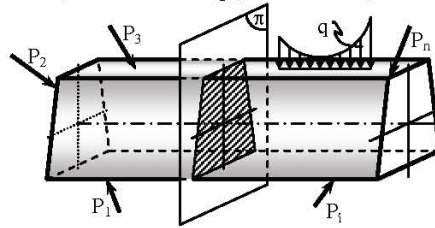


I. Hợp lực của nội lực trên tiết diện - ứng lực.

Một chi tiết dạng thanh được đặc trưng bởi trục thanh và mặt cắt ngang của nó. Chúng ta hay thường xét những mặt cắt vuông góc với trục của nó và gọi là tiết diện.

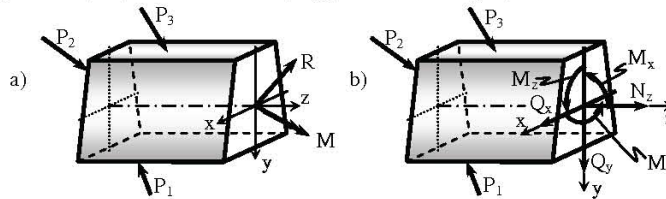
Hình 4.1: Phương pháp mặt cắt ngang.



Để tìm nội lực trên tiết diện của thanh ta sử dụng phương pháp mặt cắt: tưởng tượng cắt thanh tại tiết diện cần khảo sát bằng mặt cắt π (hình 4.1). Xét sự cân bằng của một phần nào đó, chẳng hạn phần bên trái (hình 4.2a). Phần này được cân bằng nhờ tác dụng của ngoại lực và hệ các nội lực trên tiết diện của phần bên phải tác dụng lên nó. Hợp của hệ nội lực phân bố trên mặt cắt khi thu về điểm nằm trên trục thanh được vectơ chính R và mômen chính M như trên hình 4.2a.

Vectơ chính R được phân ra ba thành phần theo ba trục tọa độ N_z, Q_x, Q_y ; Vectơ mômen chính M được phân ra ba thành phần quay quanh ba trục tọa độ M_x, M_y, M_z hình 4.2b. Kết quả là nhận được sáu thành phần nội lực trên tiết diện gọi là các ứng lực.

Hình 4.2: Hợp của nội lực trên tiết diện.



Trong hệ tọa độ $Cxyz$: Trục z trùng với phương pháp tuyến của mặt cắt ngang, còn hai trục kia nằm trong mặt cắt ngang.

Thành phần lực dọc theo phương z ký hiệu là N_z gọi là lực dọc, hai thành phần nằm trong mặt cắt và hướng theo trục x và y ký hiệu là Q_x và Q_y được gọi là lực cắt.

Các mômen quay quanh trục x và y ký hiệu là M_x và M_y được gọi là mômen uốn, còn mômen quay quanh trục z ký hiệu là M_z được gọi là mômen xoắn.

Sáu thành phần này được gọi là các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang hay còn gọi là các ứng lực hình 4.2b. Chúng được xác định từ 6 phương trình cân bằng độc lập.

Ba phương trình cân bằng hình chiếu lên ba trục tọa độ:

$$\begin{aligned} N_z + \sum_{i=1}^n Z(P_i) &= 0 \\ Q_y + \sum_{i=1}^n Y(P_i) &= 0 \\ Q_x + \sum_{i=1}^n X(P_i) &= 0 \end{aligned} \quad (4.1).$$

Trong đó $Z(P_i)$, $X(P_i)$, $Y(P_i)$ là hình chiếu của các lực P_i xuống các trục z , x , y .

LÊ THANH PHONG

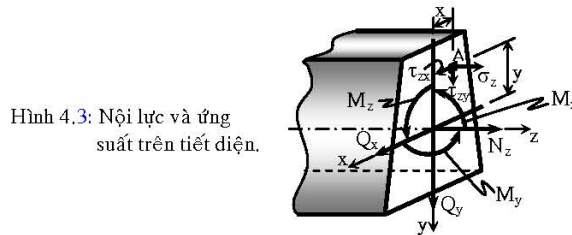
Ba phương trình cân bằng mômen đối với ba trục tọa độ:

$$\begin{aligned} M_x + \sum_{i=1}^n m_x(P_i) &= 0 \\ M_y + \sum_{i=1}^n m_y(P_i) &= 0 \\ M_z + \sum_{i=1}^n m_z(P_i) &= 0 \end{aligned} \quad (4.2).$$

Trong đó: $m_y(P_i)$, $m_z(P_i)$, $m_x(P_i)$ - mômen của các lực P_i đối với các trục x , y , z .

Các thành phần nội lực có liên hệ với các thành phần ứng suất như sau:

- Lực dọc là tổng các ứng suất pháp.
- Lực cắt là tổng các ứng suất tiếp cùng phương với nó.
- Mômen uốn là tổng các mômen gây ra bởi các ứng suất đối với trục x hoặc y .
- Mômen xoắn là tổng các mômen của các ứng suất tiếp đối với trục z .



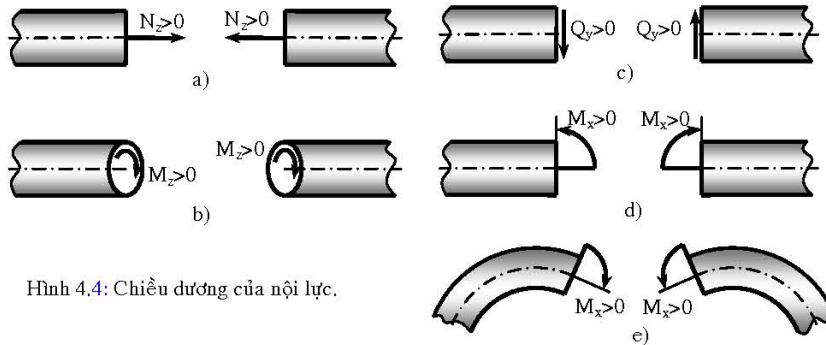
Hình 4.3: Nội lực và ứng suất trên tiết diện.

Nếu gọi σ_z , τ_{zx} , τ_{zy} là các thành phần ứng suất tại điểm $A(x,y)$ trên mặt cắt ngang hình 4.3, ta có các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} N_z &= \int_F \sigma_z dF & M_x &= \int_F \sigma_z y dF \\ Q_y &= \int_F \tau_{zy} dF & M_y &= \int_F \sigma_z x dF \\ Q_x &= \int_F \tau_{zx} dF & M_z &= \int_F (\tau_{zx} \cdot y - \tau_{zy} \cdot x) dF \end{aligned} \quad (4.3).$$

Trong đó dF là phần tử diện tích bao quanh điểm $A(x,y)$.

Nhờ các quan hệ (4.3) mà ta có thể tìm được các thành phần ứng suất khi biết các thành phần nội lực.



Hình 4.4: Chiều dương của nội lực.

Qui ước dấu của các thành phần nội lực:

- Lực dọc được xem là dương khi có chiều hướng ra ngoài mặt cắt (nghĩa là gây kéo cho đoạn thanh đang xét), hình 4.4a.

LÊ THANH PHONG

- Mômen xoắn qui ước dương khi nhìn vào mặt cắt thấy quay cùng chiều kim đồng hồ, hình 4.4b.
- Lực cắt được xem là dương khi có khuynh hướng làm quay đoạn thanh đang xét theo chiều kim đồng hồ, hình 4.4c.
- Mômen uốn được xem là dương khi có xu hướng làm căng lớp vật liệu bên dưới đối với những thanh nằm ngang, hình 4.4d hoặc có xu hướng làm cho các thanh cong bị cong thêm, hình 4.4e.

II. Biểu đồ nội lực.

1. Định nghĩa.

Biểu đồ nội lực là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của nội lực dọc theo trục thanh. Hoành độ của biểu đồ lấy song song với trục thanh. Tung độ là các giá trị của nội lực tại các mặt cắt ngang tương ứng.

Đoạn chịu lực: là đoạn trong đó nội lực được biểu diễn bởi một hàm số duy nhất.

Cách chia đoạn chịu lực: Đoạn chịu lực được chia tại những nơi giới hạn của lực, mômen phân bố, những nơi có lực, mô men tập trung.

2. Vẽ biểu đồ nội lực bằng phương pháp mặt cắt biến thiên.

Thanh có bao nhiêu đoạn chịu lực thì ta tưởng tượng có bấy nhiêu mặt cắt cắt thanh ra làm hai phần. Xét cân bằng của một phần nào đó, dưới tác dụng của các ngoại lực và hệ nội lực do phần còn lại tác dụng, bằng cách đặt thêm các thành phần nội lực tại mặt cắt đó theo chiều qui ước dương.

Xác lập biểu thức nội lực trong từng đoạn nhờ vào các phương trình cân bằng tĩnh học, khi ta xét cân bằng phần thanh bị cắt ra theo (4.1) và (4.2).

