

Sức Bền Vật Liệu

Phần 3:

UỖN PHẪNG THANH THẪNG

Image courtesy of ADEPT Airmotive (Pty) Ltd.

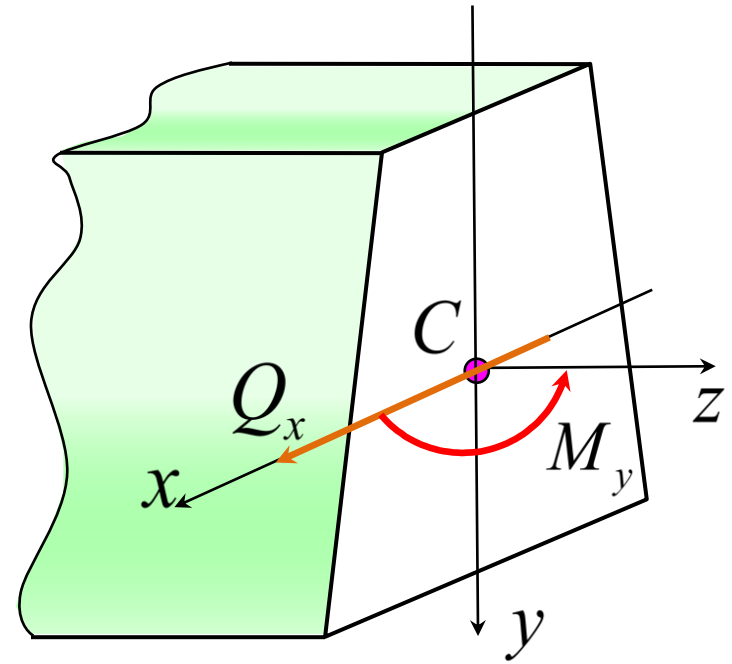
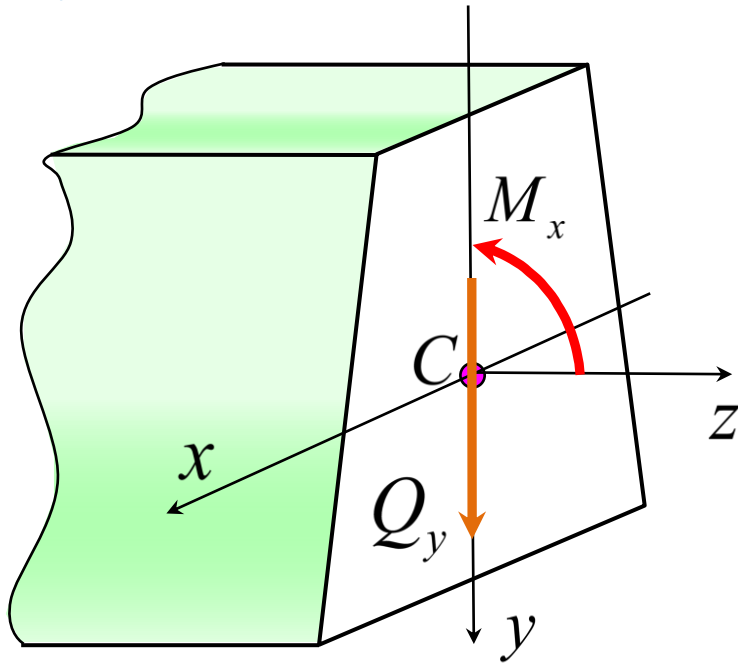
Phone: 0936037397

Email: trangtantrien@hcmute.edu.vn



NỘI LỰC TRÊN MẶT CẮT NGANG

* Lực cắt, mô men uốn

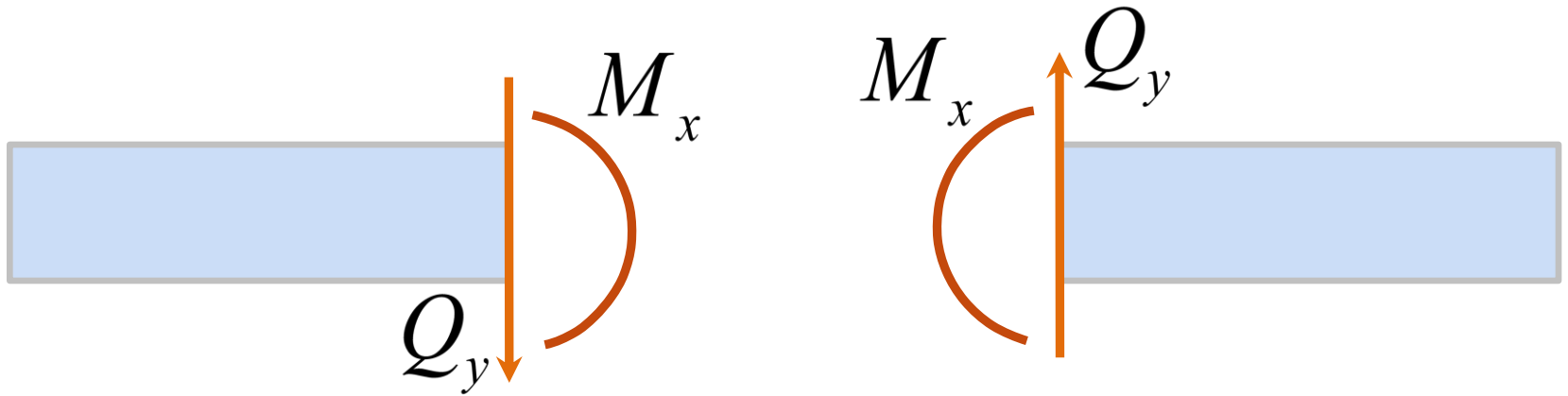


* Uốn trong mặt phẳng (yz) tồn tại nội lực: Q_y, M_x

* Uốn trong mặt phẳng (xz) tồn tại nội lực: Q_x, M_y

NỘI LỰC TRÊN MẶT CẮT NGANG

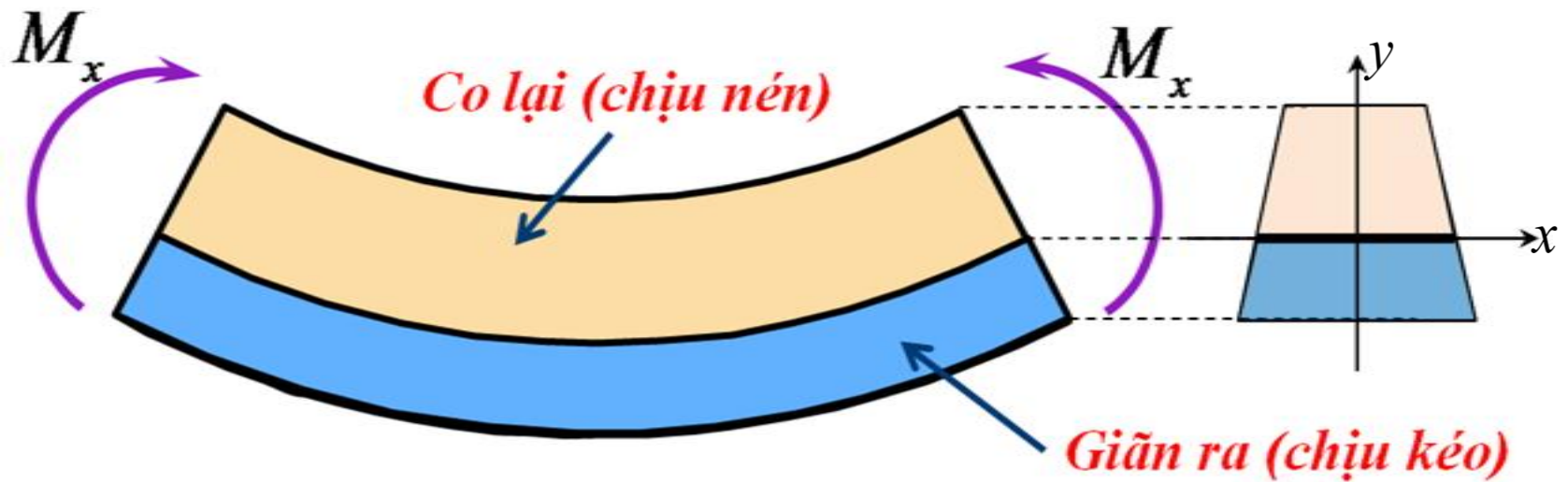
* Quy ước dấu của nội lực



* Q_y làm cho phần đang xét quay cùng chiều kim đồng hồ là dương.

* M_x làm căng (kéo) phần vật liệu bên dưới là dương.

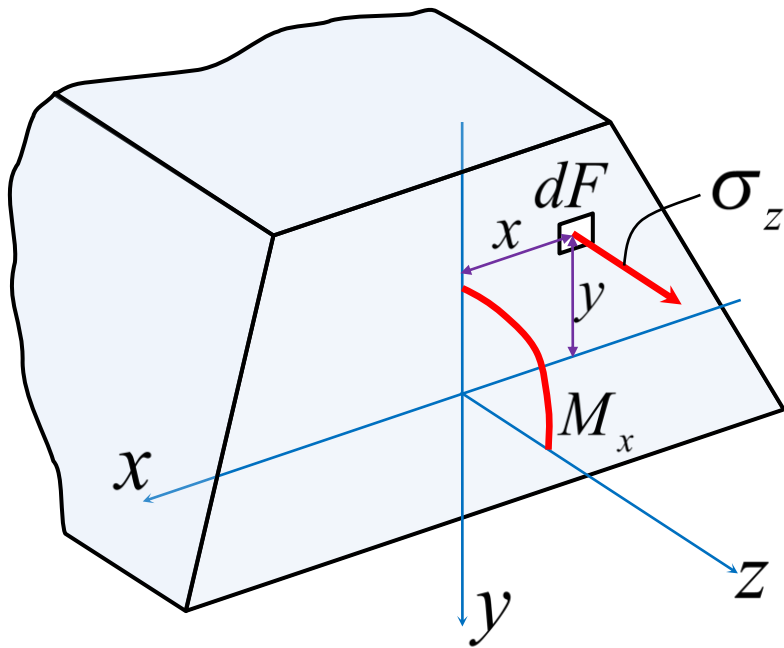
ỨNG SUẤT UỐN TRÊN MẶT CẮT NGANG



- * Trục x chính là trục trung hòa. Trục trung hòa trùng với trục trung tâm của mặt cắt ngang
- * Các lớp vật liệu dọc trục thanh chịu kéo hoặc nén cho nên một điểm trên mặt cắt ngang chỉ tồn tại ứng suất kéo hoặc nén do M_x gây ra.

ỨNG SUẤT UỐN TRÊN MẶT CẮT NGANG

* *Ứng suất uốn do M_x gây ra:*



$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$$

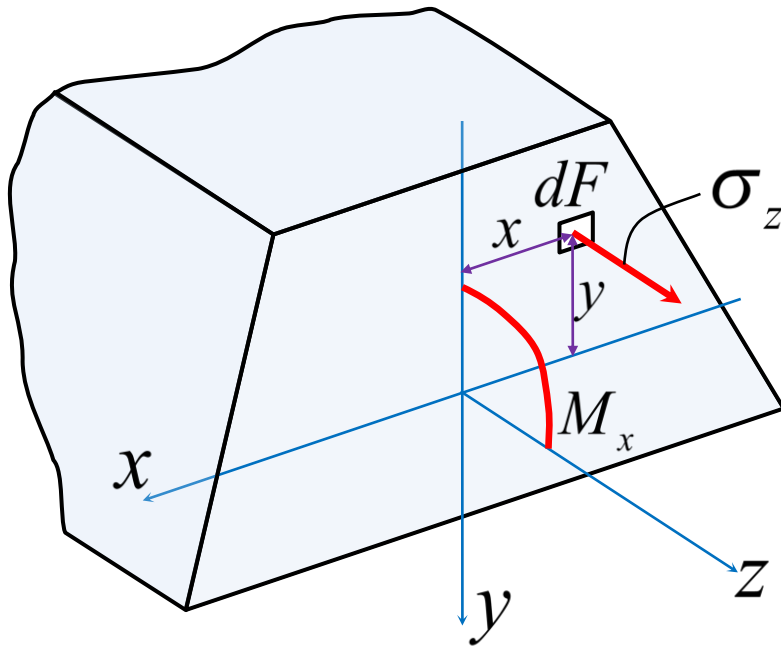
+ y : là khoảng cách từ điểm tính ứng suất đến trục trung hòa

+ M_x : là mô men uốn tại mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất.

+ J_x : là mô men quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa

ỨNG SUẤT UỐN TRÊN MẶT CẮT NGANG

* *Ứng suất uốn do M_x gây ra:*

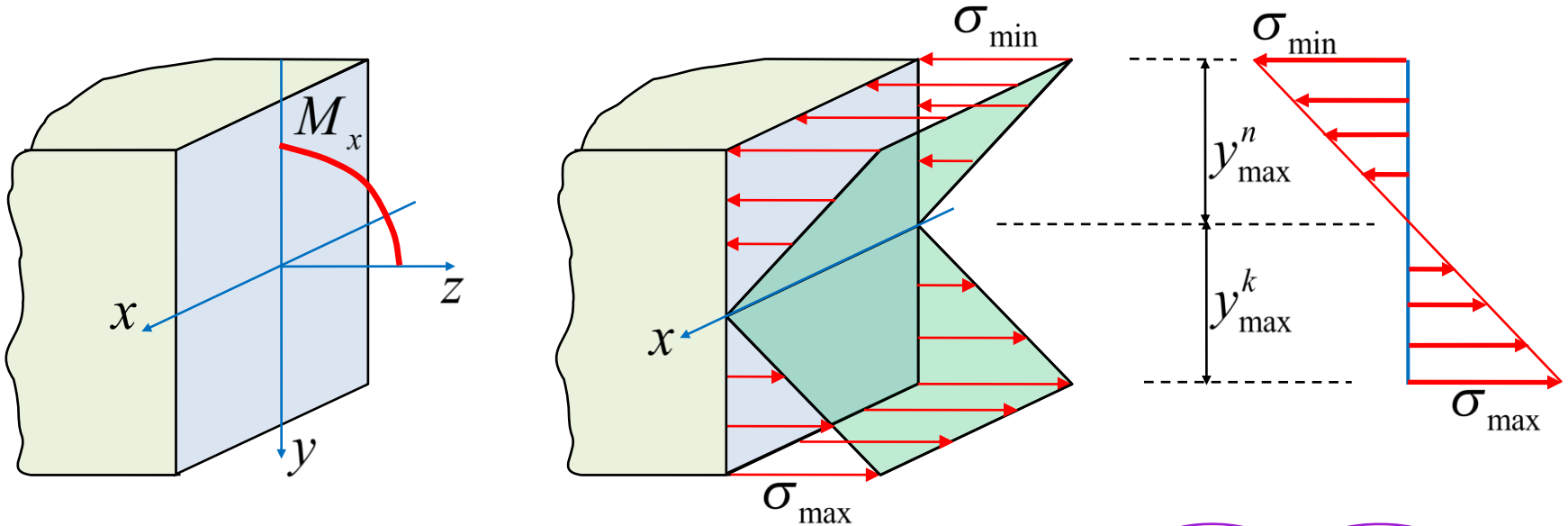


$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$$

\Rightarrow Ứng suất phân bố đều theo bề rộng mặt cắt và thay đổi tuyến tính theo chiều cao của mặt cắt.

ỨNG SUẤT UỐN TRÊN MẶT CẮT NGANG

* *Phân bố ứng suất uốn trên mặt cắt ngang:*



$$\begin{cases} \sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^k \\ \sigma_{\min} = -\frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = |\sigma_{\min}| = \frac{|M_x|}{W_x}$$

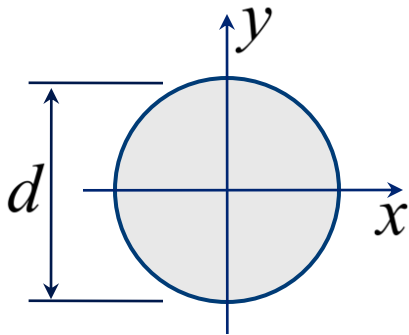
$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}$ Mômen chống uốn của mặt cắt ngang

ỨNG SUẤT UỐN TRÊN MẶT CẮT NGANG

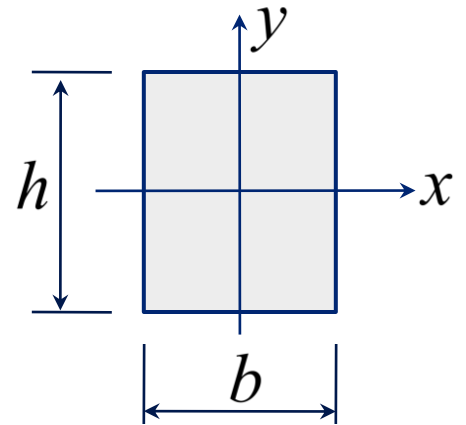
* *Ứng suất uốn lớn nhất trên mặt cắt ngang:*

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = |\sigma_{\min}| = \frac{|M_x|}{W_x}$$

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}} \quad \text{Mômen chống uốn của mặt cắt ngang}$$



$$W_x = 0,1d^3$$



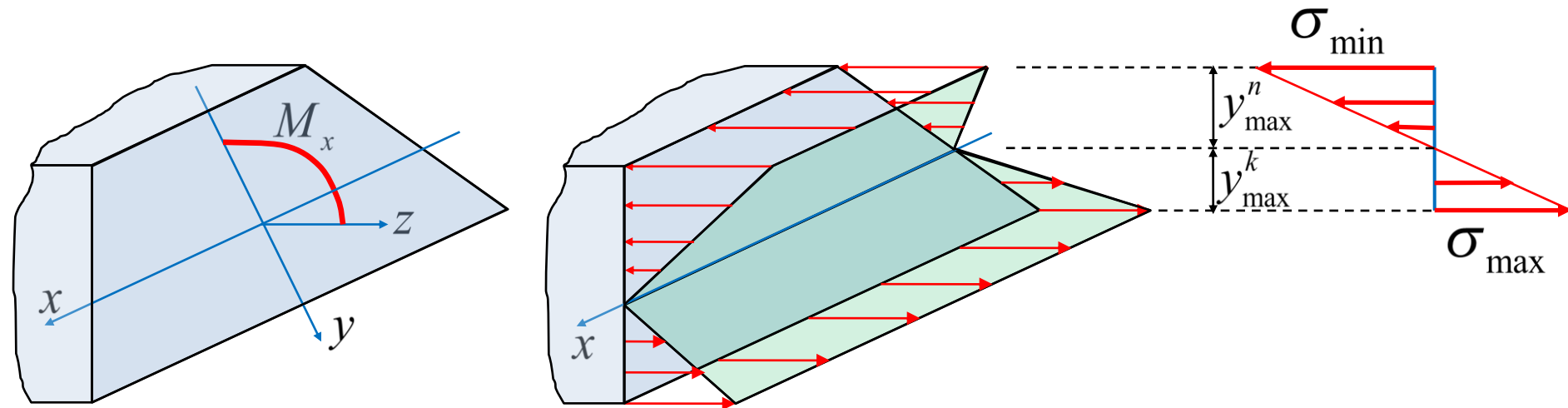
$$W_x = bh^2 / 6$$



TÓM TẮT LÝ THUYẾT

5. Sự phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang :

+ Mặt cắt ngang không đối xứng



. Ứng suất kéo lớn nhất trên mặt cắt ngang: $\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^k$

. Ứng suất nén lớn nhất trên mặt cắt ngang: $\sigma_{\min} = -\frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^n$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} \neq |\sigma_{\min}|$$



TÓM TẮT LÝ THUYẾT

6. Mô men tĩnh của hình phẳng:

$$\begin{cases} S_x = y_C \cdot F = \sum_{i=1}^n y_{C_i} \cdot F_i \\ S_y = x_C \cdot F = \sum_{i=1}^n x_{C_i} \cdot F_i \end{cases}$$

