2C_1)$

$\Delta_2 = -2\Delta_1$

9

$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & m & 4 \\ m & 0 & 0 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix}$ Khai triển Laplace

$\xrightarrow{C_2} \begin{vmatrix} m & 4 \\ 1 & m \end{vmatrix}$

$= m \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} m & 4 \\ 1 & m \end{vmatrix}$

$= (-m) \cdot (m^2 - 4)$

$= (-m) (m-2) (m+2)$

$\Delta = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\pm 2 \end{cases}$

10

b. $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix}$

$d_2 = m(-1)$

$= m(2m + 4)$

11

c) $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & m \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix}$

Ưu tiên

1. 2 dòng hoặc 2 cột giống nhau

2. Từ đó

$C_2' = C_2 - C_1$

$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & m \\ 1 & 0 & m \end{vmatrix} = m - 3$

$d_2' = d_2 - 2d_1$

$\overline{d_2'} = d_2' - 3d_1$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & m \\ 0 & 1 & -m+1 \\ 0 & 1 & -2m \end{vmatrix}$

$= (-2m + 1) + m$

$= -m + 1$

12

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \begin{vmatrix} 2+2m & -5 & 12 \\ m-3 & m+1 & -3m \\ m+3 & -m-1 & 3m \end{vmatrix} \quad \underline{\underline{d_3' = d_3 + d_2}} \quad \begin{vmatrix} 2+2m & -5 & 12 \\ m-3 & m+1 & -3m \\ 2m & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 &= 2m (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -5 & 12 \\ m+1 & -3m \end{vmatrix} \\
 &= 2m (15m - 12m - 12) \\
 &= 2m (3m - 12)
 \end{aligned}$$

13

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \begin{vmatrix} 2+2m & 1 & 4 \\ -3 & -1 & -m \\ m+3 & 1 & m \end{vmatrix} \quad \underline{\underline{d_3' = d_3 + d_2}} \quad \begin{vmatrix} 2+2m & 1 & 4 \\ -3 & -1 & -m \\ m & 0 & 0 \end{vmatrix} \\
 &= m (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -m \end{vmatrix} \\
 &= m (-m + 4)
 \end{aligned}$$

14

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$$

$d_2' = d_2 - d_3$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+b+c & b+c+a & c+a+b \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$$

$$= 0$$

15

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} x+1 & x & 1 & 1 \\ 2 & x^2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x & 1 \\ x & 0 & 1 & x \end{vmatrix}$$

$c_1' = c_1 - c_4$

$$\begin{vmatrix} x & x & 1 & 1 \\ 1 & x^2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & x & 1 \\ 0 & 0 & 1 & x \end{vmatrix}$$

$$= (x^3 - x)(x^2 - 1)$$

16

$$\begin{vmatrix} 1 & 2x & -1 & -1 \\ 1 & x & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x & x & -1 & -1 \\ 1 & x^2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{for } x$$

$\xrightarrow{\substack{C_3 + C_1 \\ C_4 + C_1}} \begin{vmatrix} 1 & 2x & 0 & 0 \\ 1 & x & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$= -8x$

17

$$\Delta_{\overline{g}} = \begin{vmatrix} x & 2 & 2 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix} \quad \underline{d_1 = d_1 + d_2 + d_3} \quad \begin{vmatrix} x+4 & x+4 & x+4 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix}$$

$$= (x+4) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix}$$

$$= (x+4) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & x-2 & 0 \\ 0 & 0 & x-2 \end{vmatrix} = (x+4)(x-2)^2$$

18

$$\Delta = \begin{vmatrix} \cancel{m} & \cancel{0} & 2m & m \\ 1 & \cancel{m-1} & m & 0 \\ \cancel{1} & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} \\ m & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \text{ Tìm } m \text{ để } \Delta > 0.$$

$$= \begin{vmatrix} 2m & m \\ m & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ m & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (-m^2) \cdot (-m) = m^3$$

19

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$$

$$\underline{d_2' = d_2 - d_3} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+b+c & b+c+a & c+a+b \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$$

20

$$\Delta_{\overline{g}} = \begin{vmatrix} x & 2 & 2 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix} \xrightarrow{d_1' = d_1 + d_2 + d_3} \begin{vmatrix} x+4 & x+4 & x+4 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix}$$

$$= (x+4) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{vmatrix}$$

$$= (x+4) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & x-2 & 0 \\ 0 & 0 & x-2 \end{vmatrix} = (x+4)(x-2)^2$$

21

$$\Delta = \begin{vmatrix} m & 0 & 2m & m \\ 1 & m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ m & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \text{ . Tìm } m \text{ để } \Delta > 0.$$

22