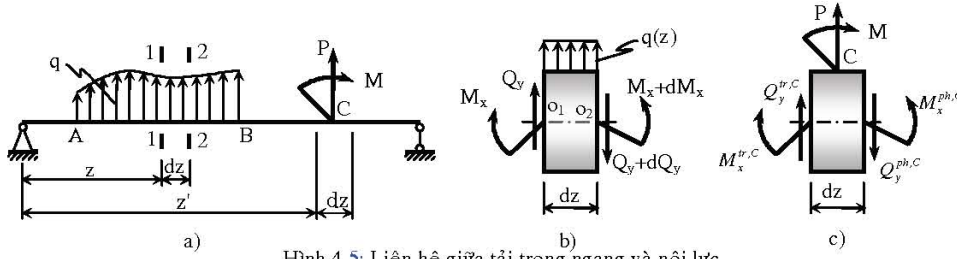
Dựng hệ trục tọa độ. Dựa vào các biểu thức nội lực, vẽ đồ thị biểu diễn mối liên hệ giữa tọa độ dọc theo thanh và nội lực trong từng đoạn thanh tương ứng. Đó chính là các biểu đồ nội lực cần tìm.

3. Vẽ biểu đồ nội lực bằng phương pháp vẽ nhanh.

a- Liên hệ vi phân giữa mômen uốn, lực cắt và tải trọng ngang phân bố.

- Vấn đề: Đã biết lực cắt và mômen uốn ở mặt cắt bên phải của đoạn chịu lực, chẳng hạn tại A: $Q_y^{ph,A}, M_x^{ph,A}$, biết hàm tải trọng ngang phân bố trong đoạn chịu lực, đoạn AB: $q^{AB}(z)$.
- Yêu cầu: Xác định bậc của hàm lực cắt Q_y và mômen uốn M_x , tính lỗi lỏm, điểm uốn (nếu có) của các hàm này trong đoạn chịu lực AB. Đồng thời suy ra lực cắt và mô men uốn tại mặt cắt bên trái cuối đoạn chịu lực (điểm B): $Q_y^{tr,B}, M_x^{tr,B}$. Nếu thiết lập được các quan hệ vi phân giữa mômen uốn M_x , lực cắt Q_y , và tải trọng phân bố $q(z)$, thì sẽ giúp ta xác định được bậc của đường cong, tính lỗi lỏm, cực trị và đặc biệt là sự chênh lệch của các hàm nội lực M_x, Q_y ở đầu và cuối mỗi đoạn chịu lực khi đã biết quy luật của tải trọng phân bố $q(z)$.

Tưởng tượng cắt dầm bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2 cách nhau một đoạn vi phân dz có tọa độ z (hình 4.5a).



Hình 4.5: Liên hệ giữa tải trọng ngang và nội lực.

Xét cân bằng đoạn vi phân tách ra (hình 4.5b):

$$\sum F = 0 \Rightarrow Q_y - (Q_y + dQ_y) + q(z)dz = 0 \Rightarrow \frac{dQ_y}{dz} = q(z) \quad (4.4).$$

$$\sum m_{O_2} = 0 \Rightarrow M_x - (M_x + dM_x) + Q_y dz + \frac{q(z) \cdot (dz)^2}{2} = 0$$

Bỏ qua vô cùng bé bậc hai $(dz)^2$ dẫn đến:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y \quad (4.5).$$

Kết hợp (4.4) và (4.5) :

$$\frac{d^2 M_x}{dz^2} = \frac{dQ_y}{dz} = q(z) \quad (4.6).$$

Vậy đạo hàm bậc nhất theo z của mômen uốn bằng lực cắt. Đạo hàm bậc hai của mômen uốn bằng đạo hàm bậc nhất của lực cắt và bằng cường độ lực phân bố.

Chiều trục z hướng từ trái sang phải, lực phân bố mang dấu dương nếu hướng lên.

Mặt khác từ (4.4), (4.5) ta rút ra được:

$$\text{Từ (4.4) suy ra } dQ_y = qdz \Rightarrow \int_A^B dQ_y = \int_A^B q(z)dz \Rightarrow \Delta Q_y^{AB} = Q_y^{tr,B} - Q_y^{ph,A} = S_q^{AB}$$

Hay $Q_y^{tr,B} = Q_y^{ph,A} + S_q^{AB} \quad (4.7).$

$$\text{Từ (4.5) suy ra } dM_x = Q_y dz \Rightarrow \int_A^B dM_x = \int_A^B Q_y dz \Rightarrow \Delta M_x^{AB} = M_x^{tr,B} - M_x^{ph,A} = S_{Q_y}^{AB}$$

Hay $M_x^{tr,B} = M_x^{ph,A} + S_{Q_y}^{AB} \quad (4.8).$

$S_q^{AB}, S_{Q_y}^{AB}$ - diện tích của biểu đồ tải trọng phân bố $q(z)$ và diện tích của biểu đồ lực cắt Q_y trong đoạn AB.

$\Delta Q_y^{AB}, \Delta M_x^{AB}$ - Độ chênh lệch lực cắt và mômen uốn giữa hai mặt cắt: bên phải của A và bên trái của B.

S_q^{AB} mang dấu dương (+) khi lực phân bố $q(z)$ hướng lên trên. $S_{Q_y}^{AB}$ mang dấu dương (+) khi diện tích của biểu đồ lực cắt Q_y là dương (ở phía trên trục hoành) và ngược lại.

Nhận xét:

Theo các quan hệ (4.4), (4.5), (4.6) thì: Hàm của lực cắt Q_y cao hơn hàm của tải trọng phân bố $q(z)$ một bậc. Hàm của mô men M_x cao hơn hàm của lực cắt Q_y một bậc và cao hơn hàm của lực phân bố $q(z)$ hai bậc. Nếu M_x là hàm số bậc hai thì bề lõm của nó luôn hướng lấy các mũi tên của lực phân bố $q(z)$.

Mặt khác theo (4.5) thì nơi nào trên sơ đồ tính hàm lực cắt Q_y triệt tiêu thì hàm mômen tại tiết diện đó đạt cực trị.

LÊ THANH PHONG

Lực cắt Q_y và mô men uốn M_x tại một tiết diện nào đó có thể biết được khi đã biết lực cắt và mô men uốn tại một tiết diện trước đó theo công thức (4.7), (4.8).

b- Liên hệ giữa mômen uốn, lực cắt và tải trọng ngang tập trung.

- Vấn đề: Đã biết lực cắt và mômen uốn ở mặt cắt bên trái tại những nơi giới hạn của đoạn chịu lực, chẳng hạn tại C: $Q_y^{tr,C}, M_x^{tr,C}$, biết tải trọng tập trung tại C: P, M (có thể P , hoặc M không tồn tại) hình 4.5a.
- Yêu cầu: Xác định lực cắt và mômen uốn tại mặt cắt bên phải của điểm C: $Q_y^{ph,C}, M_x^{ph,C}$. hình 4.5c.

Tưởng tượng cắt dầm bởi hai mặt cắt cách nhau một đoạn vi phân dz ở hai bên điểm C có tọa độ z' (hình 4.5a).

Xét cân bằng đoạn vi phân tách ra (hình 4.5c) ta có:

$$\sum Y = 0 \Rightarrow Q_y^{tr,C} + P - Q_y^{ph,C} = 0 \Rightarrow \Delta Q_y = Q_y^{ph,C} - Q_y^{tr,C} = P$$

Hay $Q_y^{ph,C} = Q_y^{tr,C} + P$ (4.9).

$$\sum m_C = 0 \Rightarrow M_x^{tr,C} + Q_y^{tr,C} \cdot \frac{dz}{2} + M - M_x^{ph,C} + Q_y^{ph,C} \cdot \frac{dz}{2} = 0$$

Bỏ qua các vô cùng bé bậc nhất $\Rightarrow \Delta M_x = M_x^{ph,C} - M_x^{tr,C} = M$

Hay $M_x^{ph,C} = M_x^{tr,C} + M$ (4.10).

$\Delta Q_x, \Delta M_x$ - Độ chênh lệch lực cắt và mômen uốn (bước nhảy) giữa hai mặt cắt bên phải và bên trái tại điểm có lực hoặc mômen tập trung.

Trong các công thức (4.9) và (4.10) P mang dấu dương (+) khi lực tập trung P hướng lên trên. M mang dấu dương (+) khi mômen tập trung M quay cùng chiều kim đồng hồ và ngược lại.

Để thực hiện vẽ nhanh biểu đồ nội lực ta lưu ý đến các nhận xét về các quan hệ vi phân giữa các đại lượng và bước nhảy trong các công thức (4.4) đến (4.10).

Nhận xét:

- Khi thực hiện vẽ từ trái sang phải:

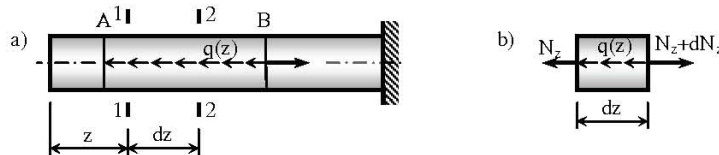
Theo công thức (4.9): Nơi nào trên sơ đồ tính có lực tập trung thì tại nơi đó trên biểu đồ lực cắt Q_y có bước nhảy, trị số của bước nhảy bằng trị số của lực tập trung. Chiều của bước nhảy cùng(*) chiều với lực tập trung.