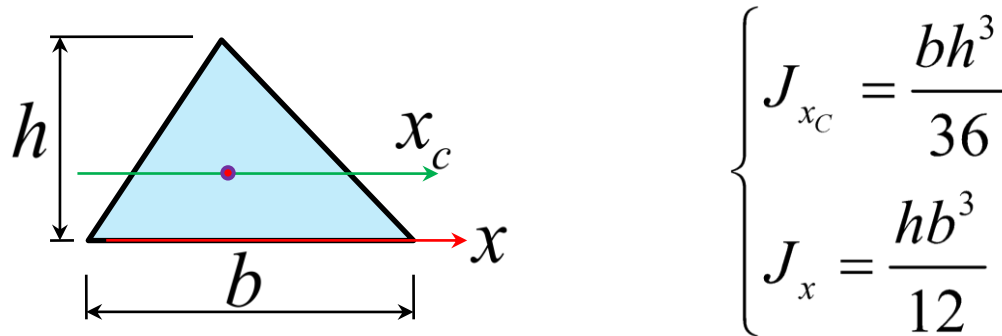
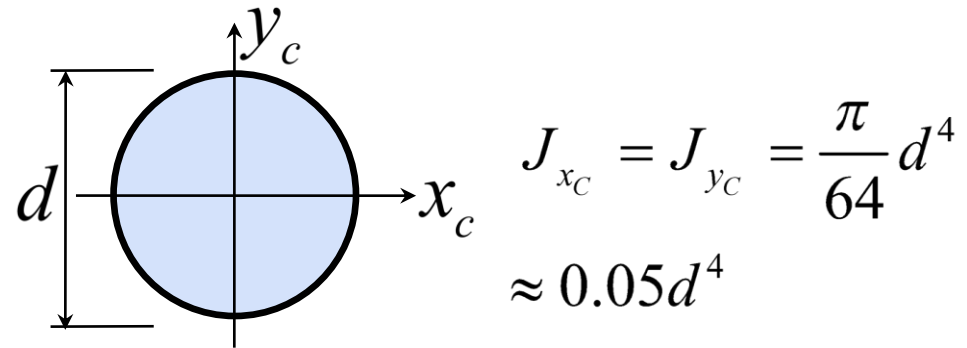
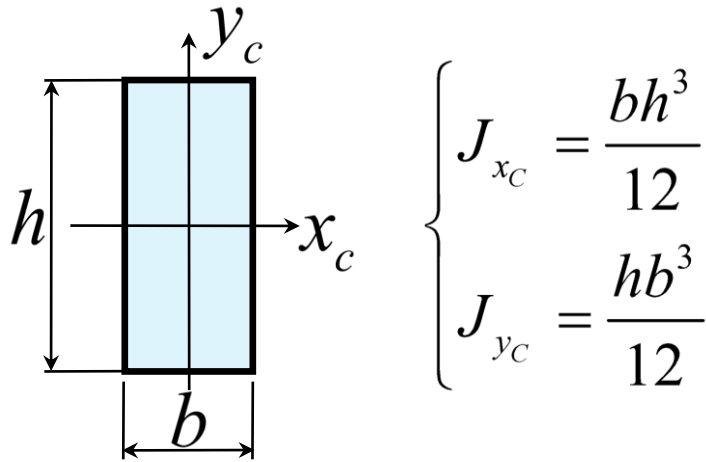
7. Trọng tâm của hình phẳng:

$$\begin{cases} x_C = \frac{S_y}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{C_i} F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \\ y_C = \frac{S_x}{F} = \frac{\sum_{i=1}^n y_{C_i} F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} \end{cases}$$



TÓM TẮT LÝ THUYẾT

8. Mô men quán tính của một số hình thường gặp:

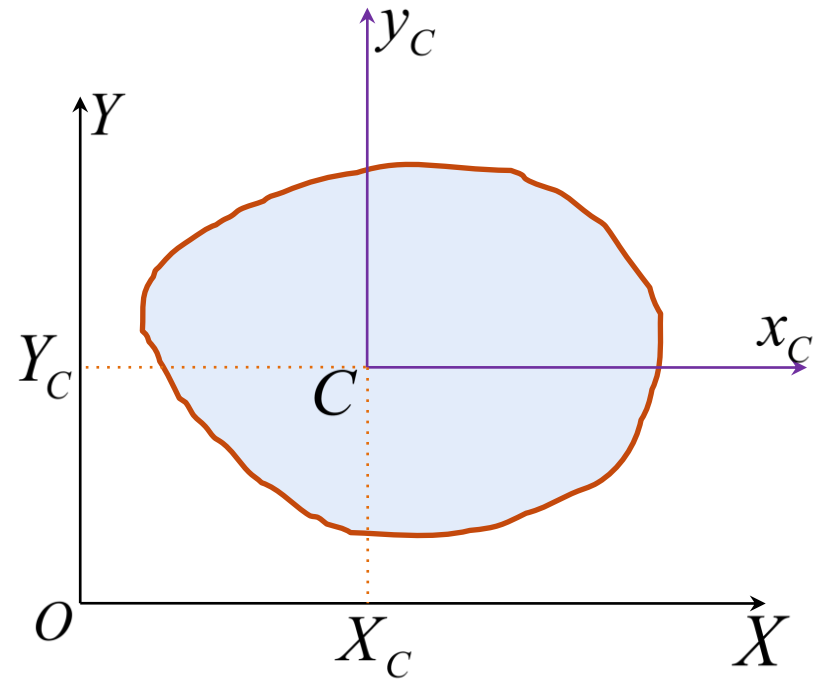




TÓM TẮT LÝ THUYẾT

9. Công thức chuyển trục song song:

$$\begin{cases} J_X = J_{x_C} + Y_C^2 \cdot F \\ J_Y = J_{y_C} + X_C^2 \cdot F \end{cases}$$





TÓM TẮT LÝ THUYẾT

10. Điều kiện bền ứng suất pháp:

- **Vật liệu giòn**

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^k \leq [\sigma]_k \\ |\sigma_{\min}| = \frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^n \leq [\sigma]_n \end{cases}$$

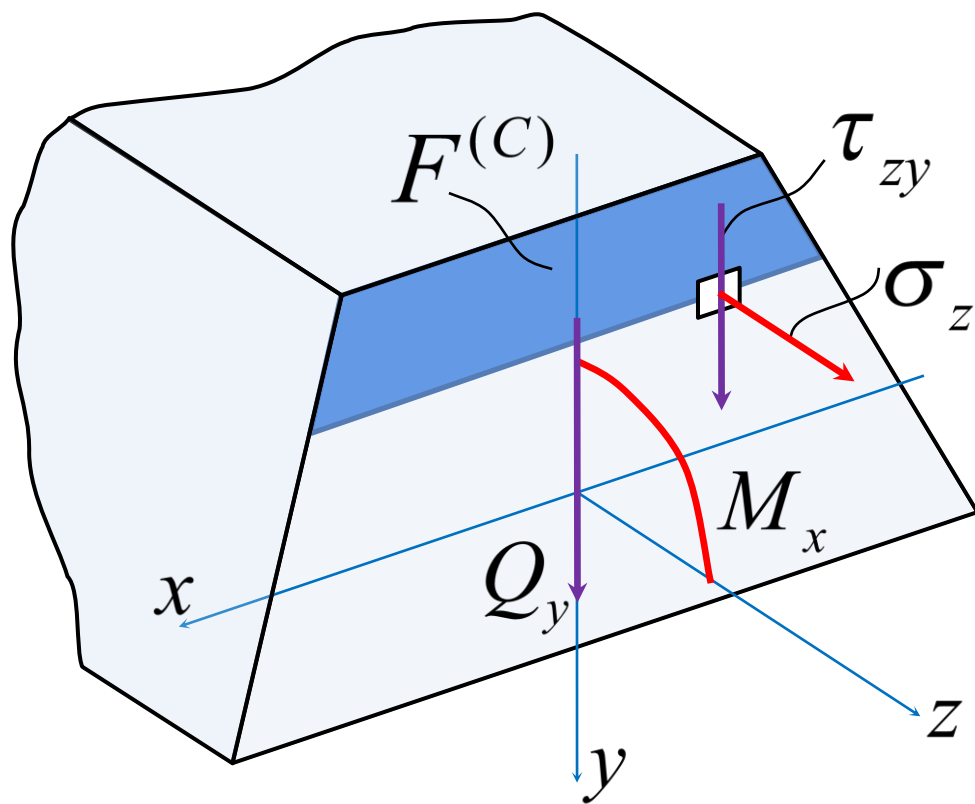
- **Vật liệu dẻo**

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max} \leq [\sigma]$$



TÓM TẮT LÝ THUYẾT

11. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang :



$$\tau_{zy} = \frac{Q_y \cdot S_x^{(c)}}{J_x \cdot t}$$

- Q_y : Lực cắt tại mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất
- J_x : Mômen quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang có điểm tính ứng suất
- t : bề rộng mặt cắt ngang tại điểm tính ứng suất

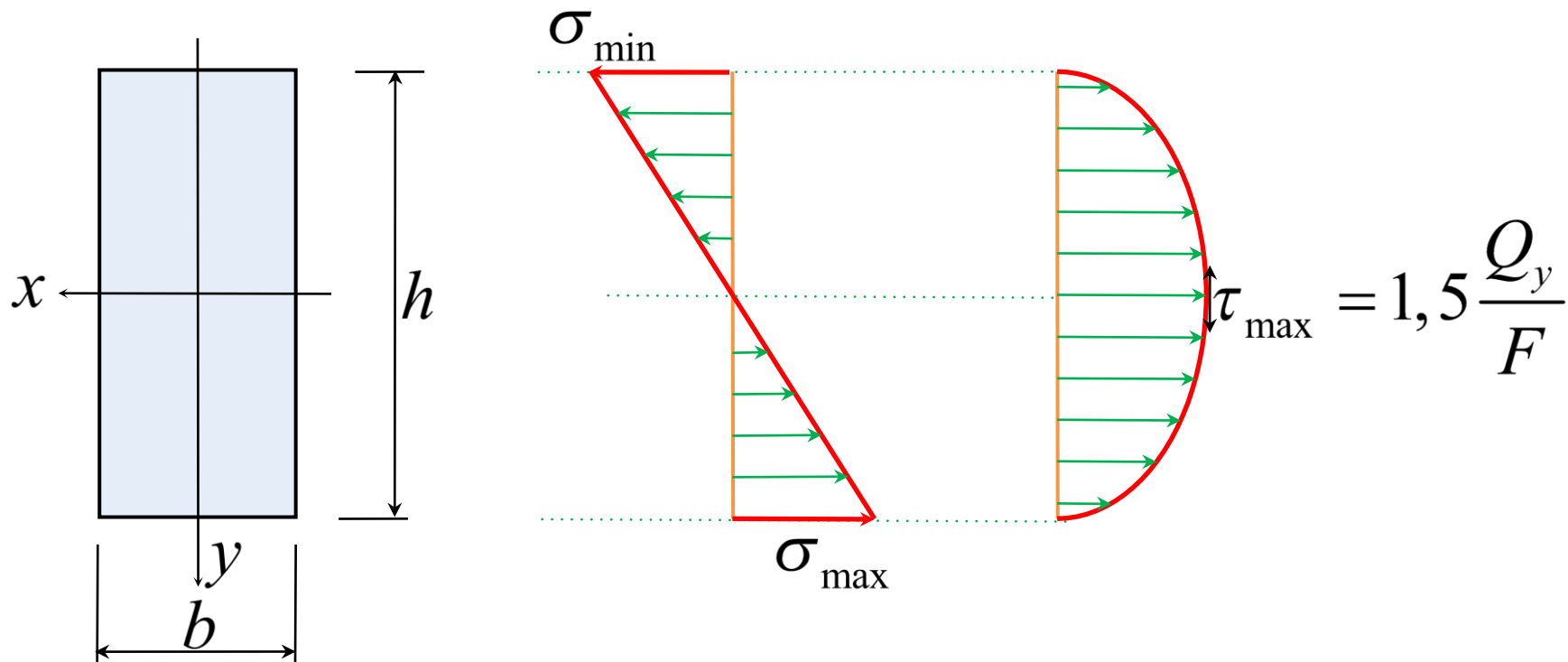
- $S_x^{(c)}$: Mômen tính của diện tích bờ cắt lấy trục trung hòa.

=> Ứng suất tiếp phân bố đều theo bề rộng mặt cắt



TÓM TẮT LÝ THUYẾT

11. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang :

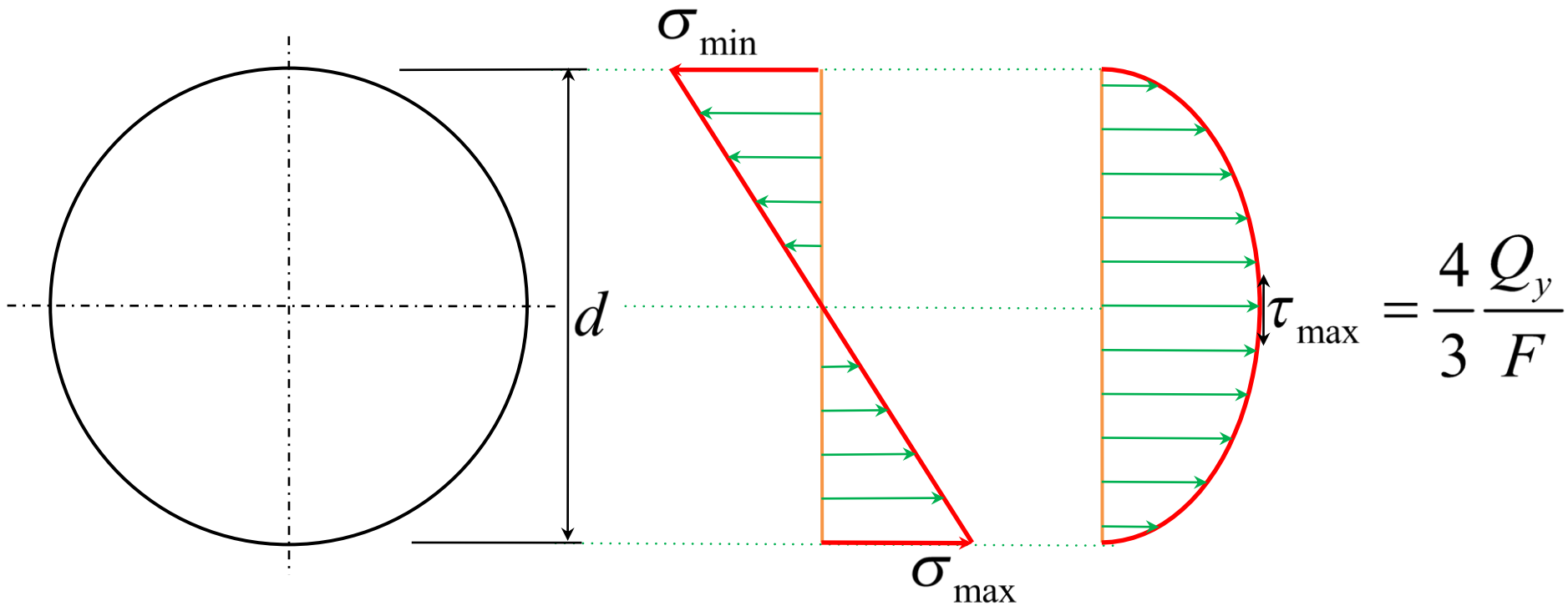


\Rightarrow Ứng suất tiếp lớn nhất tại những điểm nằm trên đường trung hòa



TÓM TẮT LÝ THUYẾT

11. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang :



\Rightarrow Ứng suất tiếp lớn nhất tại những điểm nằm trên đường trung hòa

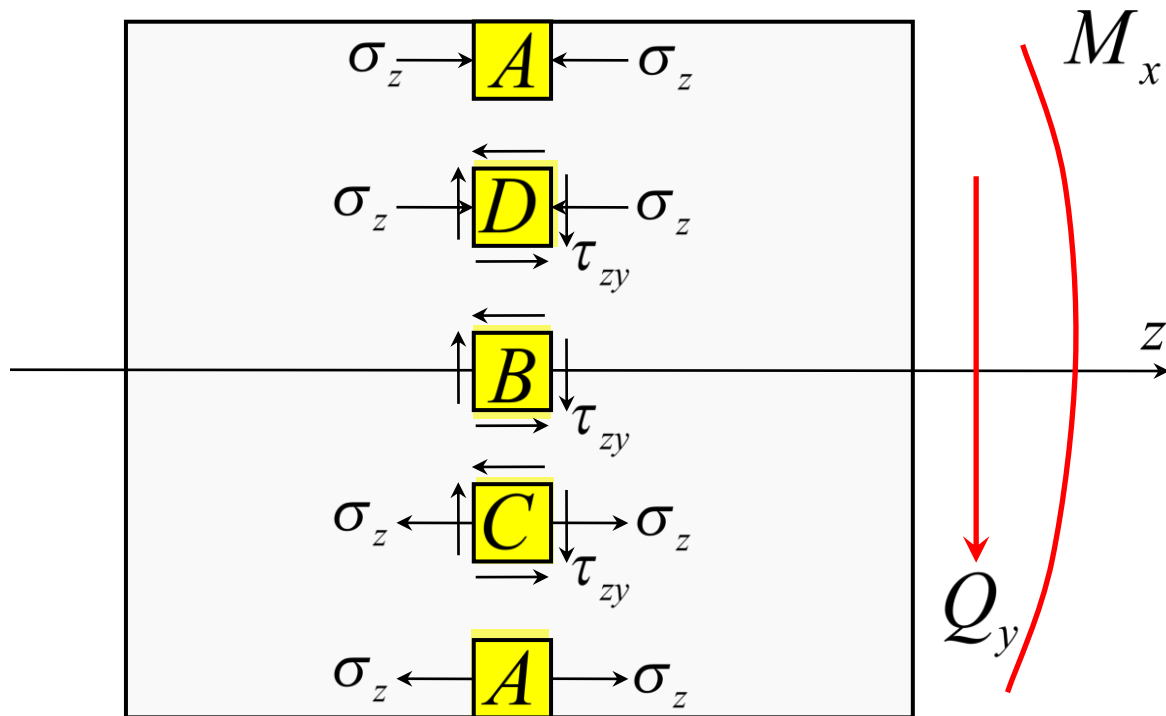


TÓM TẮT LÝ THUYẾT

10. Điều kiện bền ứng suất tiếp:

$$|\tau|_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{\max}}{J \cdot t} \leq [\tau]$$

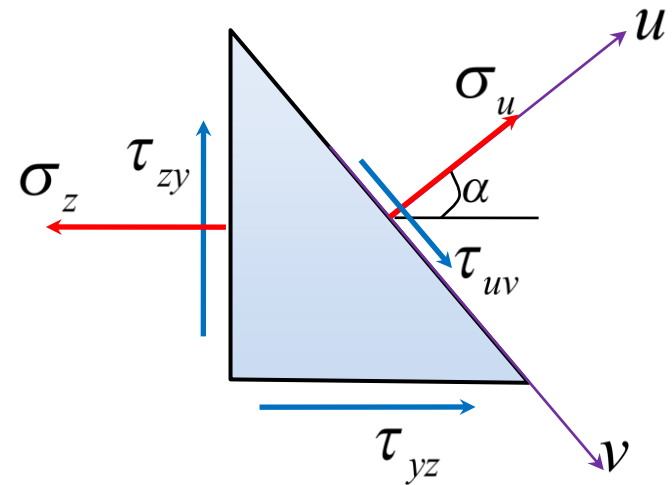
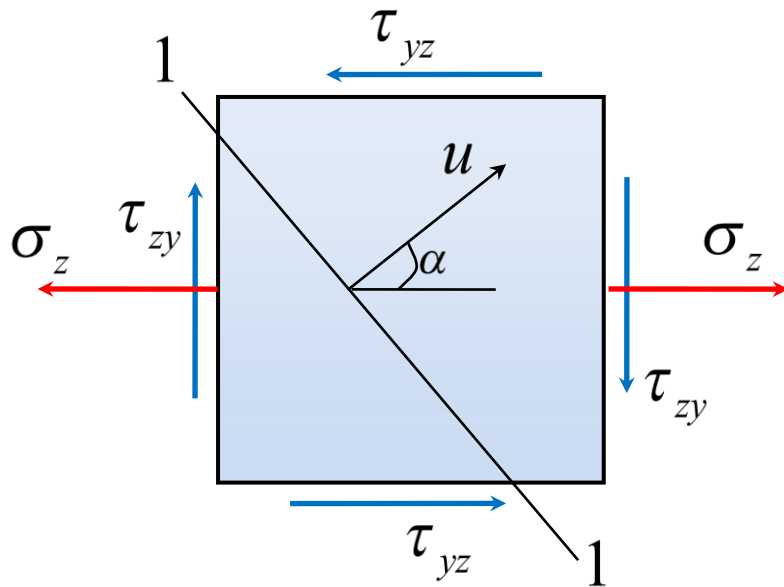
11. Phân bố ứng suất thuộc dầm:





TÓM TẮT LÝ THUYẾT

12. Ứng suất trên mặt cắt nghiêng:



$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_u = \frac{\sigma_z}{2} + \frac{\sigma_z}{2} \cos 2\alpha - \tau_{zy} \sin 2\alpha \\ \tau_{uv} = \frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha + \tau_{zy} \cos 2\alpha \end{cases}$$



TÓM TẮT LÝ THUYẾT

12. Ứng suất trên mặt cắt nghiêng:

* Ứng suất pháp cực trị

+ Phương chính: $\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_{yz}}{\sigma_z}$

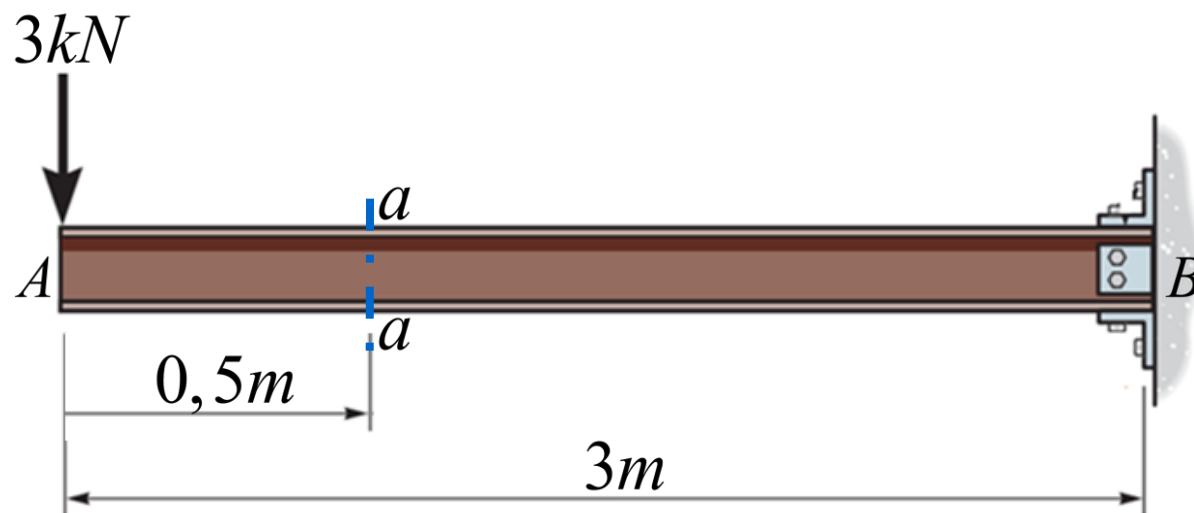
+ Ứng suất chính: $\sigma_{\max \min} = \frac{1}{2} \left(\sigma_z \pm \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{yz}^2} \right)$

* Ứng suất tiếp cực trị

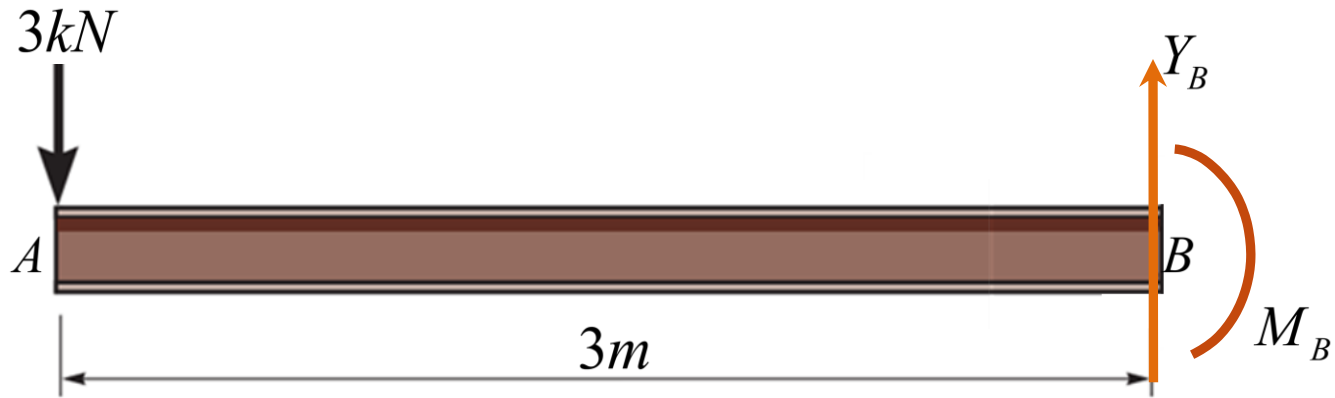
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\sigma_z}{2\tau_{yz}}$$

$$\tau_{\max \min} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

Bài tập 1: *Xác định các thành phần lực cắt Q_y , mô men uốn M_x phát sinh trên mặt cắt $a-a$.*

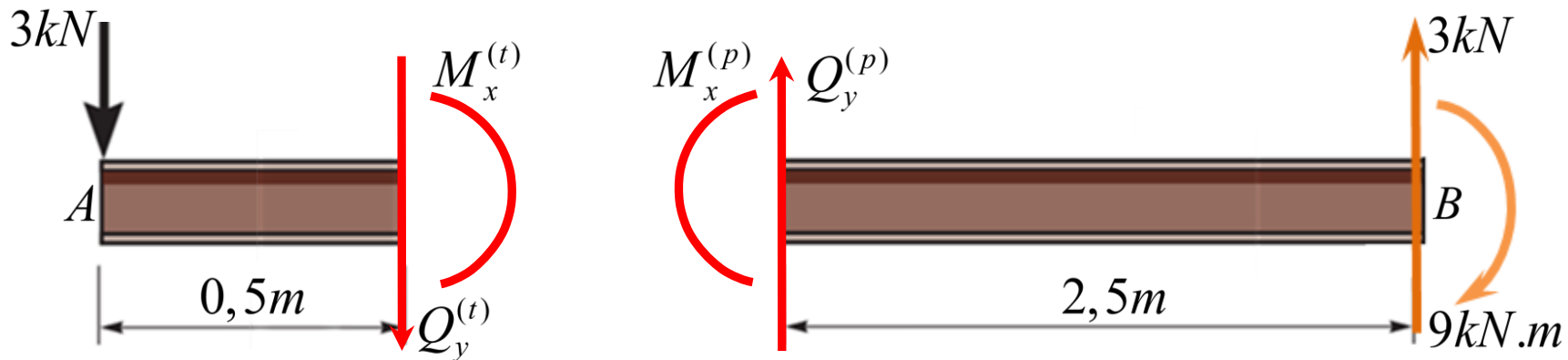


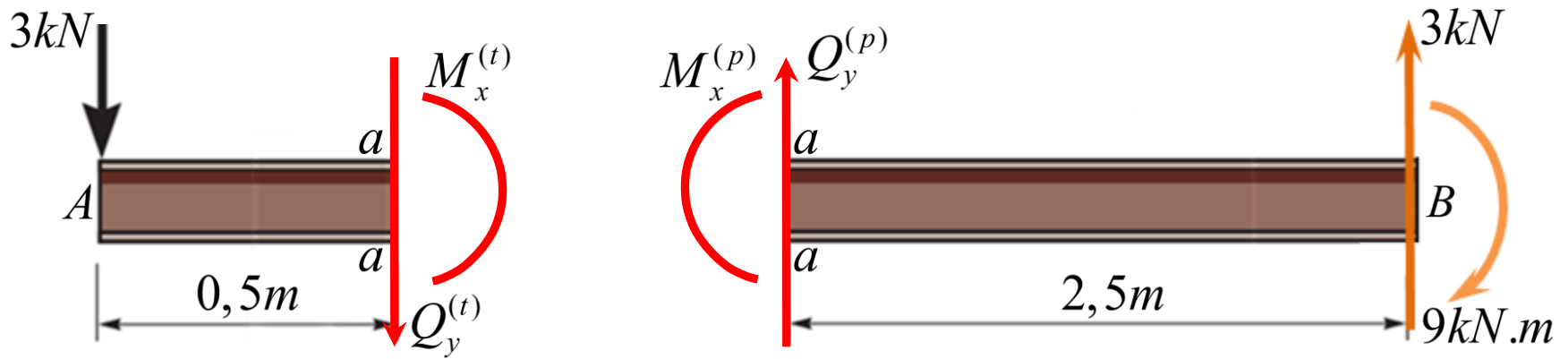
* Xét cân bằng dầm AB:



$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \Rightarrow 3 \cdot 3 - M_B = 0 \Rightarrow M_B = 9 \text{ kN.m} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow -3 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_B = 3 \text{ kN} \end{cases}$$

* Nội lực trên mặt cắt ngang a-a:





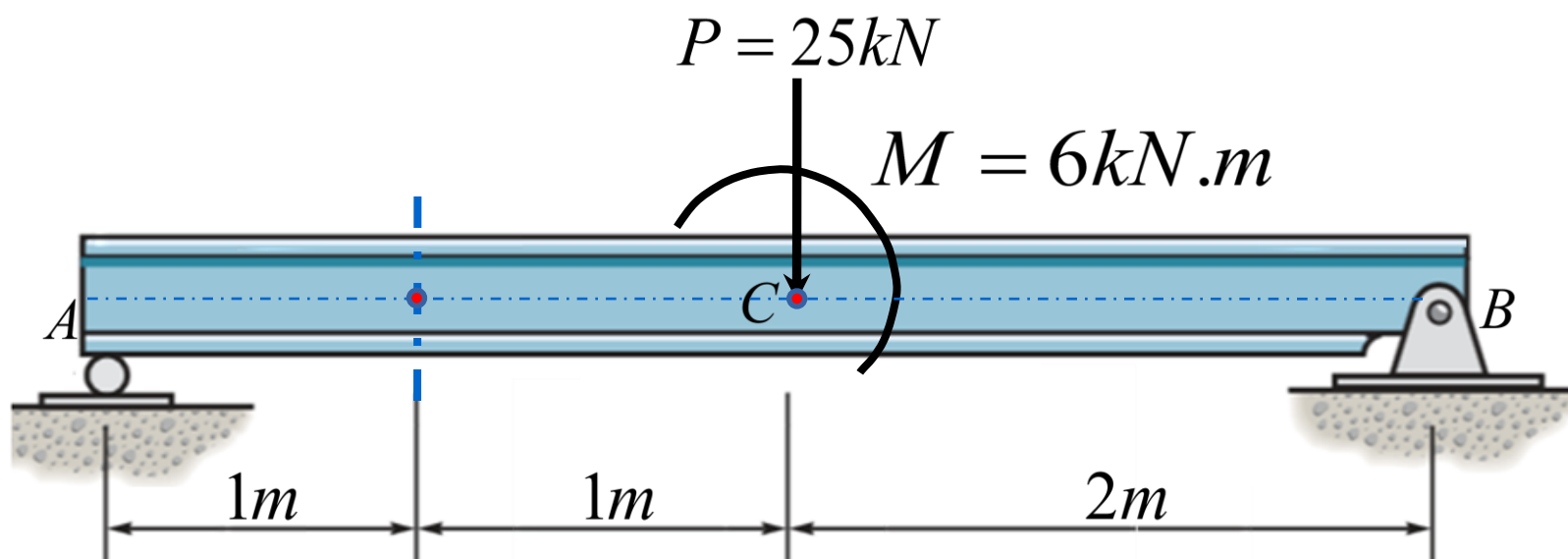
* Xét cân bằng phần Aa:

$$\begin{cases} \sum M_a = 0 \Rightarrow 3 \cdot 0,5 + M_x^{(t)} = 0 \Rightarrow M_x^{(t)} = -1,5 \text{ kN.m} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow -3 - Q_y^{(t)} = 0 \Rightarrow Q_y^{(t)} = -3 \text{ kN} \end{cases}$$

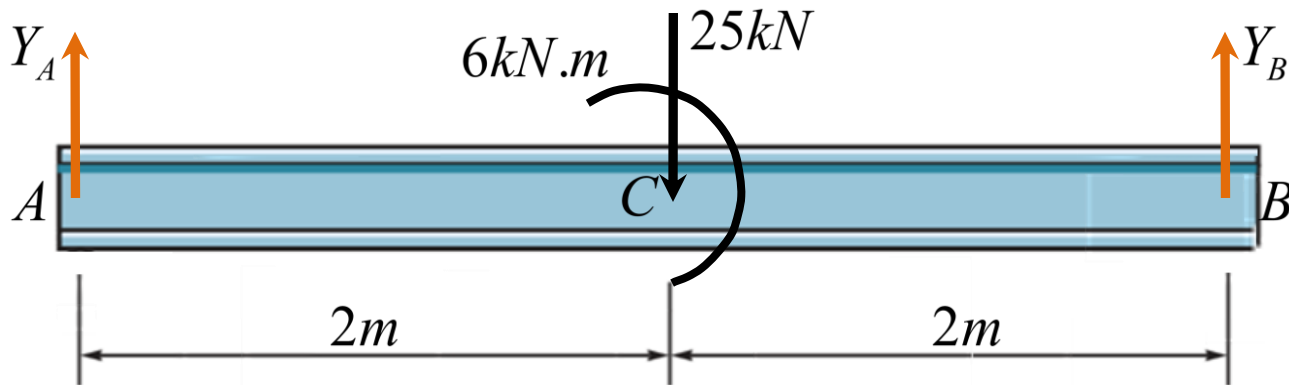
* Xét cân bằng phần Ba:

$$\begin{cases} \sum M_a = 0 \Rightarrow -M_x^{(p)} + 3 \cdot 2,5 - 9 = 0 \Rightarrow M_x^{(p)} = -1,5 \text{ kN.m} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y^{(p)} + 3 = 0 \Rightarrow Q_y^{(p)} = -3 \text{ kN} \end{cases}$$

Bài tập 1: Xác định các thành phần lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trên mặt cắt bên trái và bên phải tại C.

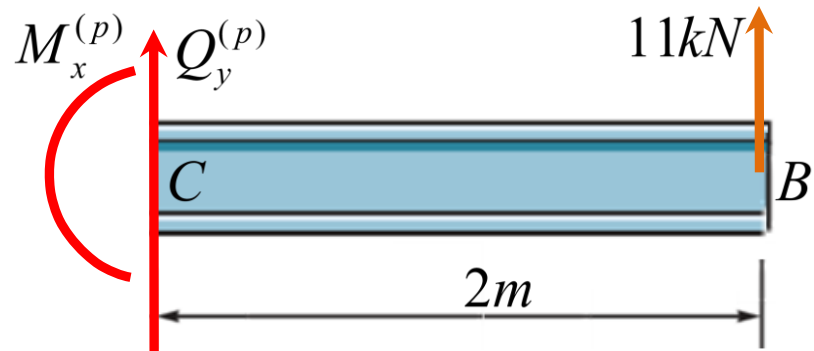
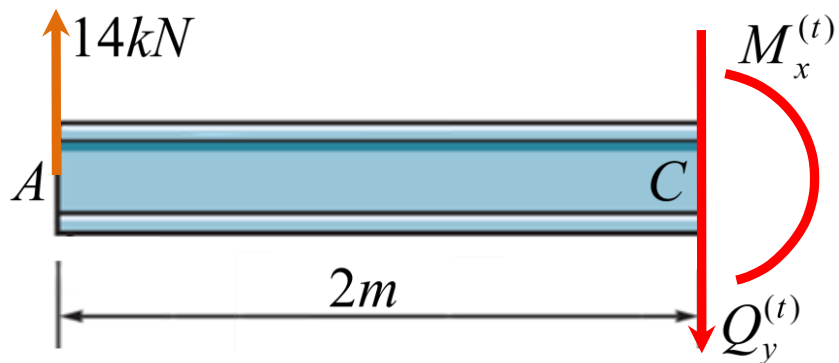


* Xét cân bằng dầm AB:

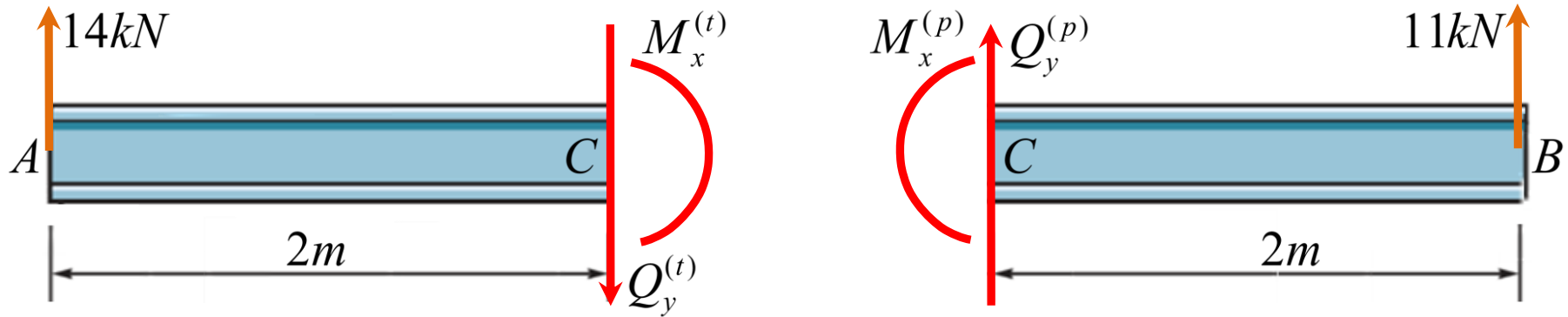


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow 6 - 25 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 = 0 \Rightarrow Y_B = 11 \text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 25 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_A = 14 \text{ kN} \end{cases}$$

* Nội lực trên mặt cắt ngang qua C:



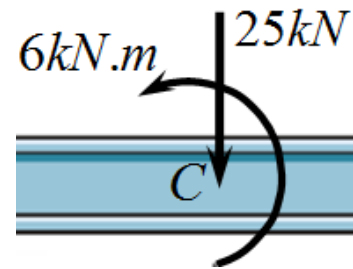
* *Nội lực trên mặt cắt ngang qua C:*



* *Xét cân bằng phần AC:*

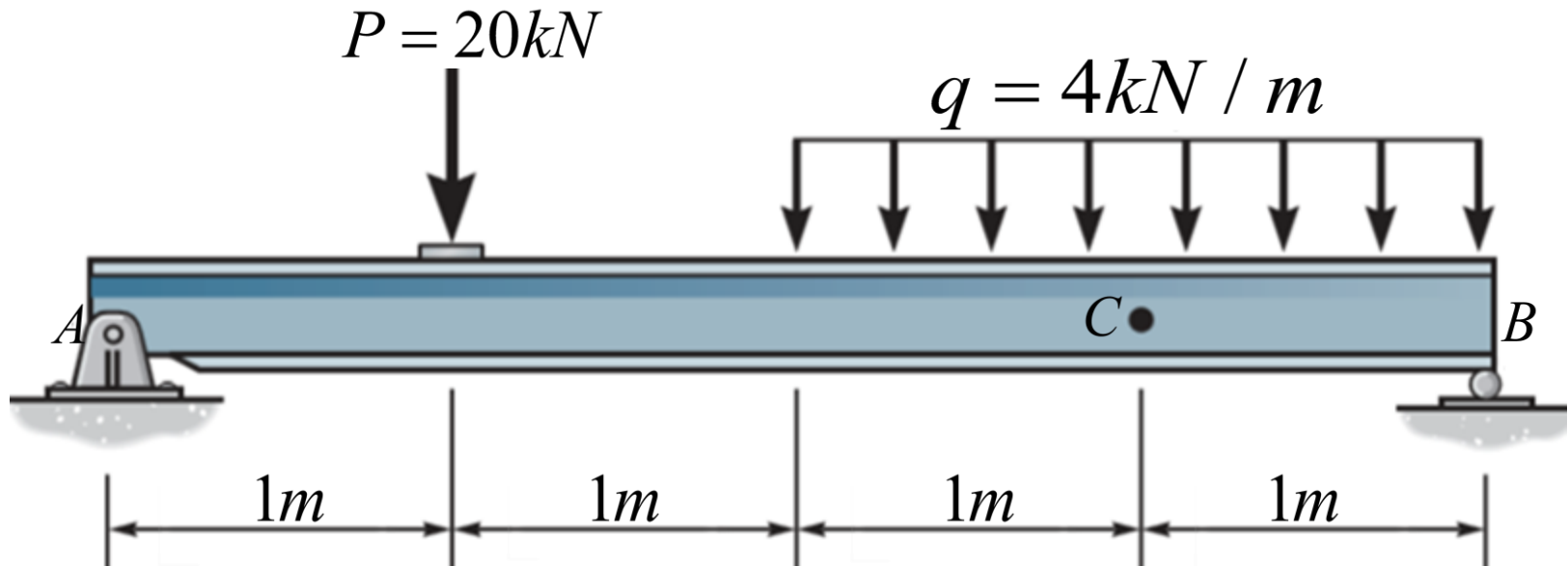
$$\begin{cases} \sum M_C = 0 \Rightarrow -14 \cdot 2 + M_x^{(t)} = 0 \Rightarrow M_x^{(t)} = 28 \text{ kN.m} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow 14 - Q_y^{(t)} = 0 \Rightarrow Q_y^{(t)} = 14 \text{ kN} \end{cases}$$

* *Xét cân bằng phần BC:*

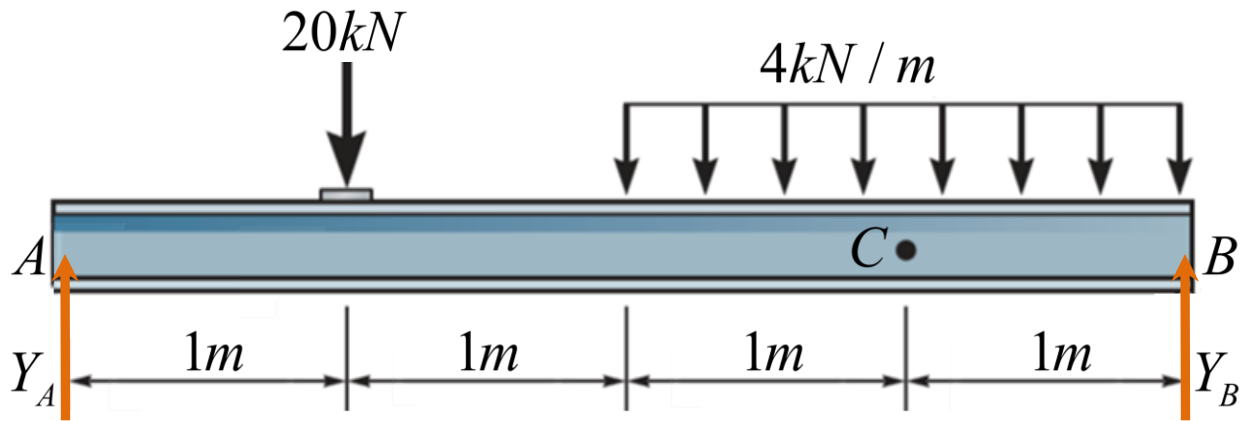


$$\begin{cases} \sum M_C = 0 \Rightarrow -M_x^{(p)} + 11 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M_x^{(p)} = 22 \text{ kN.m} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y^{(p)} + 11 = 0 \Rightarrow Q_y^{(p)} = -11 \text{ kN} \end{cases}$$

Bài tập 1: *Xác định các thành phần lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trên mặt cắt ngang qua C.*

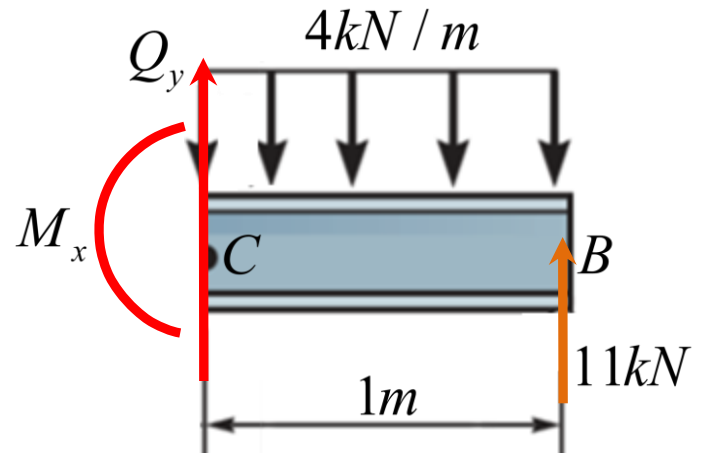


* Xét cân bằng dầm AB:

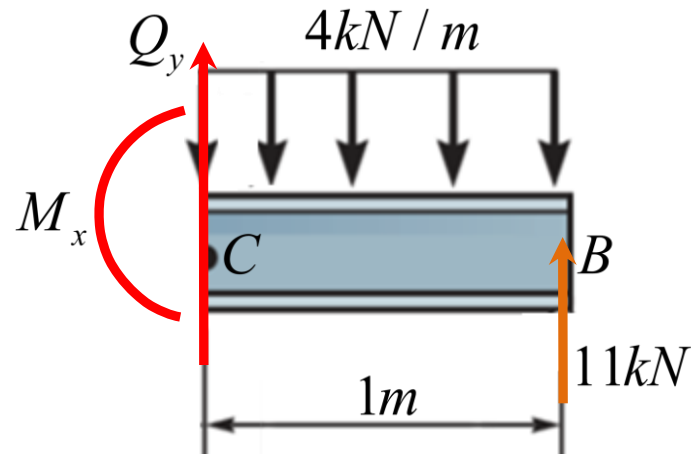


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -20 \cdot 1 - 4 \cdot 2 \cdot 3 + Y_B \cdot 4 = 0 \Rightarrow Y_B = 11kN \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 20 - 4 \cdot 2 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_A = 17kN \end{cases}$$

* Nội lực trên mặt cắt ngang qua C:

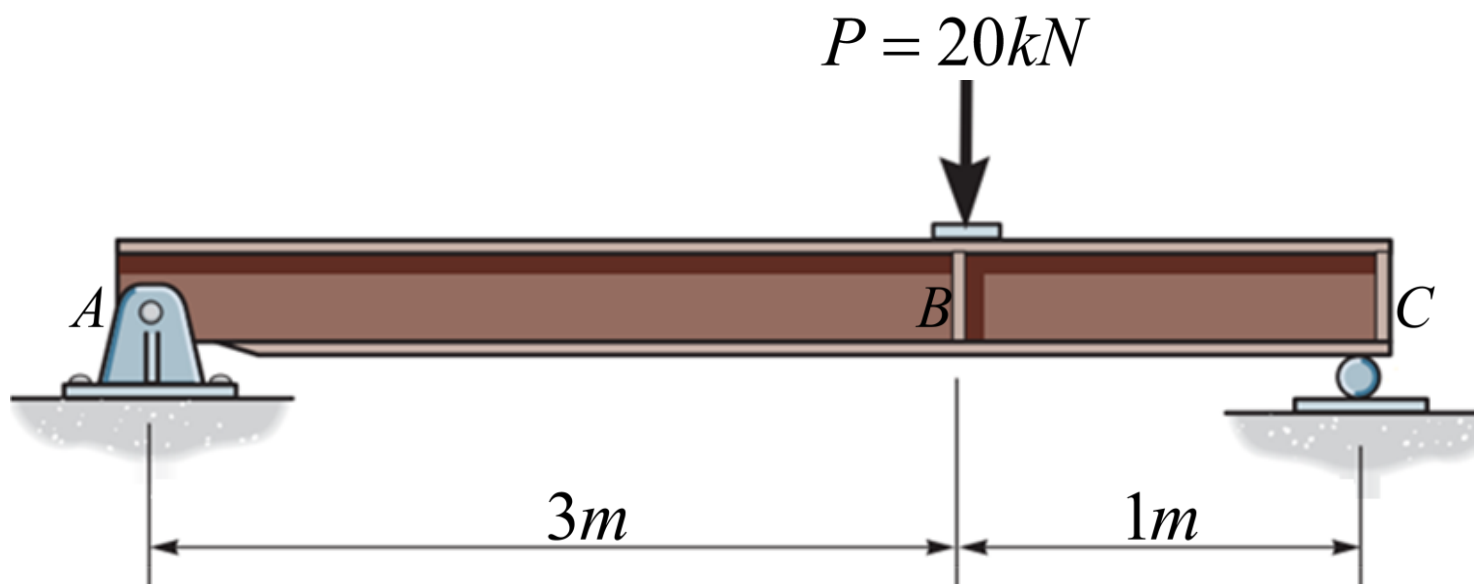


* *Nội lực trên mặt cắt ngang qua C:*

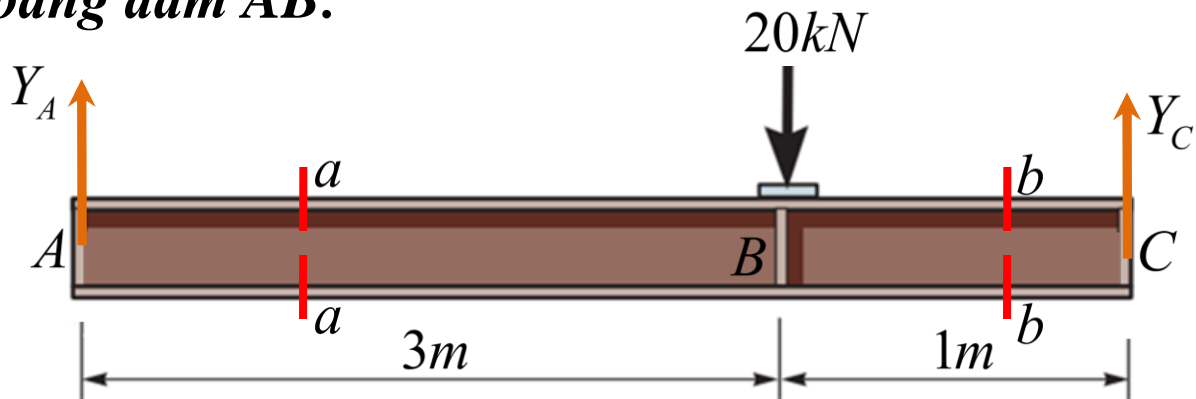


$$\begin{cases} \sum M_C = 0 \Rightarrow -M_x - 4 \cdot 1 \cdot 0,5 + 11 \cdot 1 = 0 \Rightarrow M_x = 9 \text{ kN.m} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y - 4 \cdot 1 + 11 = 0 \Rightarrow Q_y = -7 \text{ kN} \end{cases}$$

Bài tập 1: *Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trong dầm bằng phương pháp mặt cắt.*

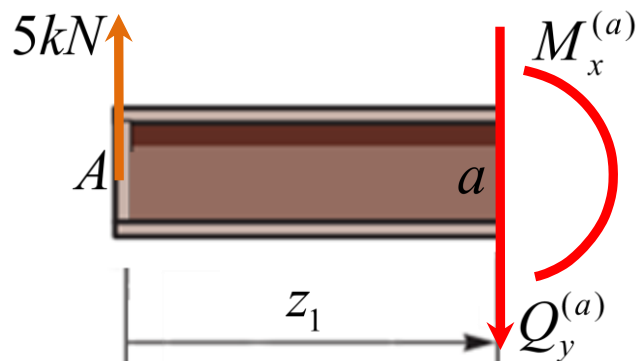


* Xét cân bằng dầm AB:

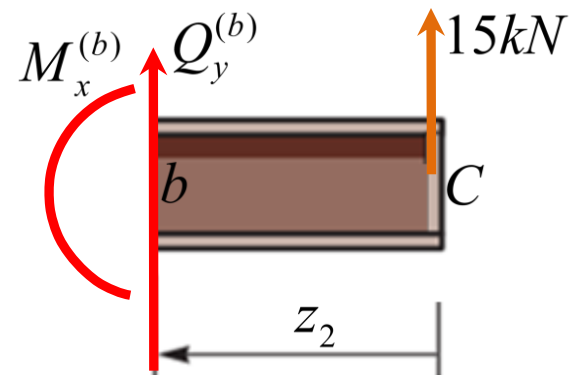


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -20 \cdot 3 + Y_C \cdot 4 = 0 \Rightarrow Y_C = 15kN \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 20 + Y_C = 0 \Rightarrow Y_A = 5kN \end{cases}$$

* Nội lực trên mặt cắt ngang a-a và b-b:

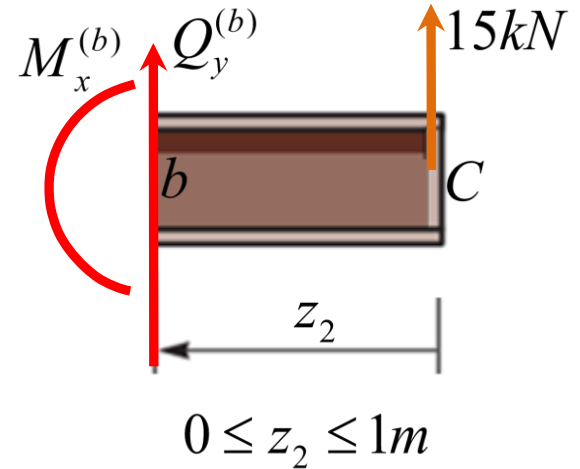
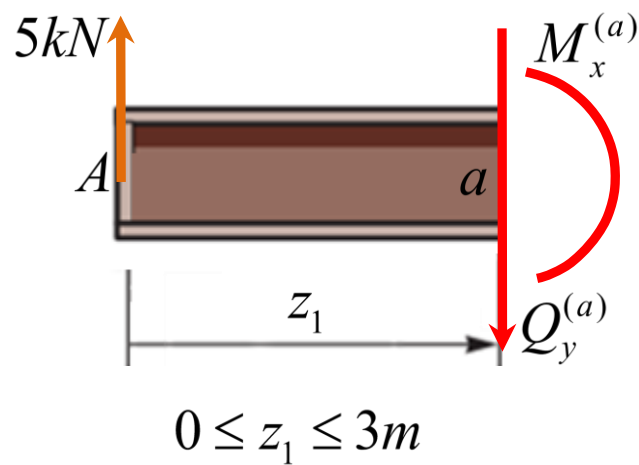


$$0 \leq z_1 \leq 3m$$



$$0 \leq z_2 \leq 1m$$

* *Nội lực trên mặt cắt ngang a-a và b-b:*



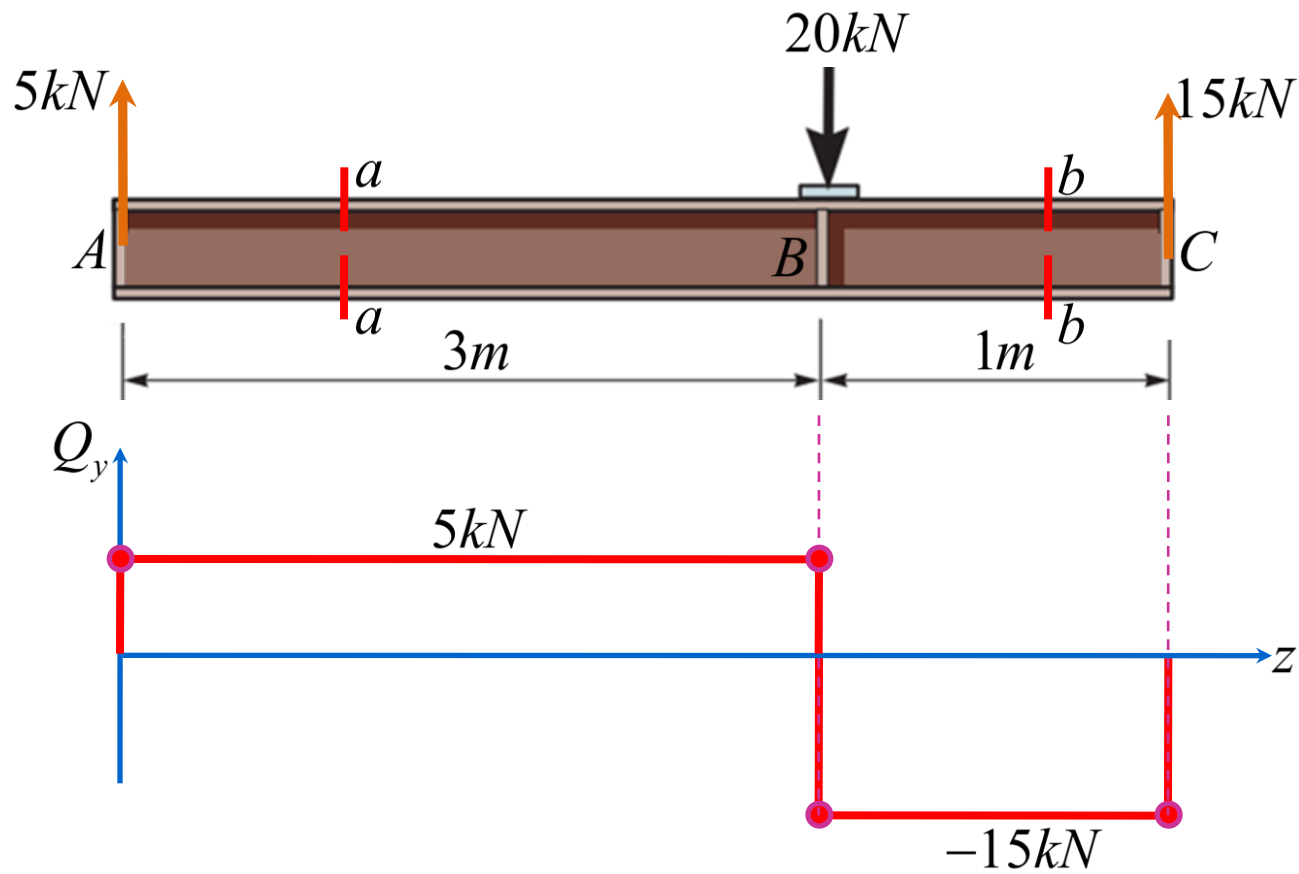
* *Xét cân bằng phần Aa:*

$$\begin{cases} \sum M_a = 0 \Rightarrow -5.z_1 + M_x^{(a)} = 0 \Rightarrow M_x^{(a)} = 5z_1 (kN.m) \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow 5 - Q_y^{(a)} = 0 \Rightarrow Q_y^{(a)} = 5kN \end{cases}$$

* *Xét cân bằng phần Cb:*

$$\begin{cases} \sum M_b = 0 \Rightarrow -M_x^{(b)} + 15.z_2 = 0 \Rightarrow M_x^{(b)} = 15z_2 (kN.m) \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y^{(b)} + 15 = 0 \Rightarrow Q_y^{(b)} = -15kN \end{cases}$$