Theo công thức (4.10): Nơi nào trên sơ đồ tính có mômen tập trung thì tại nơi đó trên biểu đồ mômen uốn M_x có bước nhảy, trị số của bước nhảy bằng trị số của mômen tập trung. Chiều của bước nhảy là hướng xuống (dương) nếu mômen tập trung quay cùng(*) chiều kim đồng hồ.

- Khi thực hiện vẽ từ phải sang trái: Những nơi đánh dấu “*” có nghĩa ngược lại.

c- Liên hệ giữa lực dọc và các tải trọng dọc.

Trường hợp xét các tải trọng dọc theo thanh hình 4.6a. Tưởng tượng cắt thanh bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2 cách nhau một đoạn vi phân dz có tọa độ z (hình 4.6a)



Hình 4.6: Liên hệ giữa tải trọng dọc và nội lực.

Xét cân bằng đoạn vi phân tách ra (hình 4.6b):

$$\sum Z = -N_z - q_{dọc} \cdot dz + N_z + dN_z = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{dN_z}{dz} = q_{dọc} \quad (4.11).$$

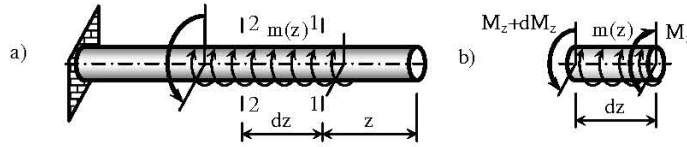
$$dN_z = q_{dọc} dz \Rightarrow \int_A^B dN_z = \int_A^B q_{dọc} dz \Rightarrow \Delta N_z^{AB} = N_z^{tr,B} - N_z^{ph,A} = \int_A^B q_{dọc} dz$$

$$\text{Hay} \quad N_z^{tr,B} = N_z^{ph,A} + \int_A^B q_{dọc} dz \quad (4.12).$$

Các công thức (4.11), (4.12) cho ta cách vẽ biểu đồ lực dọc bằng phương pháp vẽ nhanh.

d- Liên hệ giữa mômen xoắn và các tải trọng mômen xoắn.

Trường hợp thanh chịu các mômen tải trọng gây xoắn hình 4.7a. Tưởng tượng cắt thanh bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2 cách nhau một đoạn vi phân dz có tọa độ z (hình 4.7a)



Hình 4.7: Liên hệ giữa mômen tải trọng và nội lực.

Xét cân bằng đoạn vi phân tách ra (hình 4.7b):

$$\Sigma m_z = M_z + m \cdot dz - (M_z + dM_z) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{dM_z}{dz} = m \quad (4.13).$$

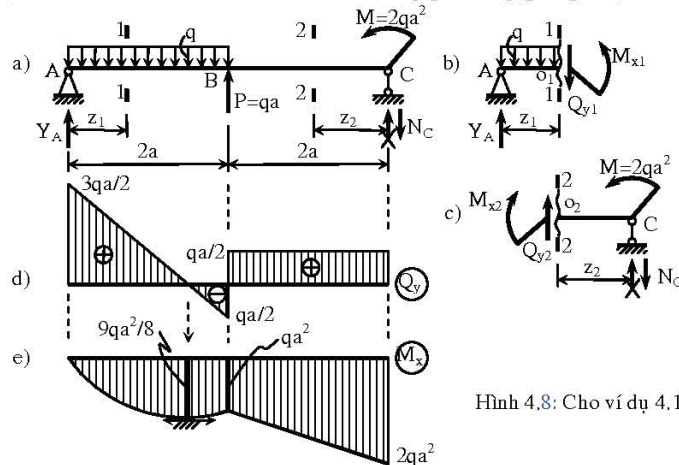
$$dM_z = m \cdot dz \Rightarrow \int_A^B dM_z = \int_A^B m \cdot dz \Rightarrow \Delta M_z^{AB} = M_z^{tr,B} - M_z^{ph,A} = \int_A^B m \cdot dz$$

$$\text{Hay} \quad M_z^{tr,B} = M_z^{ph,A} + \int_A^B m \cdot dz \quad (4.14).$$

Các công thức (4.13), (4.14) ta sẽ vẽ được biểu đồ mômen xoắn bằng phương pháp vẽ nhanh.

Ví dụ 4.1.

Vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho trên hình 4.8a bằng phương pháp mặt cắt biến thiên.



Hình 4.8: Cho ví dụ 4.1.

Giải.

Xác định phản lực:

$$\Sigma m_A = -M - P \cdot 2a + q \cdot 2a \cdot a - N_C \cdot 4a = 0 \Rightarrow N_C = -qa/2. \quad N_C \text{ có chiều đi xuống.}$$

$$\Sigma m_C = -M + P \cdot 2a - q \cdot 2a \cdot 3a + Y_A \cdot 4a = 0 \Rightarrow Y_A = 3qa/2.$$

Vẽ biểu đồ:

LÊ THANH PHONG

- Xét đoạn AB:

Dùng mặt cắt 1-1 gốc tại A có tọa độ z_1 ($0 \leq z_1 \leq 2a$). Xét cân bằng phần bên trái của dầm (hình 4.8b):

$$\Sigma Y = Y_A - q \cdot z_1 - Q_{y1} = 0 \Rightarrow Q_{y1} = -qz_1 + 3qa/2 \quad (a).$$

$$\Sigma m_{o1} = Y_A \cdot z_1 - qz_1^2/2 - M_{x1} = 0 \Rightarrow M_{x1} = -qz_1^2/2 + 3qaz_1/2 \quad (b).$$

Trong đoạn AB Q_{y1} là hàm bậc nhất, M_{x1} là parabol bậc hai.

$$\frac{dM_{x1}}{dz_1} = -qz_1 + \frac{3}{2}qa = 0 \Rightarrow z_1 = \frac{3}{2}a; M_{x1}|_{z_1=\frac{3}{2}a} = -\frac{1}{2}q\left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \frac{3}{2}qa \cdot \frac{3}{2}a = \frac{9}{8}qa^2; \frac{d^2M_{x1}}{dz_1^2} = -q < 0$$

Đồ thị M_x quay bẻ lõm lên trên. Các giá trị đặc biệt:

$$z_1 = 0: \quad Q_{y1} = 3qa/2; \quad M_{x1} = 0.$$

$$z_1 = 2a: \quad Q_{y1} = -qa/2; \quad M_{x1} = qa^2.$$

$$z_1 = 3a/2: \quad Q_{y1} = 0; \quad M_{x1} = 9qa^2/8.$$

- Xét đoạn BC:

Dùng mặt cắt 2-2 gốc tại C, tọa độ z_2 ($0 \leq z_2 \leq 2a$). Xét cân bằng phần bên phải của dầm (hình 4.8c):

$$\Sigma Y = -N_C + Q_{y2} = 0 \Rightarrow Q_{y2} = qa/2 \quad (c).$$

$$\Sigma m_{o2} = -M + N_C \cdot z_2 + M_{x2} = 0 \Rightarrow M_{x2} = -qaz_2/2 + 2qa^2 \quad (d).$$

Trong đoạn CB Q_y là hằng số còn M_x là hàm bậc nhất. Các giá trị đặc biệt:

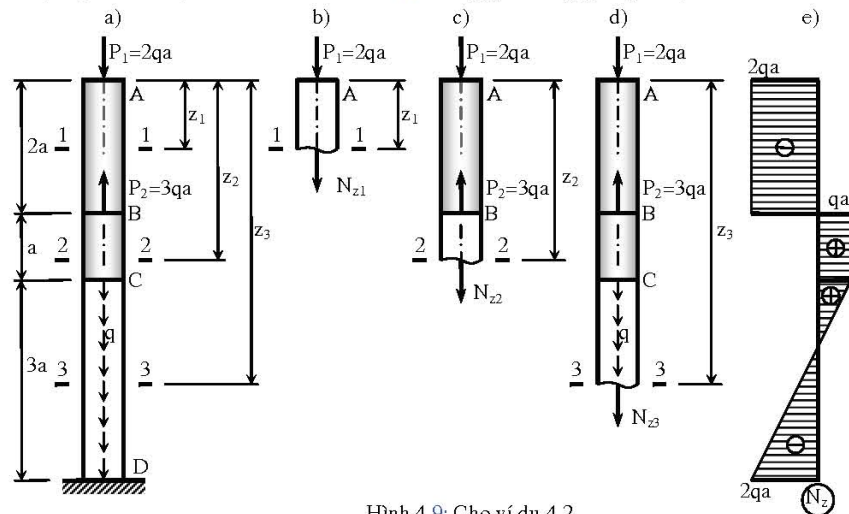
$$z_2 = 0: \quad Q_{y2} = qa/2; \quad M_{x2} = 2qa^2.$$

$$z_2 = 2a: \quad Q_{y1} = qa/2; \quad M_{x2} = qa^2.$$

Dựa vào các biểu thức (a), (b), (c), (d) vẽ được biểu đồ lực cắt (hình 4.8d) và mômen uốn (hình 4.8e).

Ví dụ 4.2.

Về biểu đồ nội lực của cột cho trên hình 4.9a bằng phương pháp mặt cắt biến thiên.



Hình 4.9: Cho ví dụ 4.2.

Giải.

- Xét đoạn AB:

Dùng mặt cắt 1-1 gốc tại A, tọa độ z_1 ($0 \leq z_1 \leq 2a$). Xét cân bằng phần trên của cột (hình 4.9b):

LÊ THANH PHONG

$$\Sigma Z = -P_1 - N_{z1} = 0 \Rightarrow N_{z1} = -2qa. \quad N_{z1} \text{ là hằng số trong đoạn AB.}$$

- Xét đoạn BC:

Dùng mặt cắt 2-2 gốc tại A, tọa độ z_2 ($2a \leq z_2 \leq 3a$). Xét cân bằng phần trên hình 4.9c:

$$\Sigma Z = -P_1 + P_2 - N_{z2} = 0 \Rightarrow N_{z2} = qa. \quad N_{z2} \text{ là hằng số trong đoạn BC.}$$

- Xét đoạn CD:

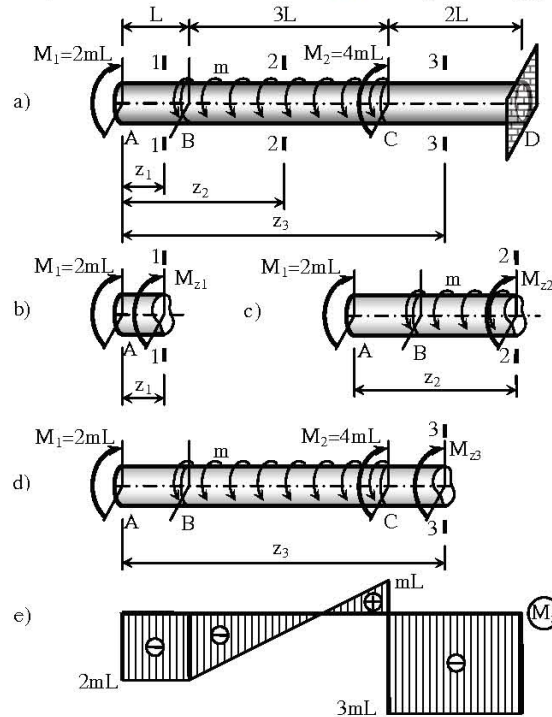
Dùng mặt cắt 3-3 gốc tại A, tọa độ z_3 ($3a \leq z_3 \leq 6a$). Xét cân bằng phần trên của cột (hình 4.9d):

$$\Sigma Z = -P_1 + P_2 - q(z_3 - 3a) - N_{z3} = 0 \Rightarrow N_{z3} = -qz_3 + 4qa. \quad N_{z3} \text{ là bậc nhất trong đoạn CD.}$$

Biểu đồ lực dọc được vẽ trên hình 4.9e.

Ví dụ 4.3.

Về biểu đồ nội lực trục chịu xoắn cho trên hình 4.10a bằng phương pháp mặt cắt biến thiên.



Hình 4.10: Cho ví dụ 4.3.

Giải.

- Xét đoạn AB:

Tưởng tượng cắt trục bằng mặt cắt 1-1 gốc tại A, tọa độ z_1 ($0 \leq z_1 \leq L$). Xét cân bằng phần bên trái của trục (hình 4.10b):

$$\Sigma m_z = M_1 + M_{z1} = 0 \Rightarrow M_{z1} = -2mL. \quad M_{z1} \text{ là hằng số trong đoạn AB.}$$

- Xét đoạn BC:

Dùng mặt cắt 2-2 gốc tại A, tọa độ z_2 ($L \leq z_2 \leq 4L$). Xét cân bằng phần bên trái của trục (hình 4.10c):

$$\Sigma m_z = M_1 - m(z_2 - L) + M_{z2} = 0 \Rightarrow M_{z2} = mz_2 - 3mL. \quad M_{z2} \text{ là bậc nhất trong đoạn BC.}$$

- Xét đoạn BC:

Dùng mặt cắt 3-3 gốc tại A, tọa độ z_3 ($4L \leq z_3 \leq 6L$). Xét cân bằng phần bên trái của trục (hình 4.10d):

$$\Sigma m_z = M_1 - m.3L + M_2 + M_{z3} = 0 \Rightarrow M_{z3} = -3mL. \quad M_{z3} \text{ là hằng số trong đoạn CD.}$$

LÊ THANH PHONG

Biểu đồ mômen xoắn được vẽ trên hình 4.10e.

Ví dụ 4.4.

Vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho trên hình 4.11a bằng phương pháp vẽ nhanh.

Giải.

Xác định phản lực:

$$\Sigma m_B = M - P.2a + q.4a.2a - Y_C.3a = 0 \Rightarrow Y_C = 8qa/3.$$

$$\Sigma m_C = M - P.5a - q.4a.a + N_B.3a = 0 \Rightarrow N_B = 7qa/3.$$

Vẽ biểu đồ: Vẽ từ **trái** sang **phải**.

a. Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y (hình 4.11b):

- Đoạn AB:

$$\text{Tung độ đầu: } Q_y^{ph,A} = Q_y^{tr,A} - P = 0 - qa = -qa.$$

Bậc của biểu đồ: trong đoạn AB $q(z) = 0 \Rightarrow Q_y$ hằng số.

$$\text{Tung độ cuối: } Q_y^{tr,B} = Q_y^{ph,A} = -qa.$$

- Đoạn BC:

$$\text{Tung độ đầu: } Q_y^{ph,B} = Q_y^{tr,B} + N_B = -qa + \frac{7}{3}qa = \frac{4}{3}qa.$$

Bậc của biểu đồ: trong đoạn BC $q(z) = const \Rightarrow Q_y$ bậc nhất.

$$\text{Tung độ cuối: } Q_y^{tr,C} = Q_y^{ph,B} + S_q^{BC} = \frac{4}{3}qa - 3qa = -\frac{5}{3}qa.$$

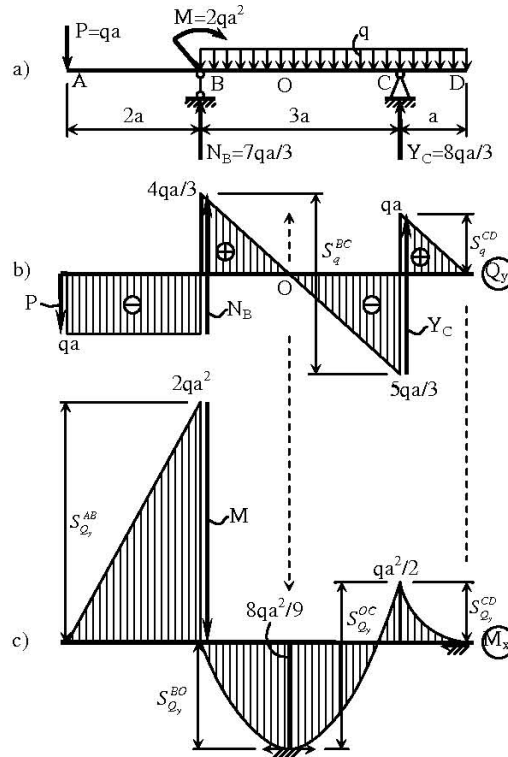
- Đoạn CD:

$$\text{Tung độ đầu: } Q_y^{ph,C} = Q_y^{tr,C} + Y_C = -\frac{5}{3}qa + \frac{8}{3}qa = qa.$$

Bậc của biểu đồ: trong đoạn CD $q(z) = const \Rightarrow Q_y$ bậc nhất.

$$\text{Tung độ cuối: } Q_y^{tr,D} = Q_y^{ph,C} + S_q^{CD} = qa - qa = 0.$$

LÊ THANH PHONG



Hình 4.11: Cho ví dụ 4.4.

b. Vẽ biểu đồ mômen uốn M_x (hình 4.11c):

- Đoạn AB:

Tung độ đầu: $M_x^{ph,A} = M_x^{tr,A} = 0$.

Bậc của biểu đồ: trong đoạn AB $Q_y = const \Rightarrow M_x$ bậc nhất.

Tung độ cuối: $M_x^{tr,B} = M_x^{ph,A} + S_{Q_y}^{AB} = 0 - qa \cdot 2a = -2qa^2$.

- Đoạn BC:

Tung độ đầu: $M_x^{ph,B} = M_x^{tr,B} + M = -2qa^2 + 2qa^2 = 0$.

Bậc của biểu đồ: Q_y bậc nhất $\Rightarrow M_x$ bậc hai. Bề lõm của hàm bậc hai quay lên trên.