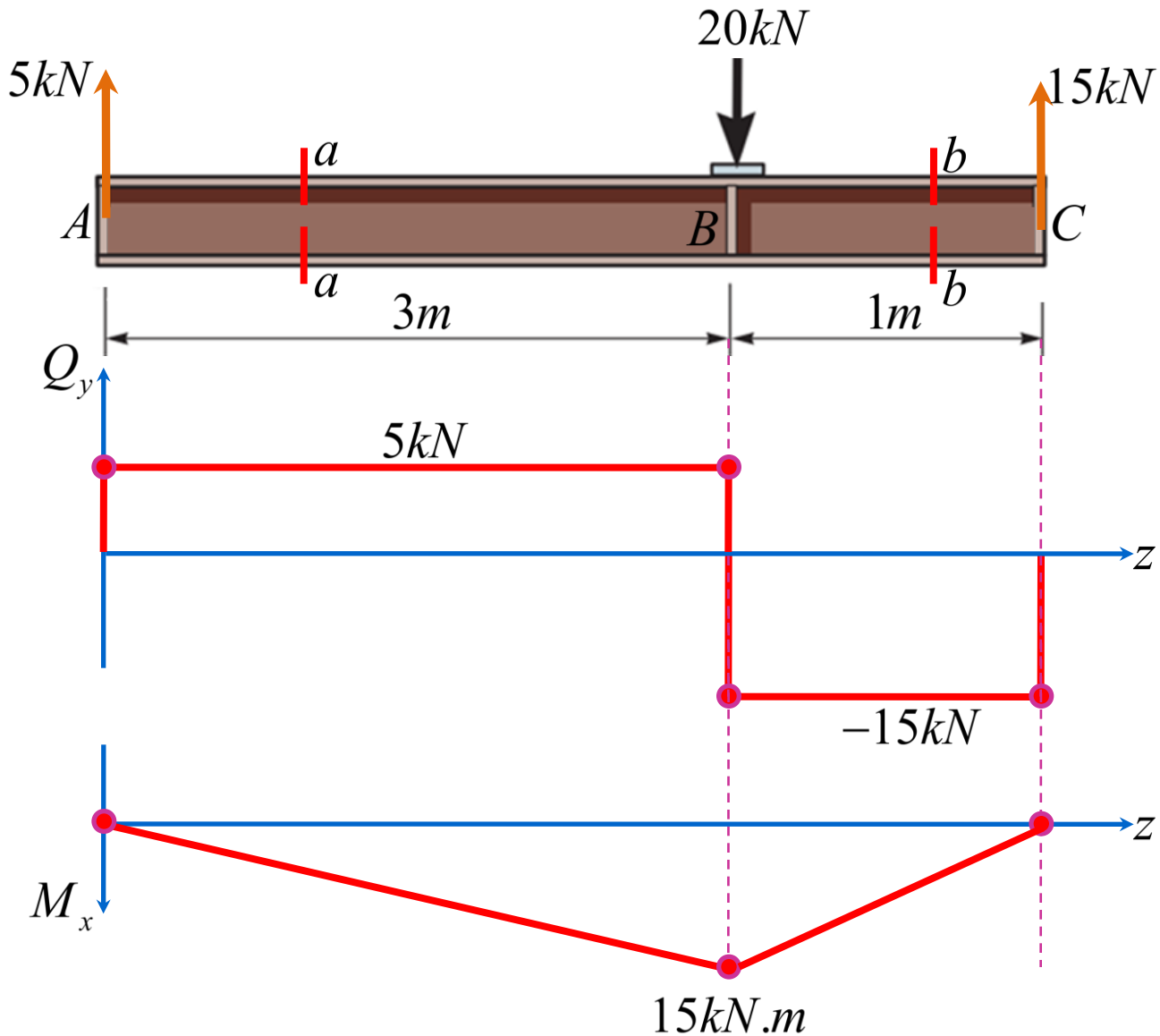
* *Vẽ biểu đồ nội lực:*



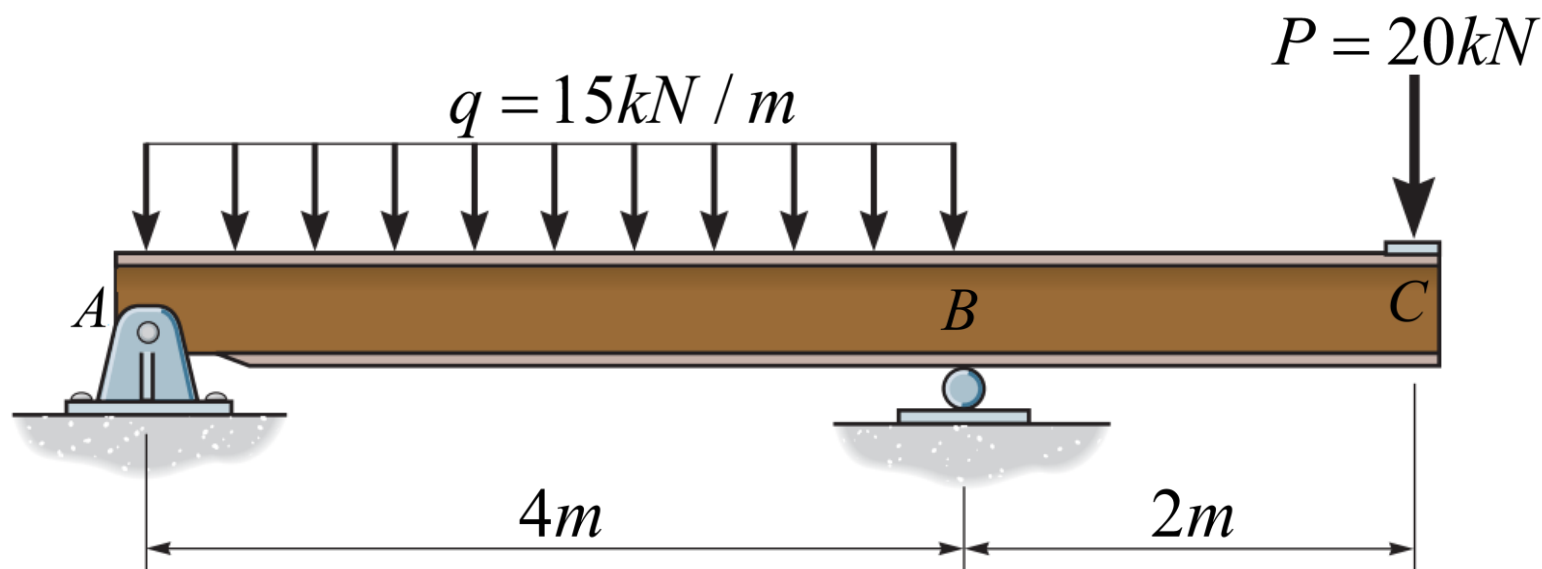
$$\begin{cases} Q_y^{(a)} = 5kN \\ Q_y^{(b)} = -15kN \end{cases}$$

* *Vẽ biểu đồ nội lực:*

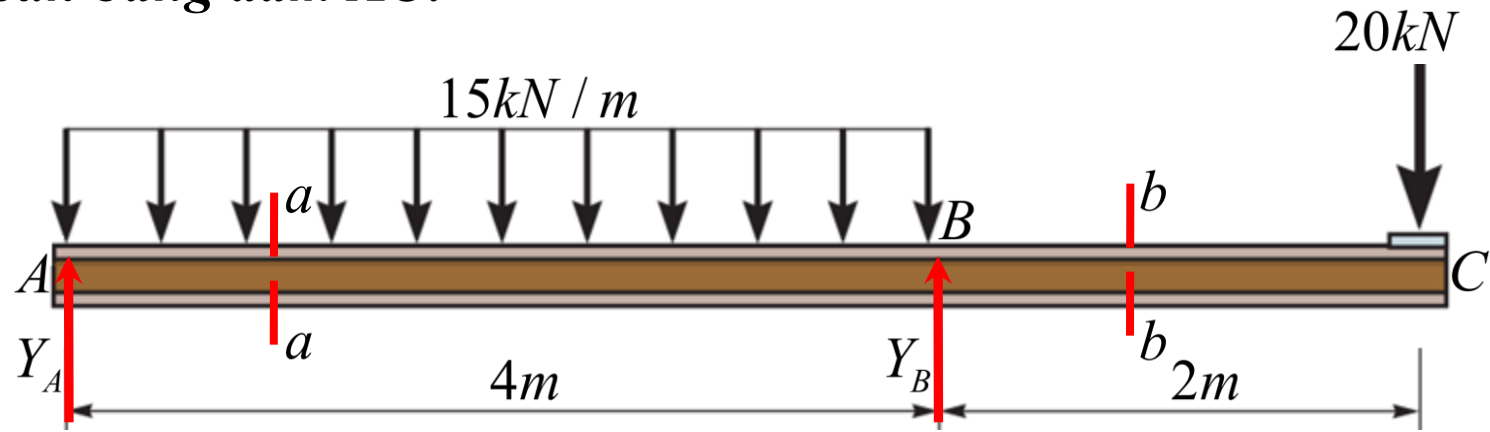
$$M_x^{(b)} \equiv 55z_l \text{ (kN.m)}; (0 \leq z_l \leq 3\text{m})$$



Bài tập 1: *Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trong dầm bằng phương pháp mặt cắt.*

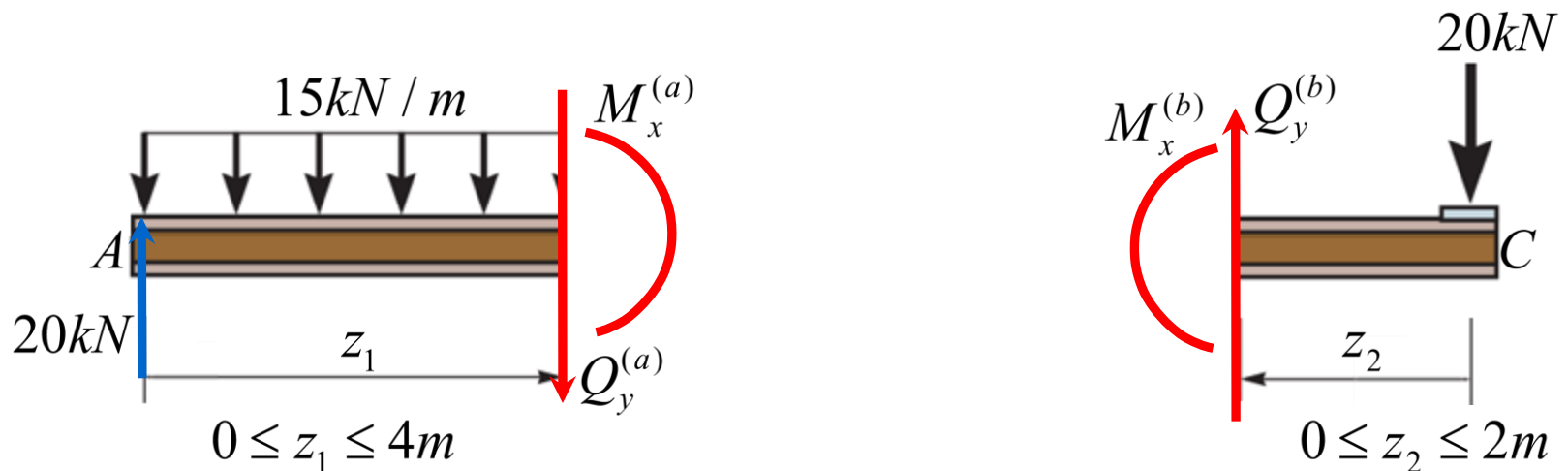


* Xét cân bằng dầm AC:

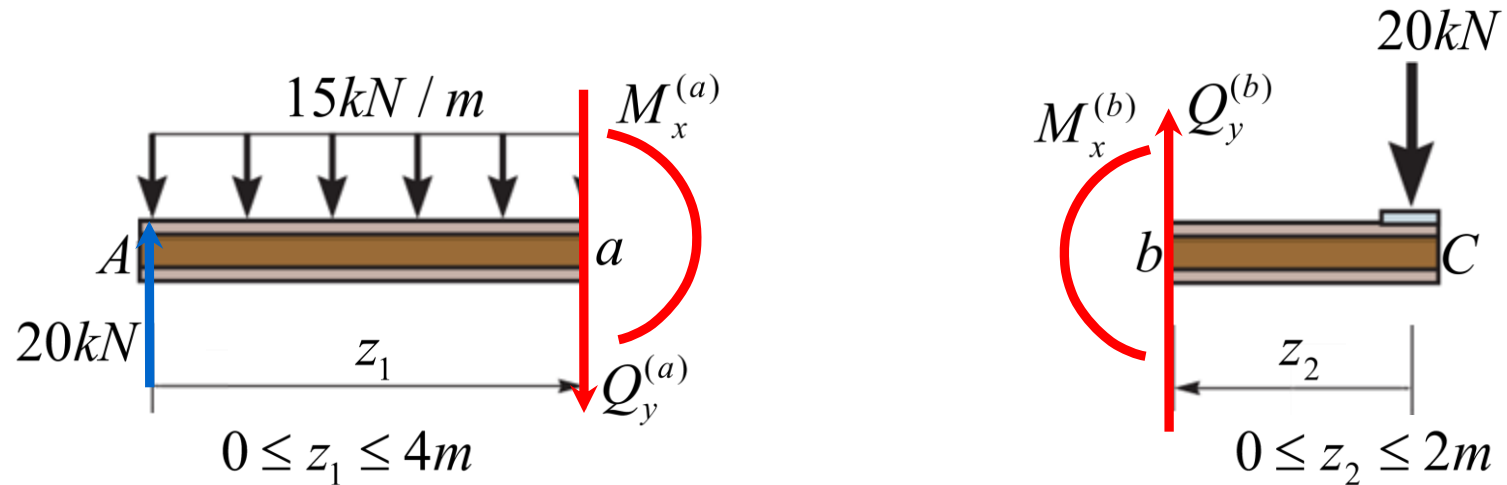


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -15 \cdot 4 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 - 20 \cdot 6 = 0 \Rightarrow Y_B = 60\text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 15 \cdot 4 + Y_C - 20 = 0 \Rightarrow Y_A = 20\text{ kN} \end{cases}$$

* Nội lực trên mặt cắt ngang a-a và b-b:



* **Nội lực trên mặt cắt ngang a-a và b-b:**



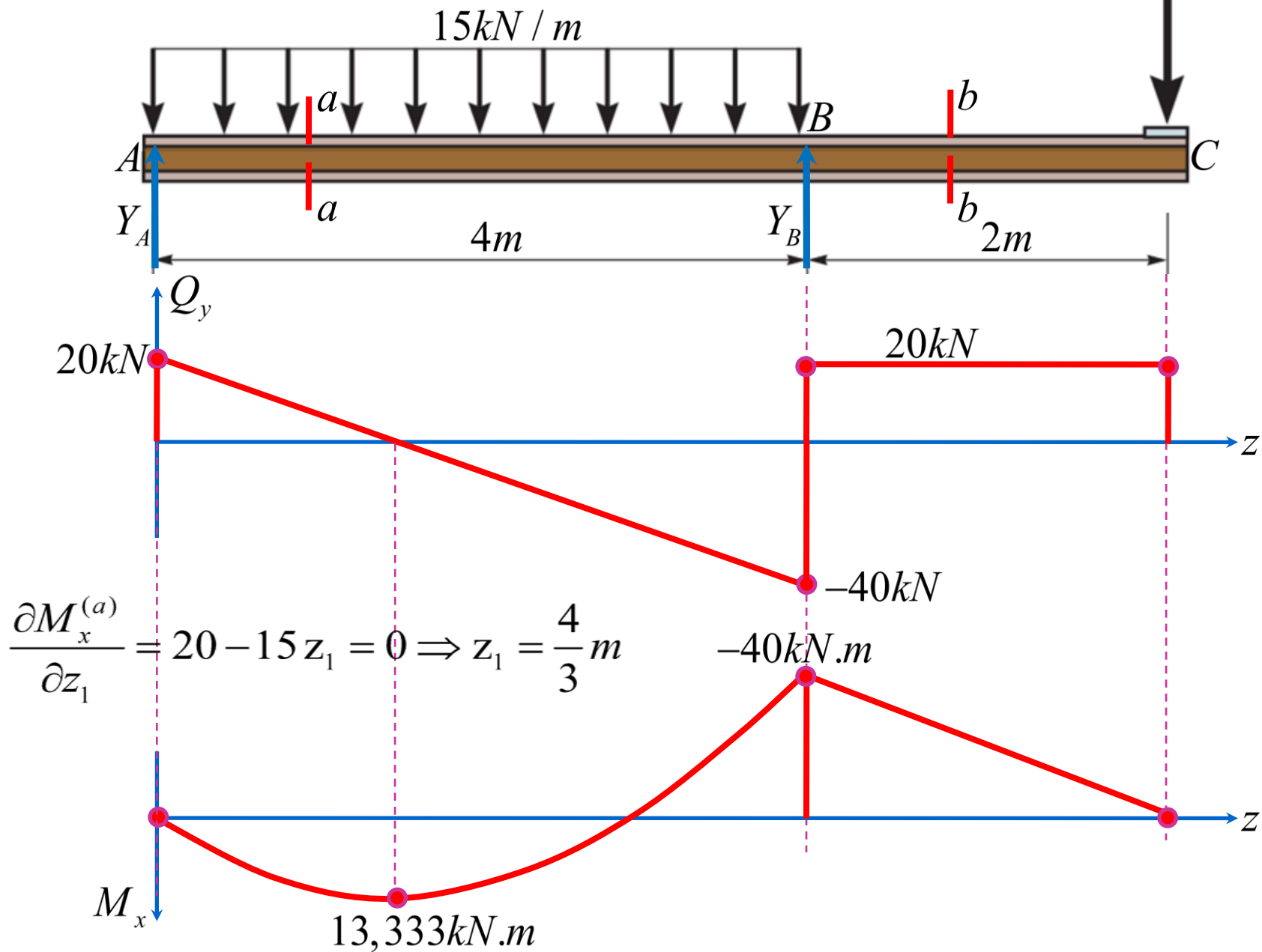
* **Xét cân bằng phần Aa:**

$$\begin{cases} \sum M_a = 0 \Rightarrow -20z_1 + 15 \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2} + M_x^{(a)} = 0 \Rightarrow M_x^{(a)} = (20z_1 - 7,5z_1^2)(kN.m) \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow 20 - 15z_1 - Q_y^{(a)} = 0 \Rightarrow Q_y^{(a)} = (20 - 15z_1)(kN) \end{cases}$$

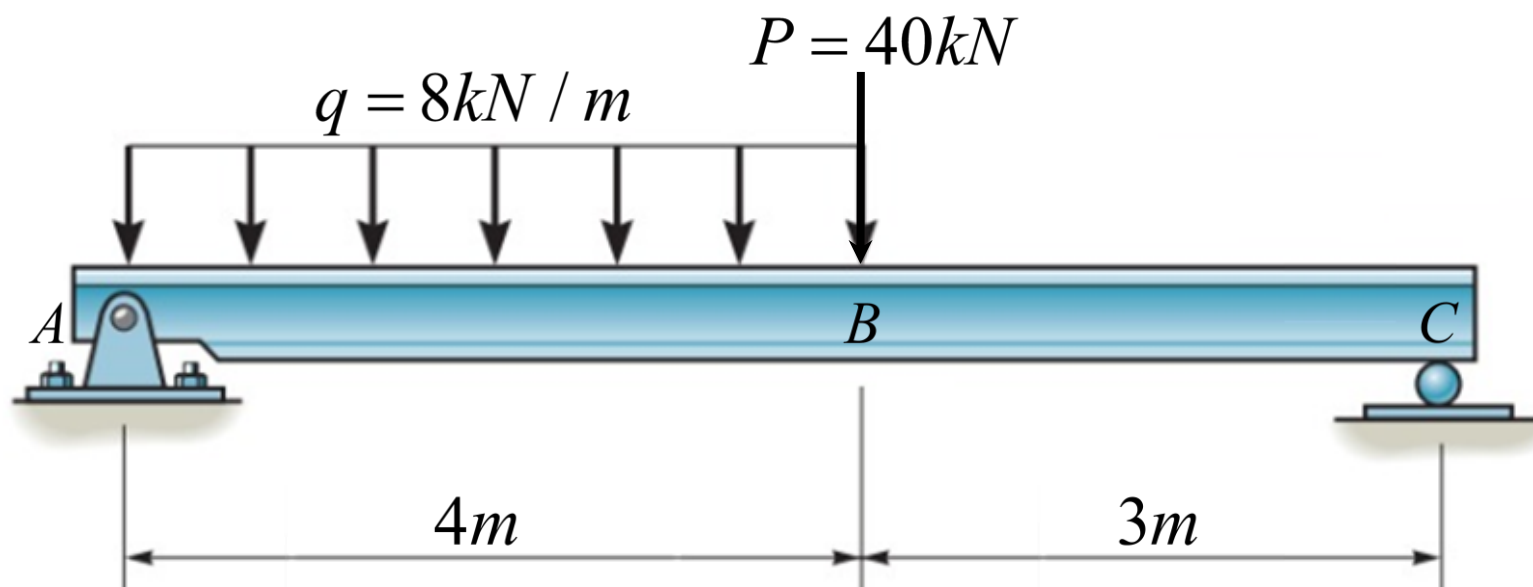
* **Xét cân bằng phần Cb:**

$$\begin{cases} \sum M_b = 0 \Rightarrow -M_x^{(b)} - 20 \cdot z_2 = 0 \Rightarrow M_x^{(b)} = -20z_2(kN.m) \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y^{(b)} - 20 = 0 \Rightarrow Q_y^{(b)} = 20kN \end{cases}$$