Q_y triệt tiêu tại O $\Rightarrow M_x$ đạt cực trị tại O ($BO = 4a/3$).

Tung độ của điểm cực trị và tung độ cuối:

$$M_x^O = M_x^{ph,B} + S_{Q_y}^{BO} = 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} qa \cdot \frac{4}{3} a = \frac{8}{9} qa^2.$$

$$M_x^{tr,C} = M_x^O + S_{Q_y}^{OC} = \frac{8}{9} qa^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} qa \cdot \frac{5}{3} a = -\frac{1}{2} qa^2.$$

- Đoạn CD:

Tung độ đầu: $M_x^{ph,C} = M_x^{tr,C} + 0 = -qa^2/2$.

Bậc của biểu đồ: Q_y bậc nhất $\Rightarrow M_x$ bậc hai. Bề lõm của hàm bậc hai quay lên trên.

Q_y triệt tiêu tại D $\Rightarrow M_x$ đạt cực trị tại D.

Tung độ cuối: $M_x^{tr,D} = M_x^{ph,C} + S_{Q_y}^{CD} = -\frac{1}{2} qa^2 + \frac{1}{2} qa \cdot a = 0$.

Ví dụ 4.5.

Vẽ biểu đồ nội lực của cột cho trên hình 4.12a bằng phương pháp vẽ nhanh.

Giải. Vẽ từ trên xuống dưới.

- Đoạn AB:

Tung độ đầu: $N_z^{dưới,A} = N_z^{trên,A} - P_1 = 0 - 2qa = -2qa$.

Bậc của biểu đồ: trong đoạn AB $q(z) = 0 \Rightarrow N_z$ hằng số.

Tung độ cuối: $N_z^{trên,B} = N_z^{dưới,A}$.

- Đoạn BC:

Tung độ đầu: $N_z^{dưới,B} = N_z^{trên,B} = -2qa$.

Bậc của biểu đồ: trong đoạn BC $q(z) = const \Rightarrow N_z$ bậc nhất.

Tung độ cuối: $N_z^{trên,C} = N_z^{dưới,B} + \int_0^{3a} (-q) dz = -2qa - 3qa = -5qa$.

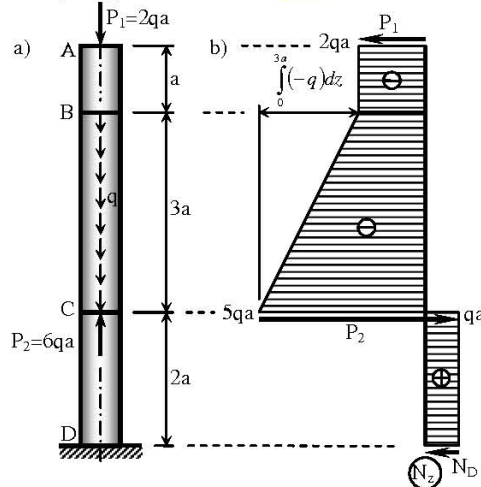
- Đoạn CD:

Tung độ đầu: $N_z^{dưới,C} = N_z^{trên,C} + P_2 = -5qa + 6qa = qa$.

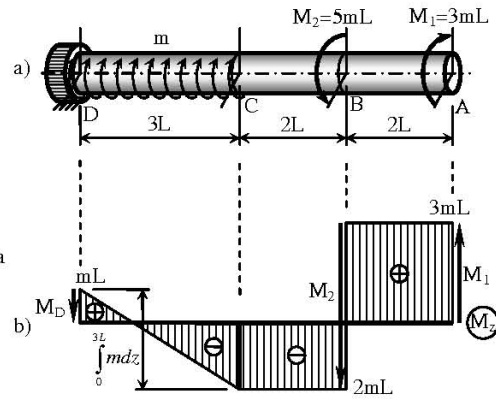
Bậc của biểu đồ: trong đoạn CD $q(z) = 0 \Rightarrow N_z$ hằng số.

Tung độ cuối: $N_z^{trên,D} = N_z^{dưới,C} = qa$.

Biểu đồ lực dọc trên hình 4.12b.



Hình 4.12: Cho ví dụ 4.5.



Hình 4.13: Cho ví dụ 4.6.

Ví dụ 4.6.

Vẽ biểu đồ nội lực trục chịu xoắn cho trên hình 4.13a bằng phương pháp vẽ nhanh.

Giải. Vẽ từ phải qua trái.

- Đoạn AB:

Tung độ đầu: $M_z^{trái,A} = M_z^{phải,A} + M_1 = 0 + 3mL = 3mL$.

Bậc của biểu đồ: trong đoạn AB $q(z) = 0 \Rightarrow M_z$ hằng số.

Tung độ cuối: $M_z^{phải,B} = M_z^{trái,A} = 3mL$.

- Đoạn BC:

Tung độ đầu: $M_z^{trái,B} = M_z^{phải,B} - M_2 = 3mL - 5mL = -2mL$.

Bậc của biểu đồ: trong đoạn BC $q(z) = 0 \Rightarrow M_z$ hằng số.

Tung độ cuối: $M_z^{phải,C} = M_z^{trái,B} = -2mL$.

- Đoạn CD:

Tung độ đầu: $M_z^{trái,C} = M_z^{phải,C} = -2mL$.

LÊ THANH PHONG

Bậc của biểu đồ: trong đoạn CD $q(z) = \text{const} \Rightarrow M_z$ bậc nhất.

$$\text{Tung độ cuối: } M_z^{\text{phái},D} = M_z^{\text{trái},C} + \int_0^{3a} mdz = -2mL + 3mL - mL.$$

Biểu đồ mômen xoắn trên hình 4.13b.

Ví dụ 4.7.

Vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho trên hình 4.14a bằng phương pháp vẽ nhanh.

Giải.

Xác định phản lực: tách khớp C.

Xét dầm phụ AC hình 4.14b:

$$\Sigma m_A = M_1 + P_1 \cdot 2L + q \cdot 2L \cdot L - Y_C \cdot 3L = 0 \Rightarrow Y_C = 2qL.$$

$$\Sigma m_C = M_1 - P_1 \cdot L - q \cdot 2L \cdot 2L + N_A \cdot 3L = 0 \Rightarrow N_A = qL.$$

Xét dầm chính CF hình 4.14c:

$$\Sigma m_D = M_2 + P_2 \cdot 2L + q \cdot 2L \cdot L - Y_C \cdot L - Y_F \cdot 4L = 0 \Rightarrow Y_F = \frac{7}{4}qL.$$

$$\Sigma m_F = M_2 - P_2 \cdot 2L - q \cdot 2L \cdot 3L - Y_C \cdot 5L + N_D \cdot 4L = 0 \Rightarrow N_D = \frac{21}{4}qL.$$

Vẽ biểu đồ: Vẽ từ **trái** sang **phải**.

a. Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y (hình 4.14d):

- Đoạn AB: của dầm phụ AC.

Tung độ đầu:

$$Q_y^{\text{ph},A} = Q_y^{\text{tr},A} + N_A = 0 + qL = qL.$$

Bậc của biểu đồ:

$$q(z) = \text{const} \Rightarrow Q_y \text{ bậc nhất.}$$

$$\text{Tung độ cuối: } Q_y^{\text{tr},B} = Q_y^{\text{ph},A} + S_q^{AB} = qL - q \cdot 2L = -qL.$$

- Đoạn BC: của dầm phụ AC.

Tung độ đầu:

$$Q_y^{\text{ph},B} = Q_y^{\text{tr},B} - P_1 = -qL - qL = -2qL.$$

Bậc của biểu đồ: $q(z) = 0 \Rightarrow Q_y$ hằng số.

$$\text{Tung độ cuối: } Q_y^{\text{tr},C} = Q_y^{\text{ph},B} = -2qL.$$

- Đoạn CD: của dầm chính CF.

Tung độ đầu:

$$Q_y^{\text{ph},C} = Q_y^{\text{tr},C} - Y_C = 0 - 2qL = -2qL.$$

Bậc của biểu đồ: $q(z) = 0 \Rightarrow Q_y$ hằng số.

$$\text{Tung độ cuối: } Q_y^{\text{tr},D} = Q_y^{\text{ph},C} = -2qL.$$

- Đoạn DE: của dầm chính CF.

Tung độ đầu:

$$Q_y^{\text{ph},D} = Q_y^{\text{tr},D} + N_D = -2qL + \frac{21}{4}qL = \frac{13}{4}qL.$$

Bậc của biểu đồ: trong đoạn DE $q(z) = \text{const} \Rightarrow Q_y$ bậc nhất.

$$\text{Tung độ cuối: } Q_y^{\text{tr},E} = Q_y^{\text{ph},D} + S_q^{DE} = \frac{13}{4}qL - q \cdot 2L = \frac{5}{4}qL.$$

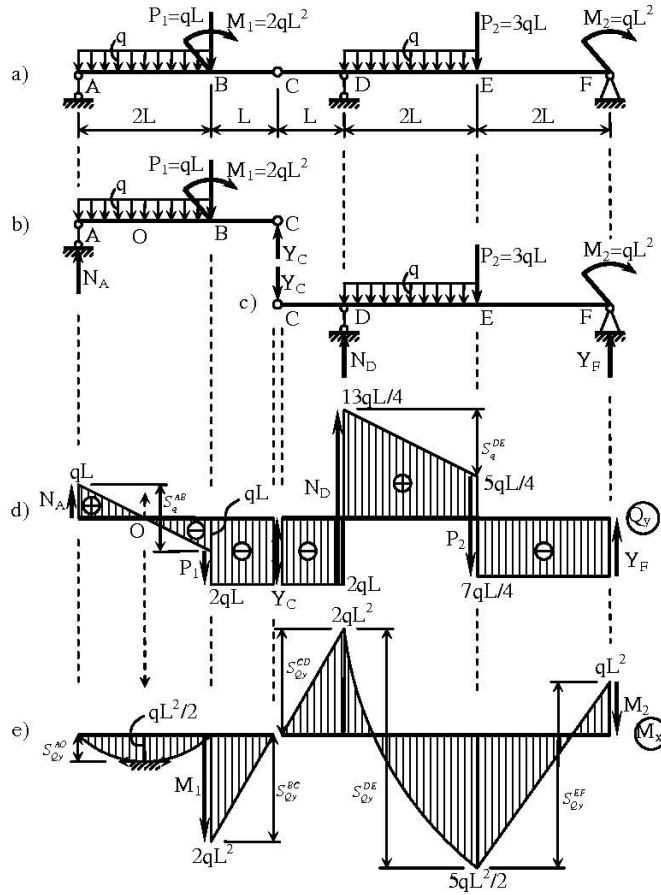
- Đoạn EF: của dầm chính CF.

LÊ THANH PHONG

Tung độ đầu: $Q_y^{ph,E} = Q_y^{tr,E} - P_2 = \frac{5}{4}qL - 3qL = -\frac{7}{4}qL$.

Bậc của biểu đồ: trong đoạn EF $q(z) = 0 \Rightarrow Q_y$ hằng số.

Tung độ cuối: $Q_y^{tr,F} = Q_y^{ph,E} = -\frac{7}{4}qL$.



Hình 4.14: Cho ví dụ 4.7.

b. Vẽ biểu đồ mômen uốn M_x (hình 4.14e):

- Đoạn AB: của dầm phụ AC.

Tung độ đầu: $M_x^{ph,A} = M_x^{tr,A} = 0$.

Bậc của biểu đồ:

Q_y bậc nhất $\Rightarrow M_x$ bậc hai. Bề lõm của hàm bậc hai quay lên trên.

Q_y triệt tiêu tại $O \Rightarrow M_x$ đạt cực trị tại O ($AO = L$).

Tung độ của điểm cực trị và tung độ cuối:

$$M_x^O = M_x^{ph,A} + S_{Q_y}^{AO} = 0 + \frac{1}{2} \cdot qL \cdot L = \frac{1}{2}qL^2.$$

$$M_x^{tr,B} = M_x^O + S_{Q_y}^{OB} = \frac{1}{2}qL^2 - \frac{1}{2} \cdot qL \cdot L = 0.$$

- Đoạn BC: của dầm phụ AC.

Tung độ đầu: $M_x^{ph,B} = M_x^{tr,B} + M_1 = 0 + 2qL^2 = 2qL^2$.

Bậc của biểu đồ: trong đoạn BC $Q_y = \text{const} \Rightarrow M_x$ bậc nhất.

Tung độ cuối: $M_x^{tr,C} = M_x^{ph,B} + S_{Q_y}^{BC} = 2qL^2 - 2qL \cdot L = 0$.

LÊ THANH PHONG

- Đoạn BC: của dầm chính CF.

Tung độ đầu: $M_x^{ph,C} = M_x^{tr,C} = 0$.

Bậc của biểu đồ: trong đoạn CD $Q_y = const \Rightarrow M_x$ bậc nhất.

Tung độ cuối: $M_x^{tr,D} = M_x^{ph,C} + S_{Q_y}^{CD} = 0 - 2qL.L = -2qL^2$.

- Đoạn DE: của dầm chính CF.

Tung độ đầu: $M_x^{ph,D} = M_x^{tr,D} = -2qL^2$.

Bậc của biểu đồ: Q_y bậc nhất $\Rightarrow M_x$ bậc hai. Bề lõm của hàm bậc hai quay lên trên.

Tung độ cuối: $M_x^{tr,E} = M_x^{ph,D} + S_{Q_y}^{DE} = -2qL^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{13}{4}qL + \frac{5}{4}qL \right) . 2L = \frac{5}{2}qL^2$.

- Đoạn EF: của dầm chính CF.

Tung độ đầu: $M_x^{ph,E} = M_x^{tr,E} = \frac{5}{2}qL^2$.

Bậc của biểu đồ: trong đoạn EF $Q_y = const \Rightarrow M_x$ bậc nhất.

Tung độ cuối: $M_x^{tr,F} = M_x^{ph,E} + S_{Q_y}^{EF} = \frac{5}{2}qL^2 - \frac{7}{4}qL.2L = -qL^2$.

Ví dụ 4.8.

Vẽ biểu đồ nội lực của khung chịu lực như trên hình 4.15a.

Giải.

Xác định phản lực:

$$\Sigma m_A = M + P.a + q.a.\frac{1}{2}a - N_D.a = 0 \Rightarrow N_D = \frac{5}{2}qa.$$

$$\Sigma m_D = M + P.a - q.a.\frac{1}{2} - Y_A.a = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{3}{2}qa.$$

$$\Sigma X = P - X_A = 0 \Rightarrow X_A = qa$$

Vẽ biểu đồ: Dùng phương pháp vẽ nhanh: (Bắt đầu từ A).

Để sử dụng được phương pháp này ta vận dụng các nguyên tắc sau: Khi xét đoạn khung nào thì lực hoặc mômen tác dụng lên các đoạn khung khác sẽ được dời về hai đầu của đoạn khung đang xét theo qui tắc dời lực.

Nếu là mômen thì ta chỉ việc dời nó đến vị trí mới.

Nếu là lực thì ngoài giá trị của lực dời đến vị trí mới, còn có thêm mômen đúng bằng giá trị của lực đó gây ra đối với điểm dời đến.

- Đoạn AB hình 4.15b:

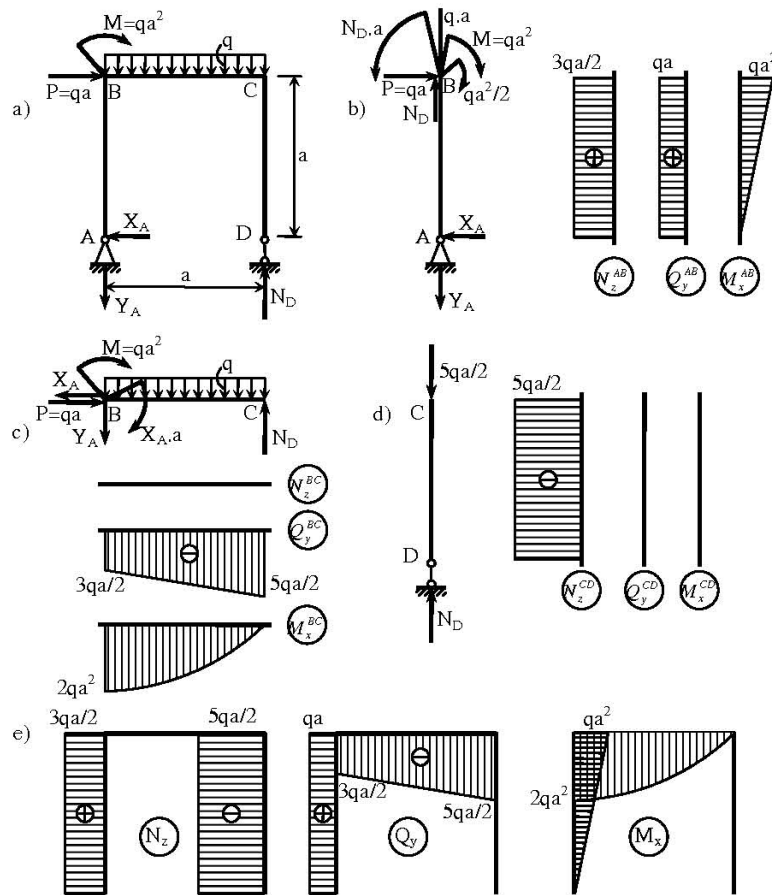
Hợp của lực phân bố q được dời về B tương đương với một lực tập trung $q.a$ hướng xuống và một mômen bằng $qa^2/2$ quay cùng chiều kim đồng hồ.

Phản lực tại gối D được dời về B tương đương với lực tập trung N_D hướng lên và mômen tập trung $Y_D.a$ quay ngược chiều kim đồng hồ.