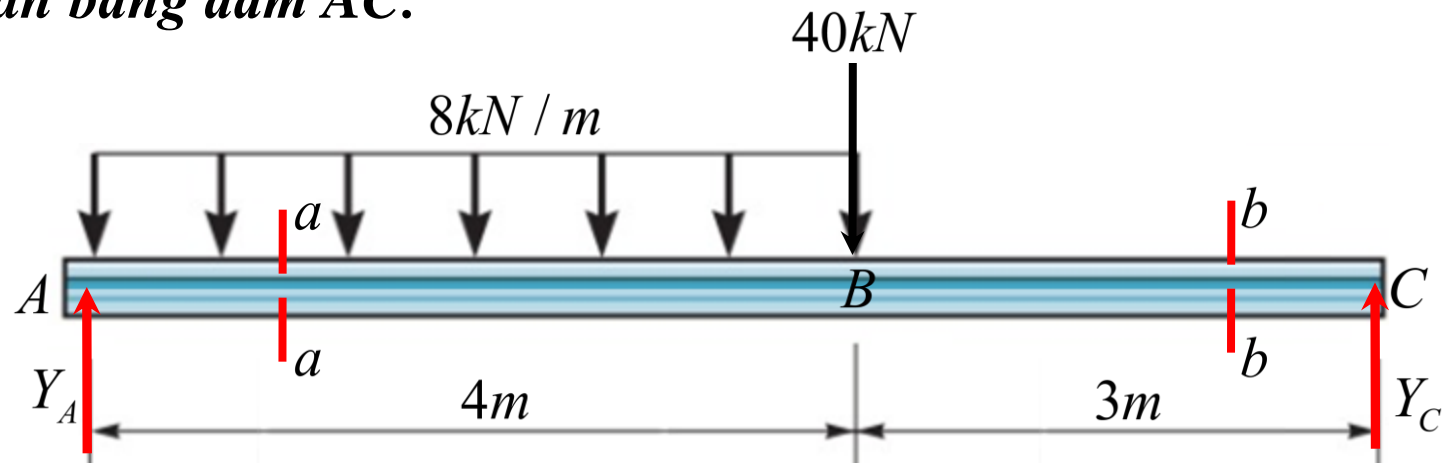
$$Q_y^{(a)} = 20 - 15z_1; 0 \leq z_1 \leq 4m \quad Q_y^{(b)} = 20kN$$



Bài tập 1: *Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trong dầm bằng phương pháp mặt cắt.*

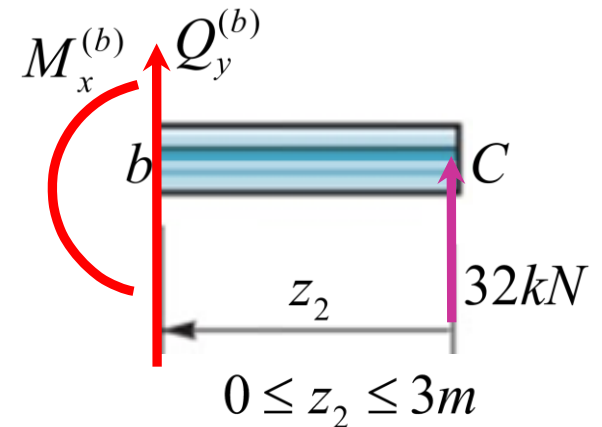
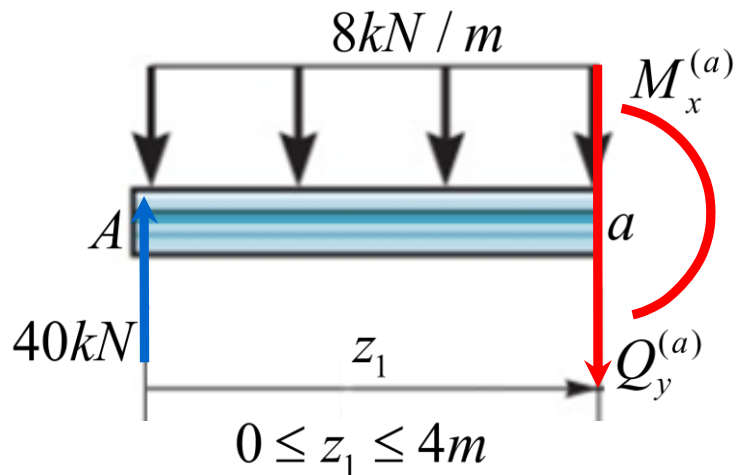


* Xét cân bằng dầm AC:

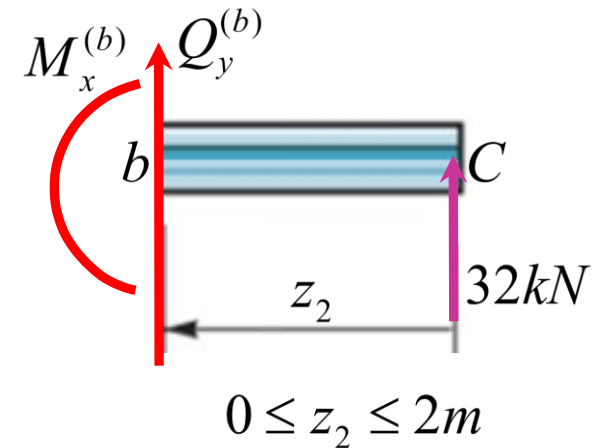
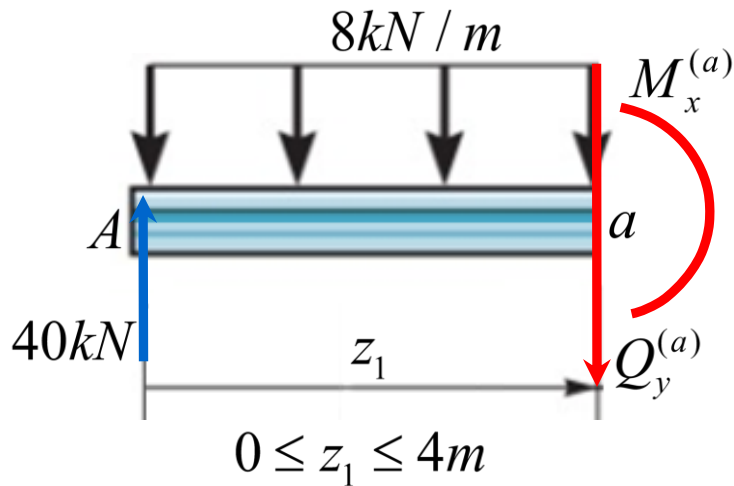


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -8 \cdot 4 \cdot 2 - 40 \cdot 4 + Y_C \cdot 7 = 0 \Rightarrow Y_C = 32\text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 8 \cdot 4 - 40 + Y_C = 0 \Rightarrow Y_A = 40\text{ kN} \end{cases}$$

* Nội lực trên mặt cắt ngang a-a và b-b:



* **Nội lực trên mặt cắt ngang a-a và b-b:**



* **Xét cân bằng phần Aa:**

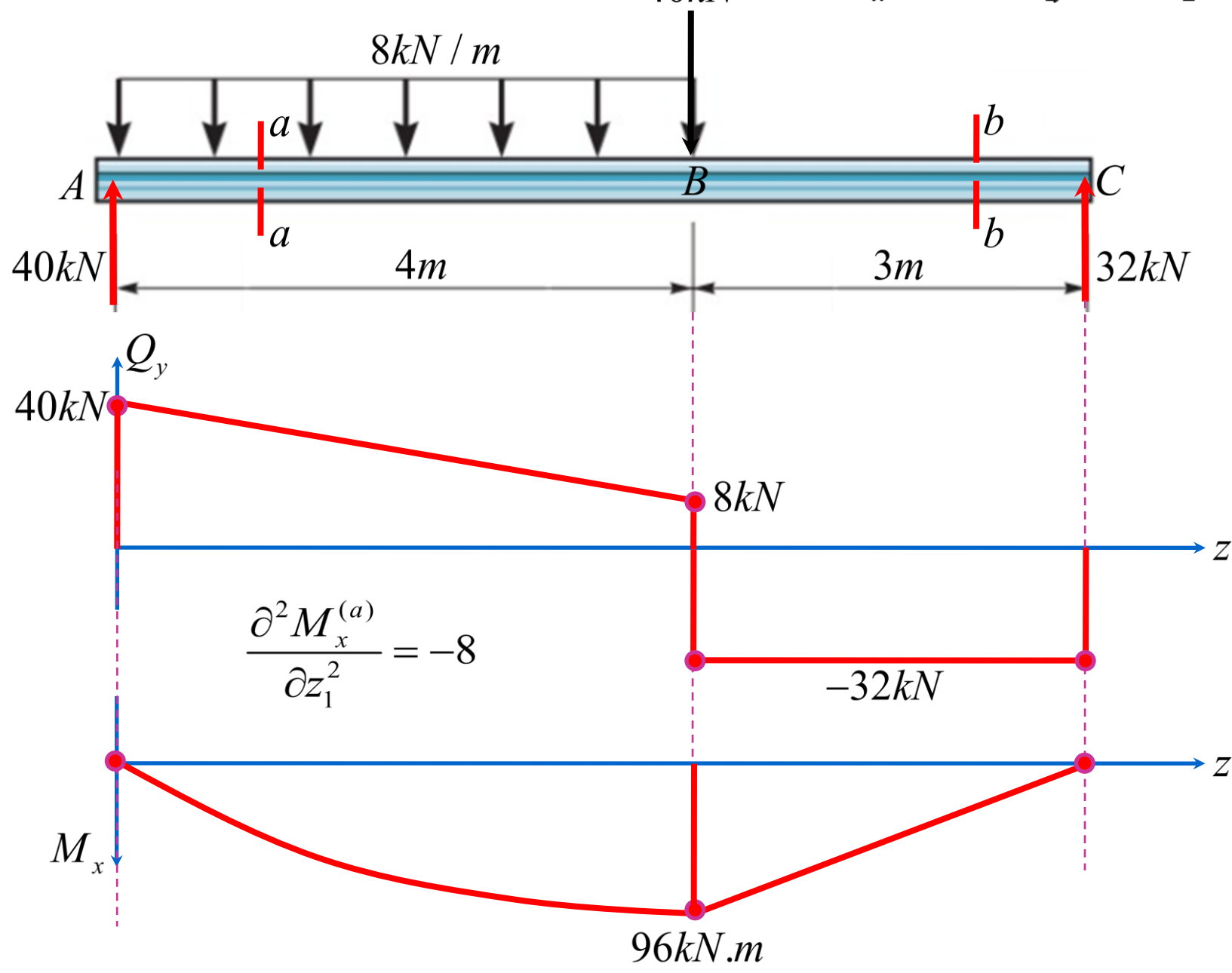
$$\begin{cases} \sum M_a = 0 \Rightarrow -40z_1 + 8 \cdot z_1 \cdot \frac{z_1}{2} + M_x^{(a)} = 0 \Rightarrow M_x^{(a)} = (40z_1 - 4z_1^2) (kN.m) \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow 40 - 8z_1 - Q_y^{(a)} = 0 \Rightarrow Q_y^{(a)} = (40 - 8z_1) (kN) \end{cases}$$

* **Xét cân bằng phần Cb:**

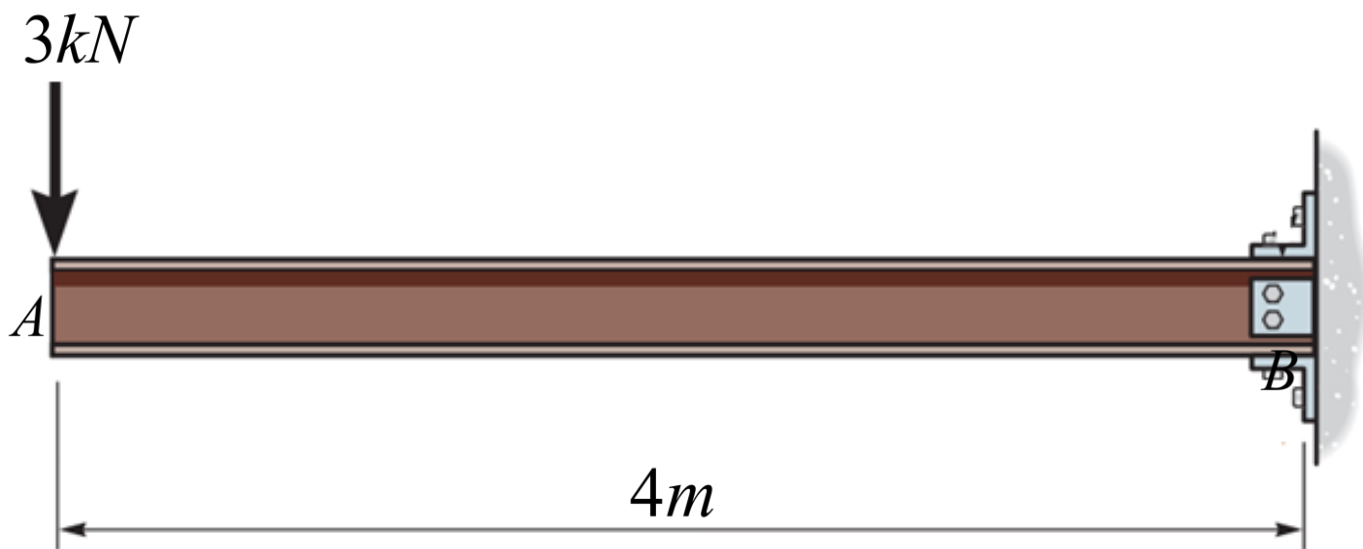
$$\begin{cases} \sum M_b = 0 \Rightarrow -M_x^{(b)} + 32 \cdot z_2 = 0 \Rightarrow M_x^{(b)} = 32z_2 (kN.m) \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y^{(b)} + 32 = 0 \Rightarrow Q_y^{(b)} = -32kN \end{cases}$$

$$Q_y^{(a)} = 40 - 8z_1 \quad (kN); \quad 0 \leq z_1 \leq 4m$$

$$M_x^{(b)} = 32z_2 \quad (kNm); \quad 0 \leq z_2 \leq 3m$$



Bài tập 1: *Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trong dầm bằng phương pháp vẽ nhanh.*



** Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y bằng phương pháp vẽ nhanh.*

$$\frac{dQ_y}{dz} = q$$



Q_y hơn lực phân bố một bậc

$$Q_y^{(p)} = Q_y^{(t)} \pm P$$



Khi đi từ trái qua phải, nếu trên sơ đồ tính có lực tập trung, biểu đồ Q_y có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị lực tập trung. Chiều bước nhảy cùng chiều với lực tập trung

$$Q_y^{(b)} = Q_y^{(a)} + R_q^{(a-b)}$$



Khi đi từ trái qua phải, Q_y cuối đoạn bằng Q_y đầu đoạn cộng hợp lực phân bố trên đoạn đó (lực phân bố hướng lên dương, hướng xuống âm)

** Vẽ biểu đồ mômen uốn M_x bằng phương pháp vẽ nhanh.*

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y$$

→ M_x hơn Q_y một bậc

$$M_x^{(p)} = M_x^{(t)} \pm M$$

→

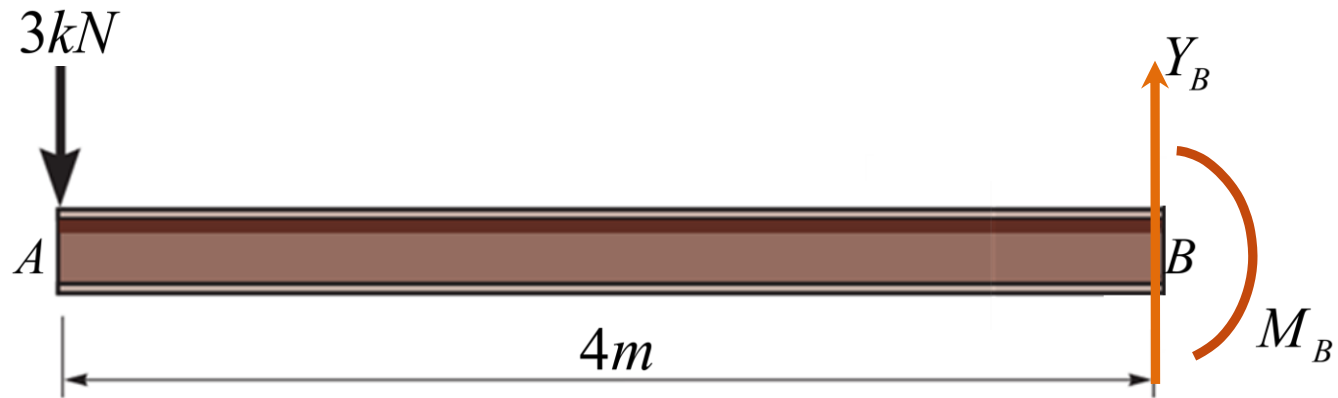
Khi đi từ trái qua phải, nếu trên sơ đồ tính có ngẫu lực tập trung, biểu đồ M_x có bước nhảy, giá trị bước nhảy bằng giá trị ngẫu lực tập trung. Nhảy xuống khi ngẫu lực quay cùng chiều, nhảy lên khi ngẫu lực quay ngược chiều kim đồng hồ

$$M_x^{(b)} = M_x^{(a)} + S_{Q_y}^{(a-b)}$$

→

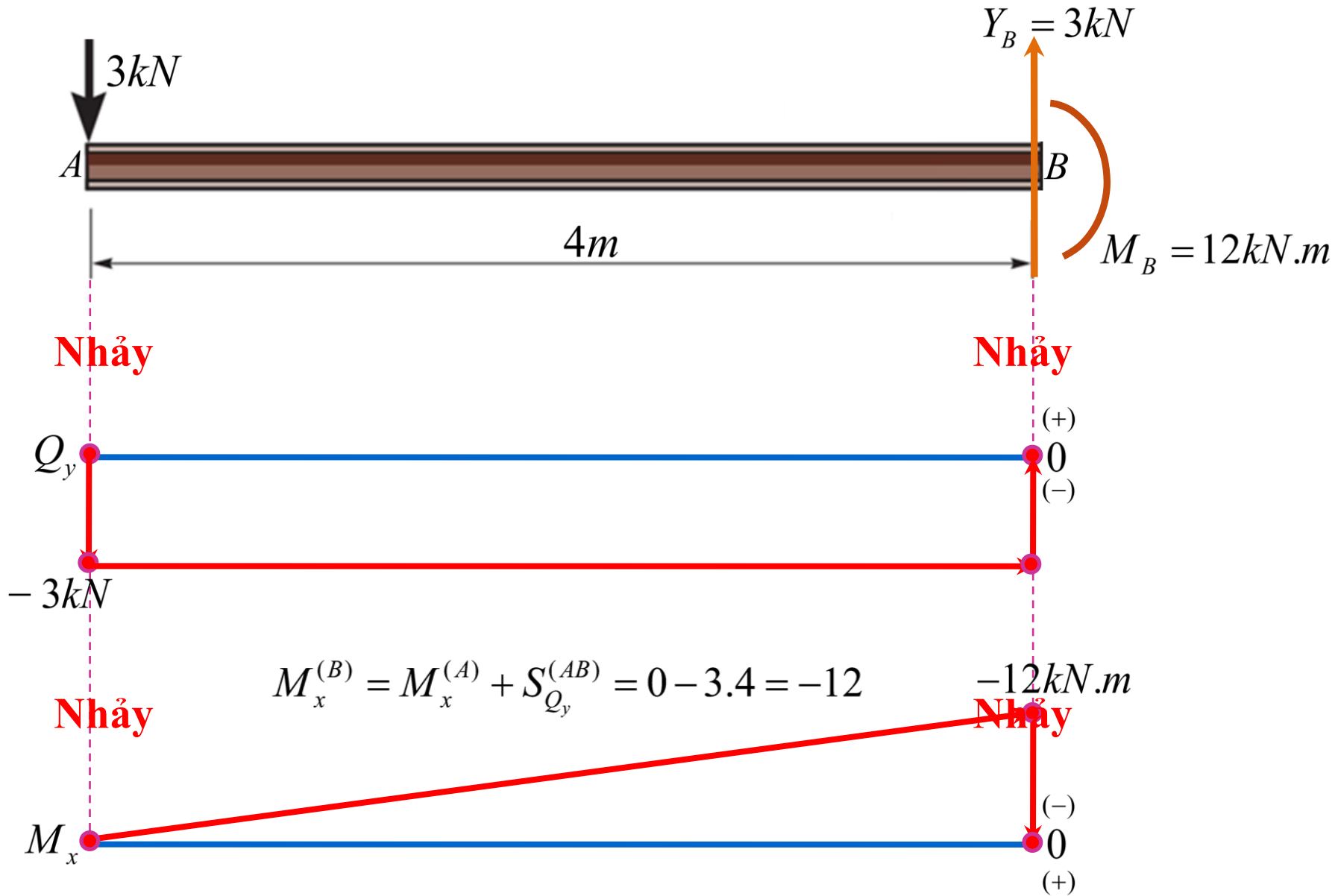
Khi đi từ trái qua phải, M_x cuối đoạn bằng M_x đầu đoạn cộng diện tích biểu đồ lực cắt Q_y trên đoạn đó