Tổng hợp các lực trên chính là lực của phần khung BCD tác dụng lên đoạn khung AB và ta xem như là ngoại lực tác dụng lên nó. Đến đây ta có thể áp dụng phương pháp vẽ nhanh đã biết để vẽ biểu đồ nội lực trong đoạn AB.

Hoàn toàn tương tự, ta tiến hành cho các đoạn còn lại.

LÊ THANH PHONG



Hình 4.15: Cho ví dụ 4.8.

- Đoạn BC hình 4.15c:

Tại B: Phản lực Y_A có phương đi qua B nên khi dời về B chỉ có lực tập trung Y_A .

Phản lực X_A tương đương với lực tập trung X_A và mômen $X_A \cdot a$ quay ngược chiều kim đồng hồ.

Tại C: Phản lực N_D có phương đi qua C nên khi dời về C chỉ có lực tập trung N_D .

- Đoạn CD hình 4.15d:

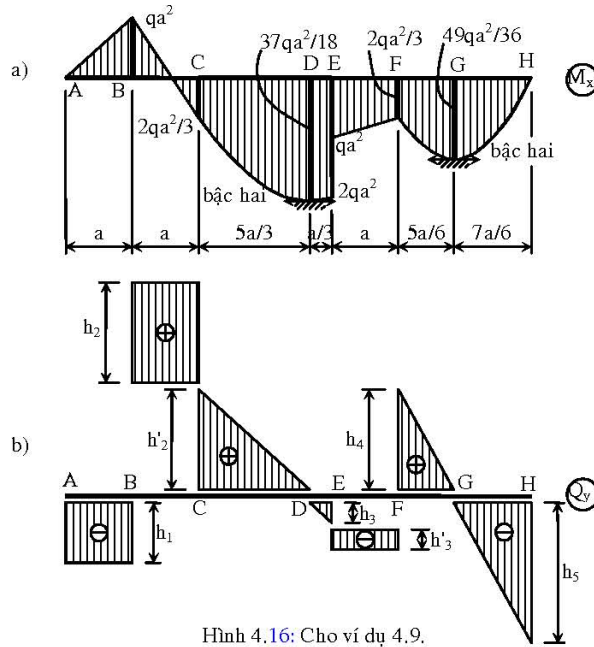
Tưởng tượng dùng một mặt cắt qua C, để thấy đoạn CD tác dụng lên phần dầm ABC một lực N_D (không gây ra mômen đối với C) do đó phần khung ABC cũng chỉ tác dụng lên đoạn BC qua C một lực có độ lớn là $N_D = 5qa/2$ theo chiều ngược lại. Vậy nội lực trong đoạn CD chỉ có lực dọc.

Các biểu đồ nội lực sau khi kết hợp như trên hình 4.15e.

Ví dụ 4.9.

Có biểu đồ mômen uốn của dầm đặt trên hai gối B và H (hình 4.16a). Hãy xác định biểu đồ lực cắt và tải trọng tác dụng lên dầm.

LÊ THANH PHONG



Hình 4.16: Cho ví dụ 4.9.

Giải.

Đây là bài toán ngược, muốn giải được ta phải biết sử dụng thành thạo phương pháp vẽ nhanh, cũng như nắm vững các nhận xét về bước nhảy trên biểu đồ.

Tiến hành thực hiện từ trái sang phải.

a. Xác định biểu đồ lực cắt: (hình 4.16b)

- Đoạn AB:

Trong đoạn AB biểu đồ của mômen uốn M_x^{AB} là bậc nhất \Rightarrow biểu đồ lực cắt Q_y^{AB} là hằng số.

Từ mặt cắt A sang mặt cắt B mômen M_x^{AB} lệch về phía âm \Rightarrow biểu đồ lực cắt có tung độ âm (nằm dưới trục hoành), gọi tung độ của lực cắt là h_1 :

$$\Delta M_x^{AB} = h_1 \cdot a \quad \Rightarrow \quad h_1 = \frac{\Delta M_x^{AB}}{a} = \frac{M_x^A - M_x^B}{a} = \frac{-qa^2 - 0}{a} = -qa.$$

Tương tự, tiến hành xét các đoạn còn lại.

- Đoạn BC:

M_x^{BC} Bậc nhất $\Rightarrow Q_y^{BC}$ hằng số.

Từ mặt cắt B sang mặt cắt C mômen M_x^{BC} lệch về phía dương \Rightarrow biểu đồ lực cắt Q_y^{BC} có tung độ dương (nằm trên trục hoành):

$$\Delta M_x^{BC} = h_2 \cdot a \quad \Rightarrow \quad h_2 = \frac{\Delta M_x^{BC}}{a} = \frac{M_x^B - M_x^C}{a} = \frac{2qa^2/3 - (qa^2)}{a} = \frac{5}{3}qa.$$

- Đoạn CE:

M_x^{CE} có dạng bậc hai \Rightarrow biểu đồ lực cắt Q_y^{CE} có dạng bậc nhất.

Tại D biểu đồ M_x đạt cực trị \Rightarrow trên biểu đồ lực cắt Q_y triệt tiêu.

Từ mặt cắt C sang mặt cắt D mômen M_x^{CE} chênh lệch về phía dương \Rightarrow biểu đồ lực cắt Q_y^{CE} nằm trên trục hoành.

$$\Delta M_x^{CD} = \frac{1}{2} \cdot h'_2 \cdot \frac{5}{3}a \Rightarrow h'_2 = \frac{6}{5} \frac{\Delta M_x^{CD}}{a} = \frac{6}{5} \frac{M_x^C - M_x^D}{a} = \frac{6}{5} \frac{37qa^2/18 - 2qa^2/3}{a} = \frac{5}{3}qa = h_2.$$

Từ mặt cắt D sang mặt cắt E mômen M_x^{DE} lệch về phía âm \Rightarrow biểu đồ Q_y^{DE} có tung độ âm:

LÊ THANH PHONG

$$\Delta M_x^{DE} = \frac{1}{2} \cdot h_3 \cdot \frac{1}{3} a \Rightarrow h_3 = 6 \frac{\Delta M_x^{DE}}{a} = 6 \frac{M_x^D - M_x^{trái,E}}{a} = 6 \frac{2qa^2 - 37qa^2/18}{a} = \frac{1}{2} qa.$$

• Đoạn EF:

Trong đoạn EF biểu đồ M_x^{EF} bậc nhất \Rightarrow biểu đồ Q_y^{EF} hằng số.

Từ mặt cắt E sang mặt cắt F biểu đồ M_x^{EF} lệch về phía âm \Rightarrow tung độ trên biểu đồ lực cắt Q_y^{EF} nằm dưới trục hoành (âm):

$$\Delta M_x^{EF} = h'_3 \cdot a \Rightarrow h'_3 = \frac{\Delta M_x^{EF}}{a} = \frac{M_x^F - M_x^{phải,E}}{a} = \frac{2qa^2/3 - qa^2}{a} = -\frac{1}{3} qa = h_3.$$

• Đoạn FH:

Trong đoạn này biểu đồ M_x^{FH} có dạng bậc hai \Rightarrow biểu đồ Q_y^{FH} là bậc nhất.

Tại G mômen uốn M_x đạt cực trị \Rightarrow lực cắt Q_y triệt tiêu.

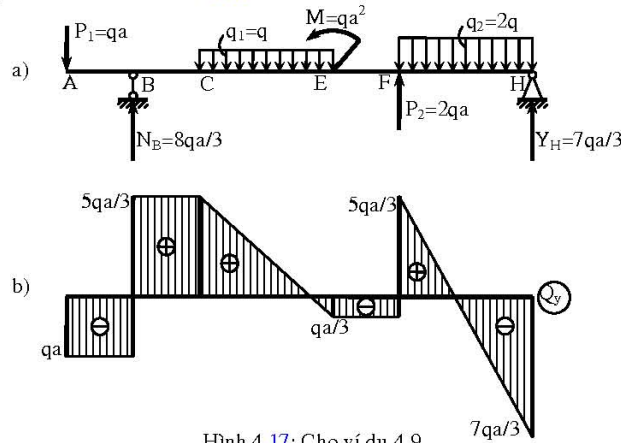
Từ mặt cắt F sang mặt cắt G mômen M_x^{FH} lệch về phía dương \Rightarrow biểu đồ lực cắt Q_y^{FH} có tung độ dương (nằm trên trục hoành). Tung độ lực cắt tại F:

$$\Delta M_x^{FG} = \frac{1}{2} h_4 \cdot \frac{5}{6} a \Rightarrow h_4 = \frac{12 \Delta M_x^{FG}}{5a} = \frac{12 M_x^G - M_x^F}{5a} = \frac{12 \cdot 49qa^2/36 - 2qa^2/3}{5a} = \frac{5}{3} qa.$$

Từ mặt cắt G sang mặt cắt H mômen M_x^{GH} lệch về phía âm \Rightarrow biểu đồ lực cắt nằm dưới trục hoành. Tung độ lực cắt tại H:

$$\Delta M_x^{GH} = \frac{1}{2} h_5 \cdot \frac{7}{6} a \Rightarrow h_5 = \frac{12 \Delta M_x^{GH}}{7a} = \frac{12 M_x^H - M_x^G}{7a} = \frac{12 \cdot 0 - 49qa^2/36}{7a} = -\frac{7}{3} qa.$$

Kết quả biểu đồ lực cắt trên hình 4.17b.



Hình 4.17: Cho ví dụ 4.9.

b. Xác định tải trọng tác dụng lên dầm:

Tại A: Trên biểu đồ Q_y có bước nhảy $h_1 = qa$ về phía âm \Rightarrow trên dầm có lực tập trung

$P_1 = qa$ hướng xuống.

Tại gối B: từ trái sang phải trên biểu đồ Q_y có bước nhảy là:

$$N_B = h_2 - h_1 = \frac{5}{3} qa + qa = \frac{8}{3} qa > 0 \Rightarrow \text{phản lực } N_B \text{ tại gối B hướng lên.}$$

Lực phân bố trong đoạn CE:

$$h_3 - h_2 = q_1 \cdot 2a \Rightarrow q_1 = \frac{1}{2a} \left(-\frac{1}{3} qa - \frac{5}{3} qa \right) = -q < 0 \Rightarrow q_1 \text{ hướng xuống.}$$

Tại E trên biểu đồ M_x có bước nhảy bằng qa^2 về phía âm \Rightarrow trên dầm có mômen tập trung

$M = qa^2$ quay ngược chiều kim đồng hồ.

LÊ THANH PHONG

Tại F trên biểu đồ Q_y từ trái sang phải có bước nhảy:

$$h_4 - h_3 = \frac{5}{3}qa + \frac{1}{3}qa = 2qa > 0 \text{ nên trên dầm có lực tập trung } P_2 = 2qa \text{ hướng lên.}$$

Lực phân bố trong đoạn FH:

$$h_5 - h_4 = q_2 \cdot 2a \Rightarrow q_2 = \frac{1}{2a} \left(-\frac{7}{3}qa - \frac{5}{3}qa \right) = -2qa < 0 \Rightarrow q_2 \text{ hướng xuống.}$$

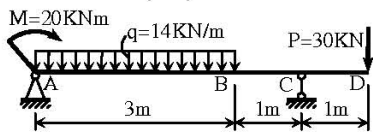
Tại H: từ trái sang phải trên biểu đồ Q_y có bước nhảy:

$$Y_H = 0 - h_5 = \frac{7}{3}qa > 0 \Rightarrow \text{phản lực } Y_H \text{ tại gối H hướng lên}$$

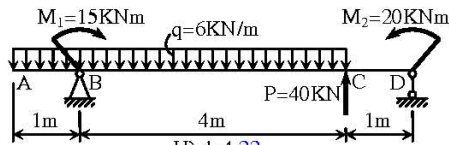
Sơ đồ tải trọng tác dụng lên dầm như trên hình 4.17a.

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

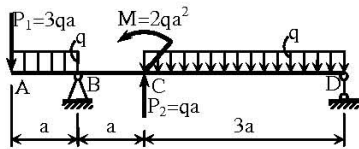
4.1 ÷ 4.8. Vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho trên hình 4.18 ÷ 4.25.



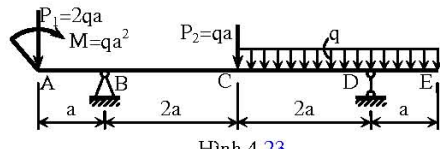
Hình 4.18.



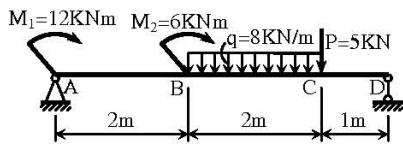
Hình 4.22.



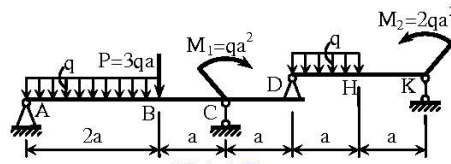
Hình 4.19.



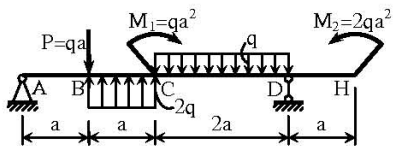
Hình 4.23.



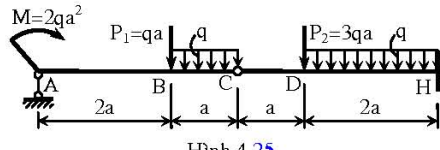
Hình 4.20.



Hình 4.24.

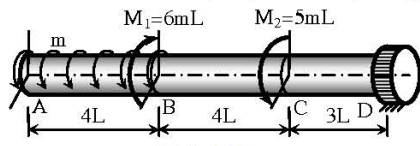


Hình 4.21.

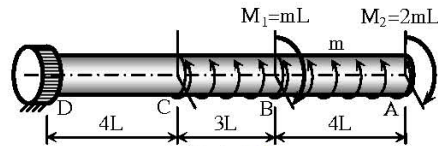


Hình 4.25.

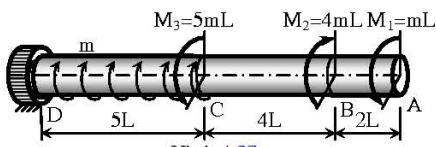
4.9 ÷ 4.12. Vẽ các biểu đồ nội lực của trục chịu xoắn cho trên hình 4.26 ÷ 4.29.



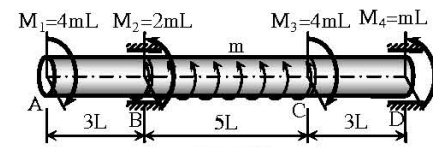
Hình 4.26.



Hình 4.28.



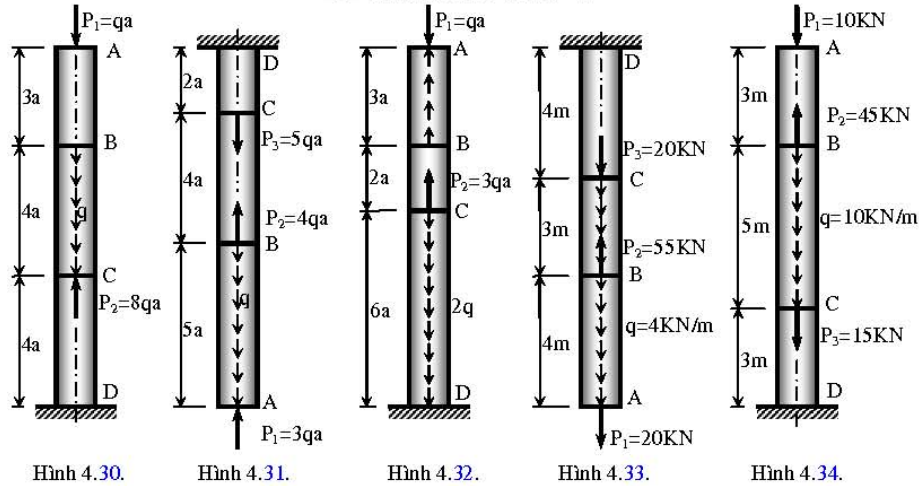
Hình 4.27.



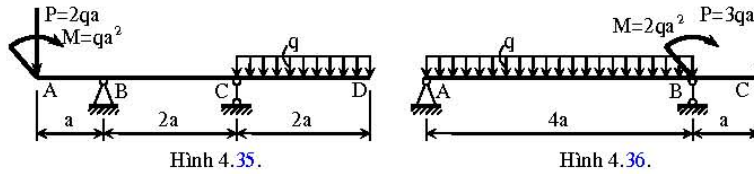
Hình 4.29.

4.13 ÷ 4.17. Vẽ các biểu đồ nội lực của cột chịu kéo nén đúng tâm cho trên hình 4.30 ÷ 4.34.

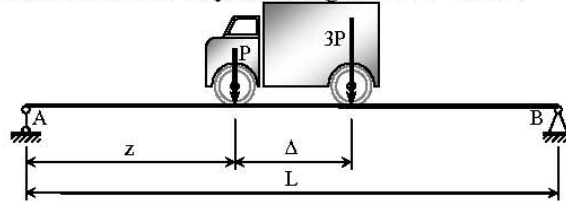
LÊ THANH PHONG



4.18 ÷ 4.19. Không cần tính phản lực, vẽ biểu đồ nội lực của các dầm cho trên hình 4.35 ÷ 4.36.



4.20. Trên hình 4.37 là một xe vận tải đang chạy qua cầu có chiều dài L . Tìm z : vị trí nguy hiểm nhất của xe, nghĩa là vị trí phát sinh mômen uốn lớn nhất trong cầu. Biết khoảng cách giữa hai bánh xe là Δ , tải trọng do hai bánh xe truyền xuống cầu là P và $3P$.



4.21 ÷ 4.22. Biểu đồ mômen uốn của dầm được đặt trên hai gối A và B (hình 4.38, 4.39). Hãy xác định biểu đồ lực cắt và tải trọng tác dụng lên dầm.