* Xét cân bằng dầm AB:

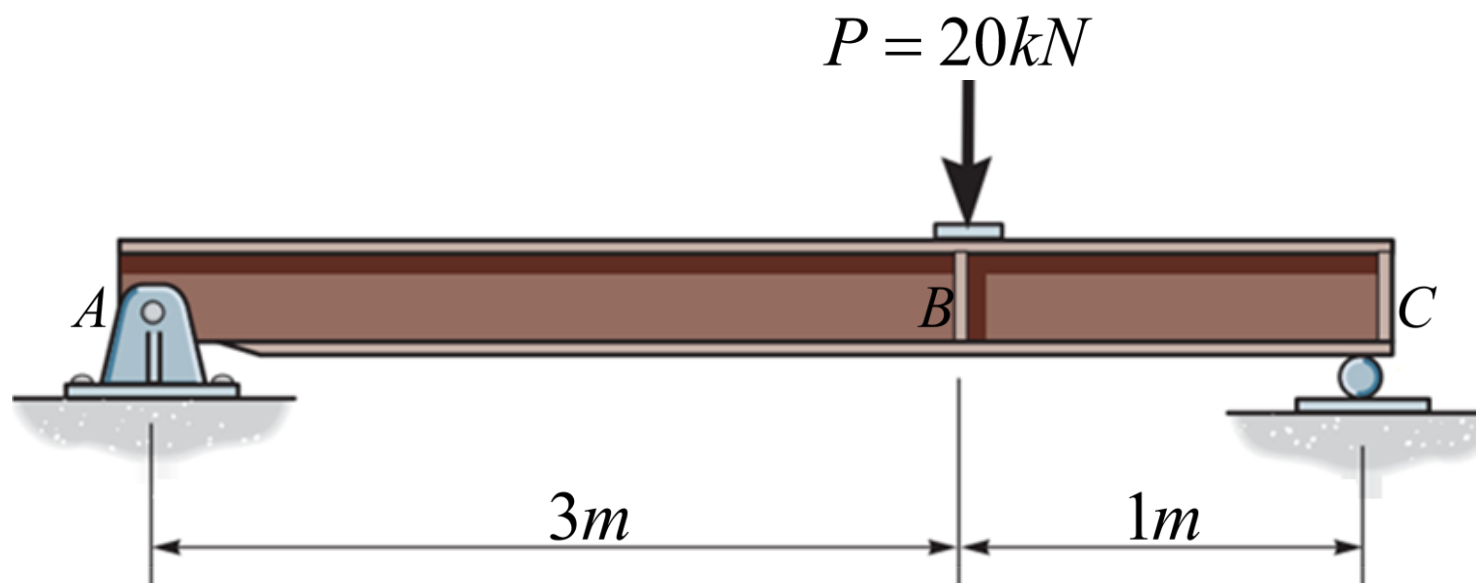


$$\begin{cases} \sum M_B = 0 \Rightarrow 3 \cdot 4 - M_B = 0 \Rightarrow M_B = 12 \text{ kN.m} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow -3 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_B = 3 \text{ kN} \end{cases}$$

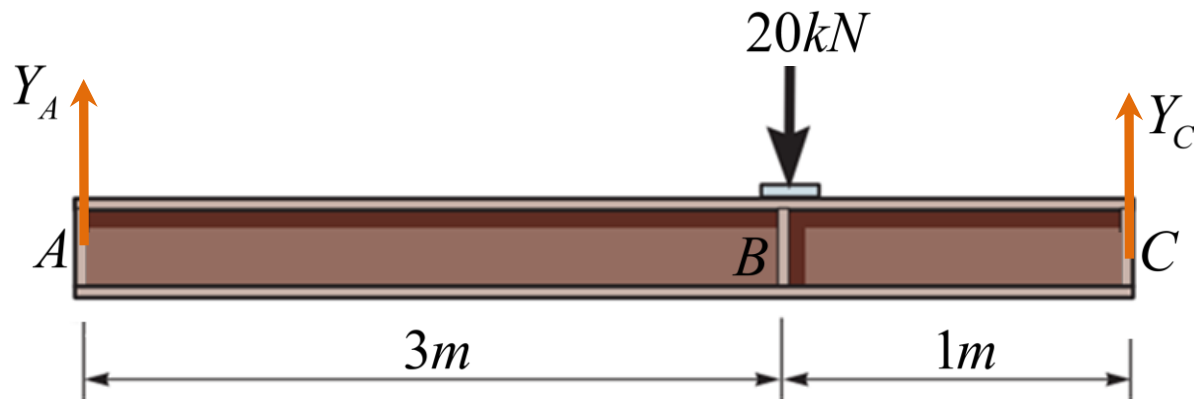
* *Vẽ biểu đồ nội lực:*



Bài tập 1: *Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trong dầm bằng phương pháp vẽ nhanh.*

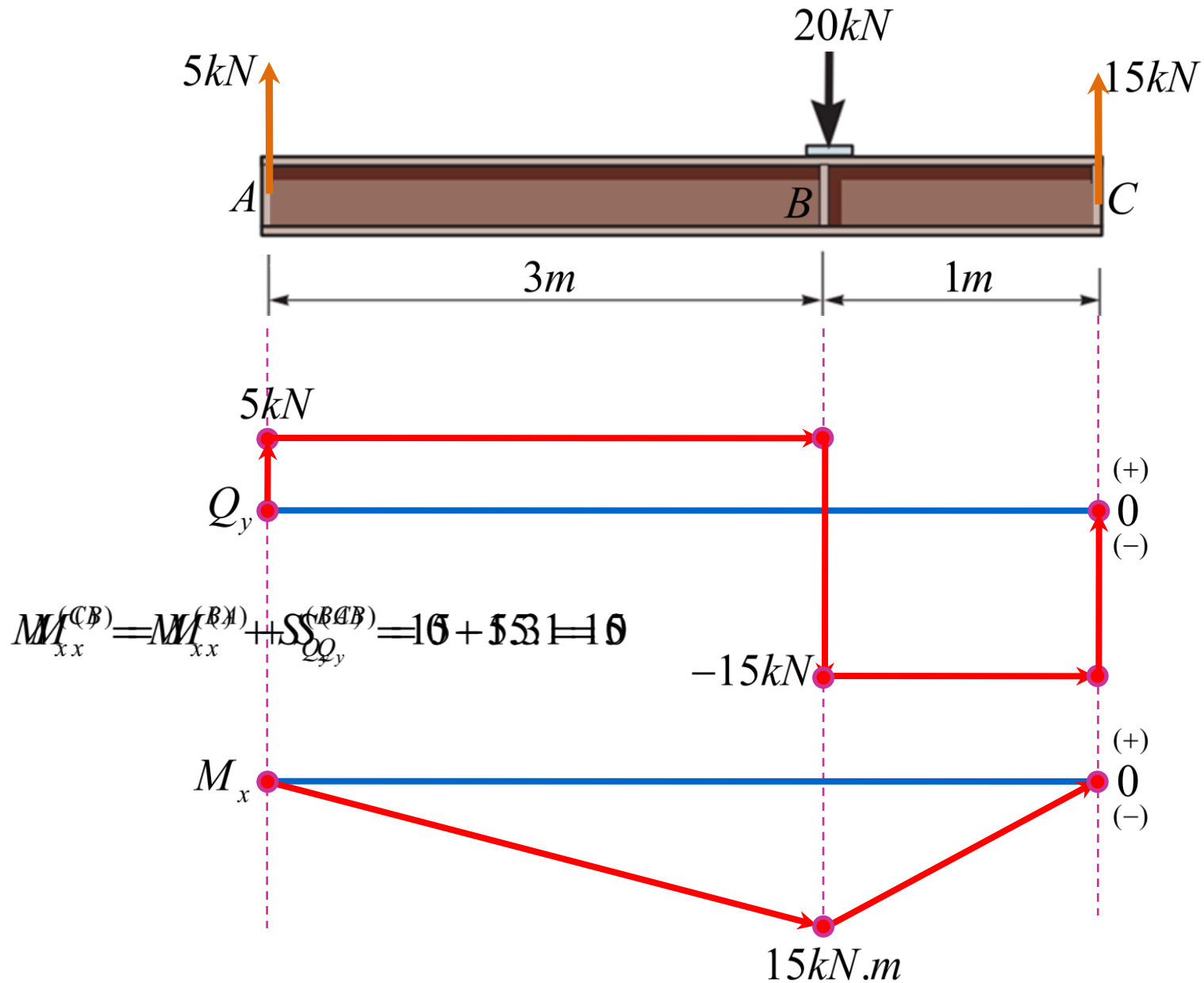


* Xét cân bằng dầm AC:

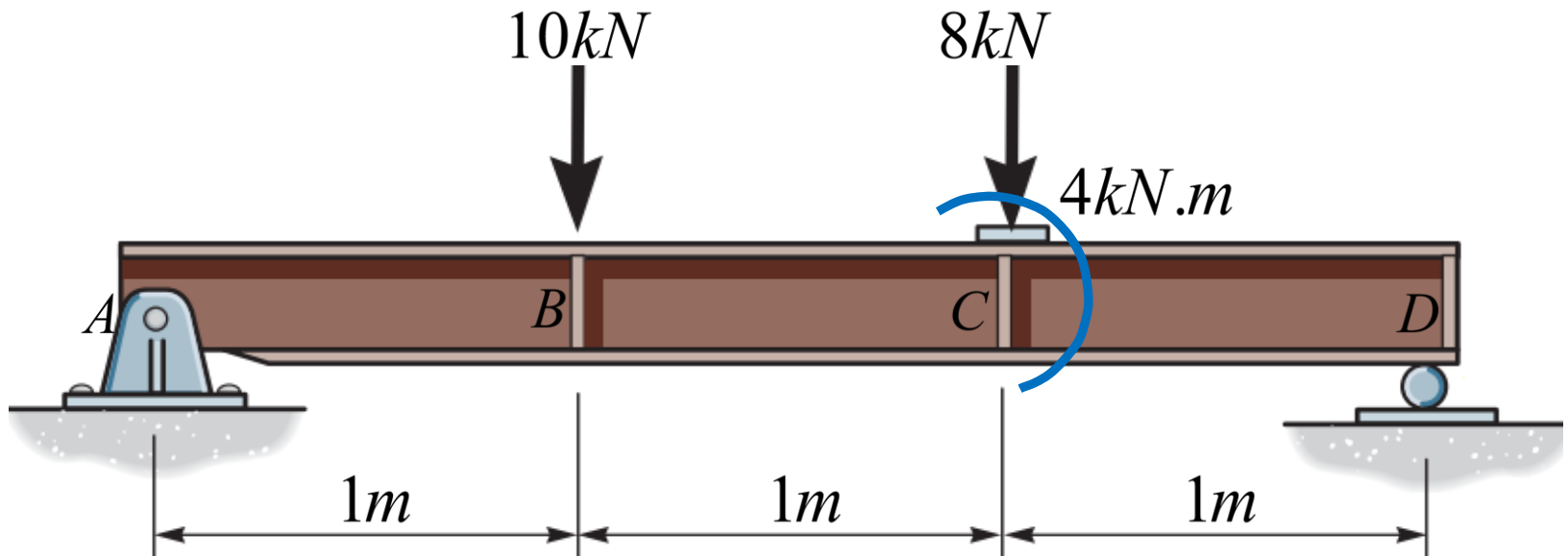


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -20 \cdot 3 + Y_C \cdot 4 = 0 \Rightarrow Y_C = 15 \text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 20 + Y_C = 0 \Rightarrow Y_A = 5 \text{ kN} \end{cases}$$

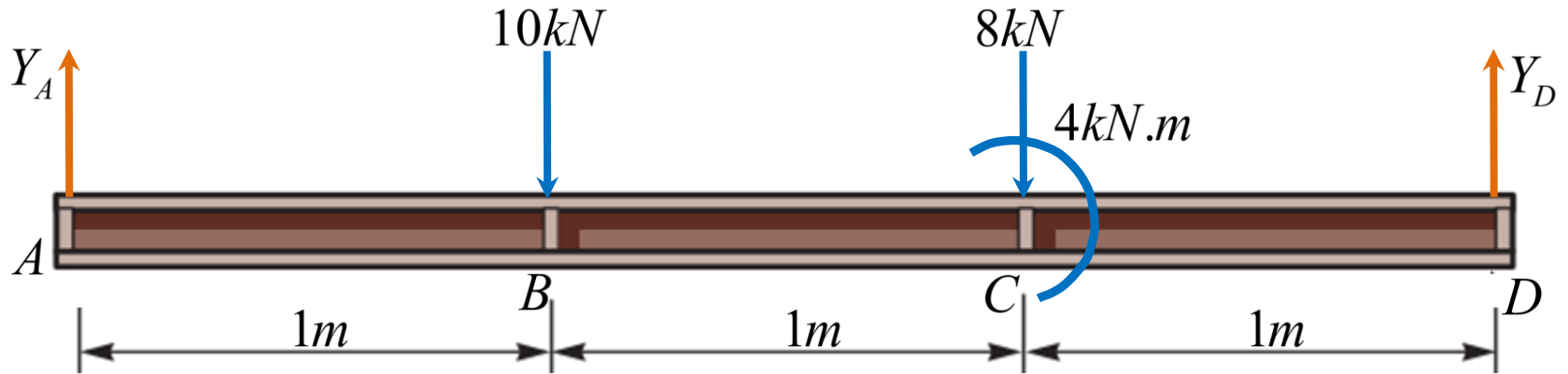
* *Vẽ biểu đồ nội lực:*



Bài tập 1: *Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trong dầm bằng phương pháp vẽ nhanh.*

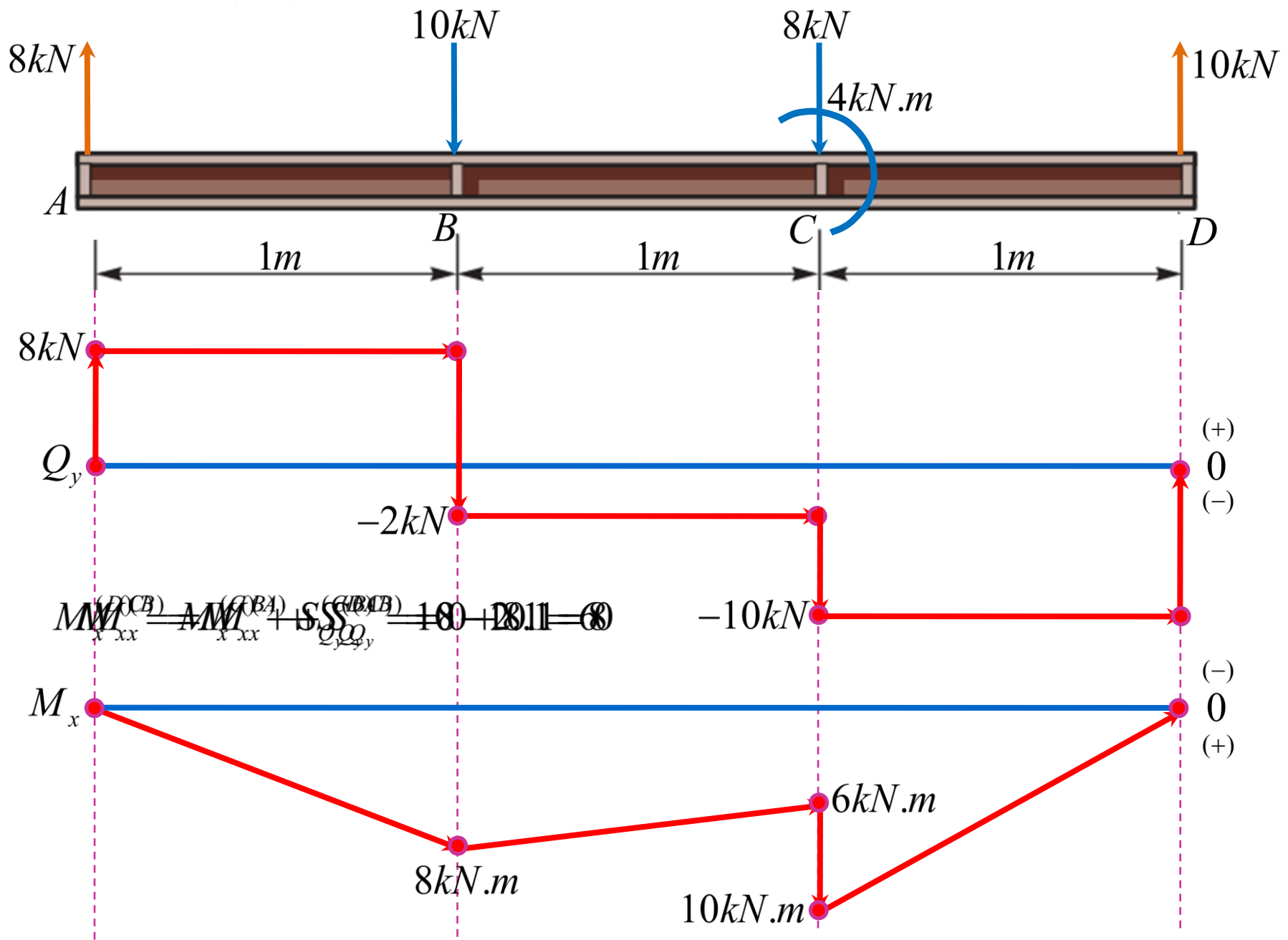


* Xét cân bằng dầm AD:

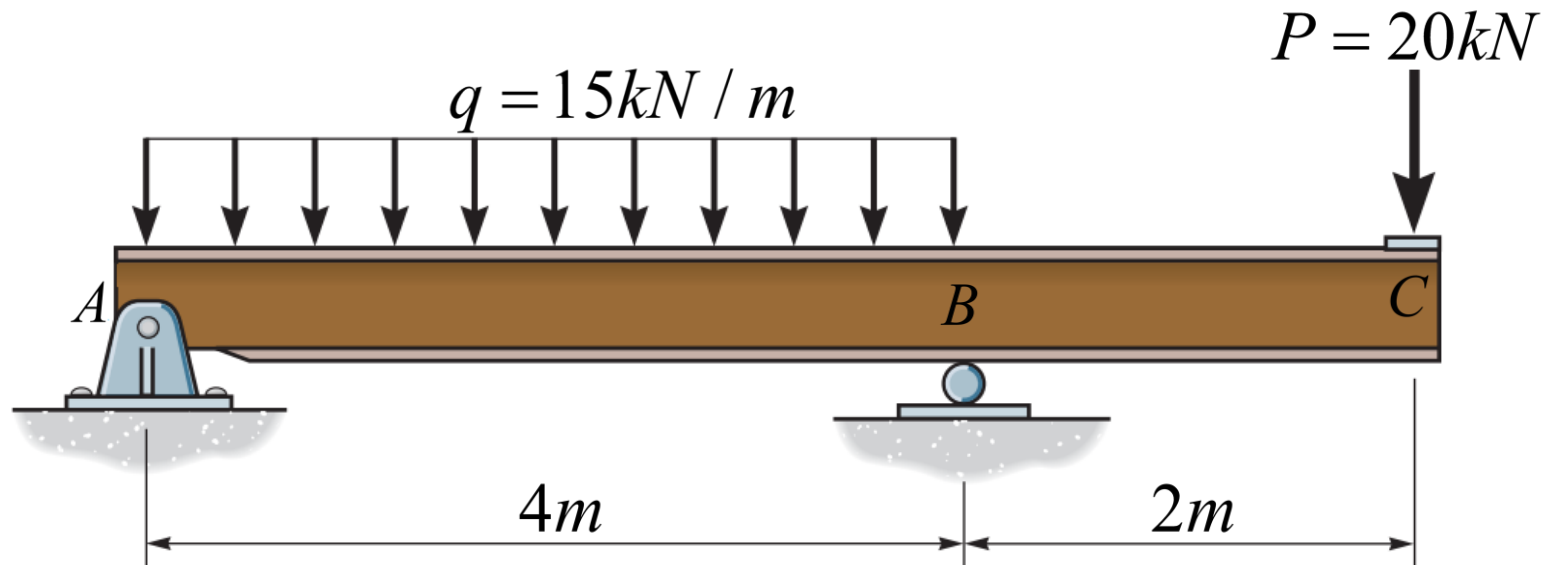


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -10 \cdot 1 - 8 \cdot 2 - 4 + Y_D \cdot 3 = 0 \Rightarrow Y_D = 10kN \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 10 - 8 + Y_D = 0 \Rightarrow Y_A = 8kN \end{cases}$$

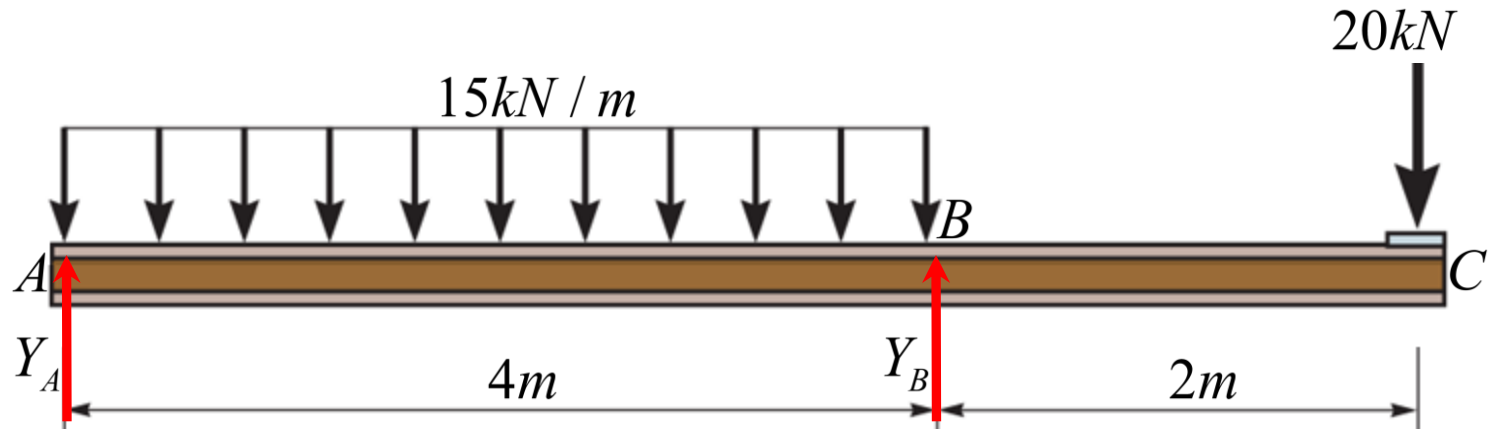
* *Vẽ biểu đồ nội lực:*



Bài tập 1: *Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trong dầm bằng phương pháp vẽ nhanh.*

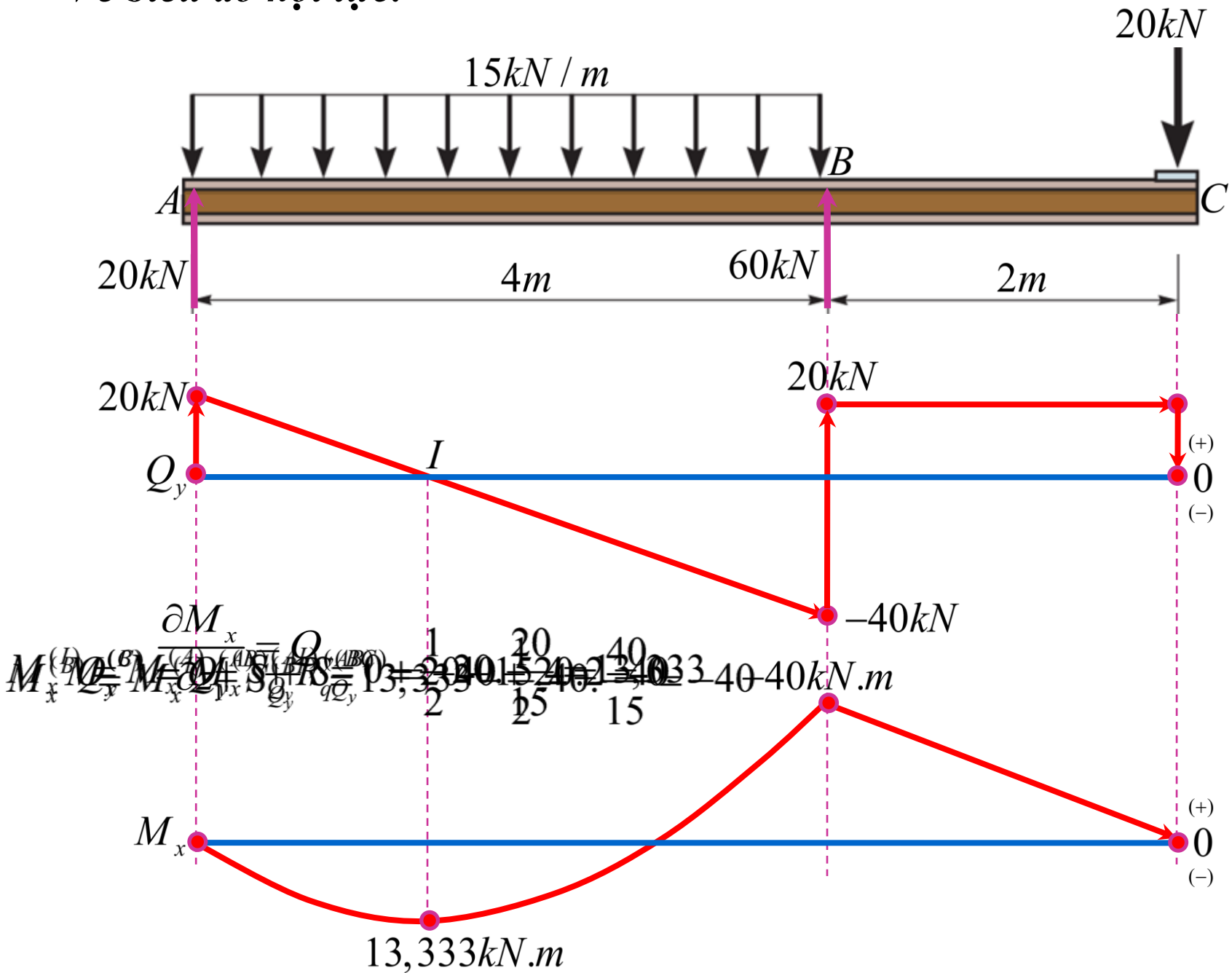


* Xét cân bằng dầm AC:

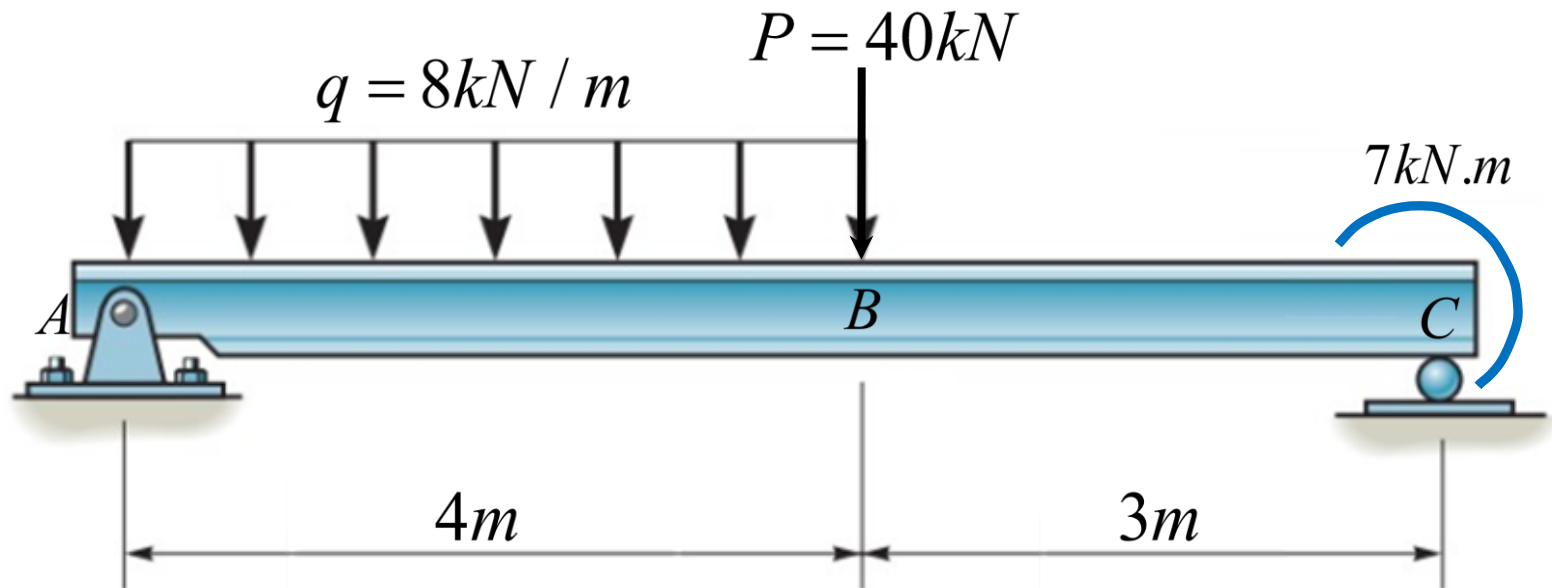


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -15 \cdot 4 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 - 20 \cdot 6 = 0 \Rightarrow Y_B = 60\text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 15 \cdot 4 + Y_C - 20 = 0 \Rightarrow Y_A = 20\text{ kN} \end{cases}$$

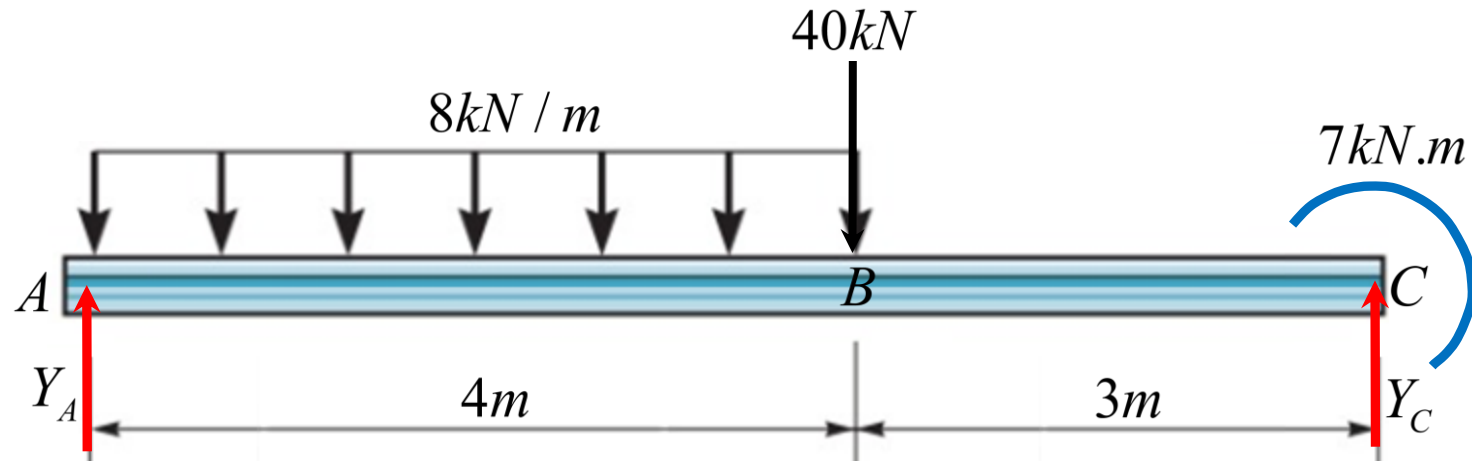
* *Vẽ biểu đồ nội lực:*



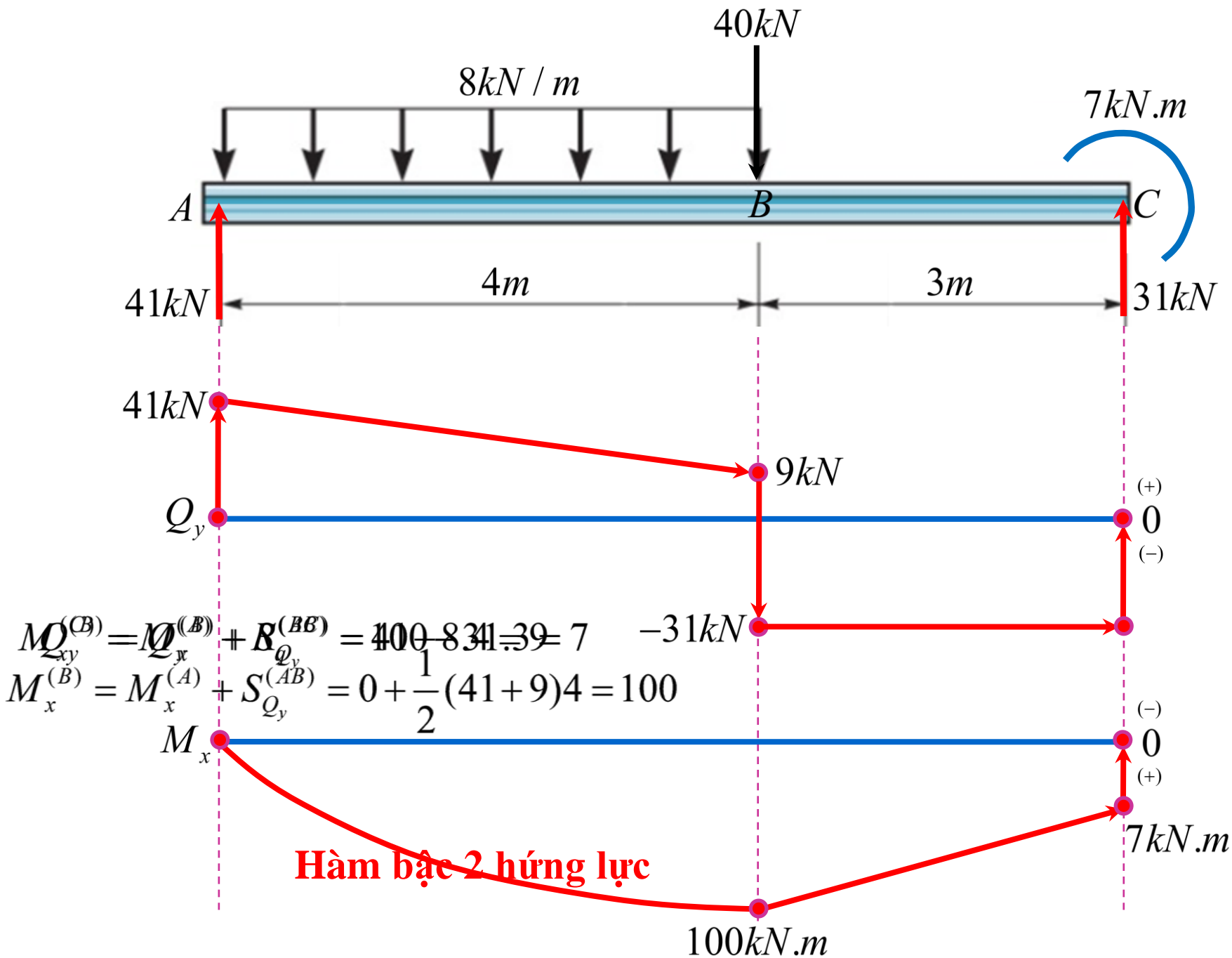
Bài tập 1: *Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trong dầm bằng phương pháp vẽ nhanh.*



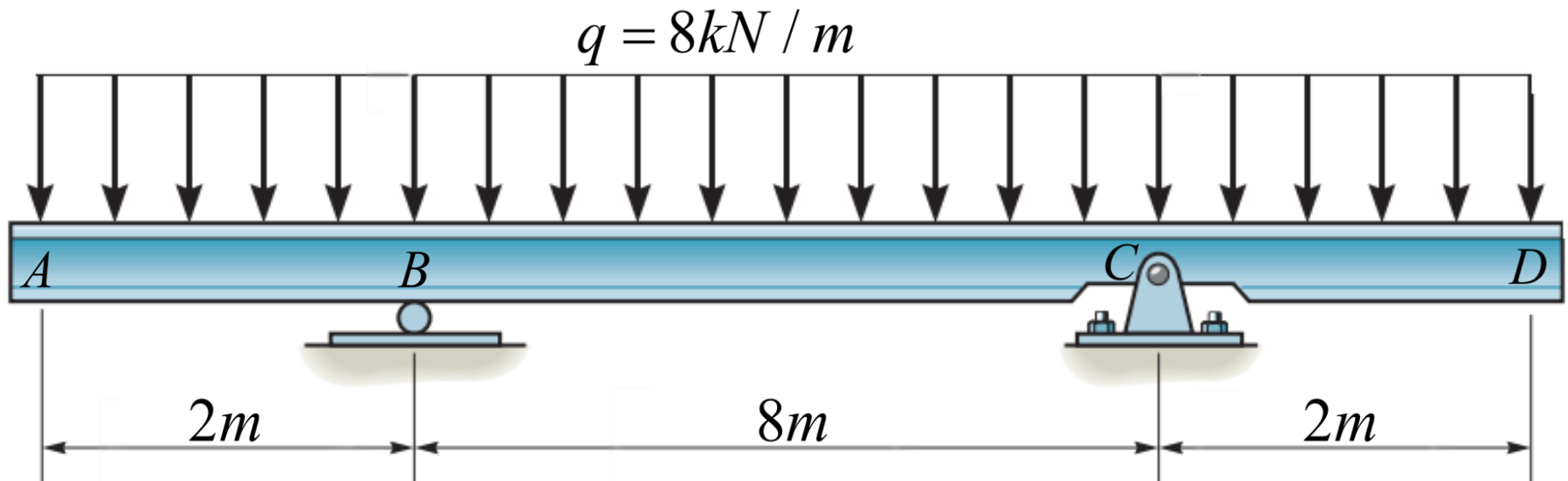
* Xét cân bằng dầm AC:

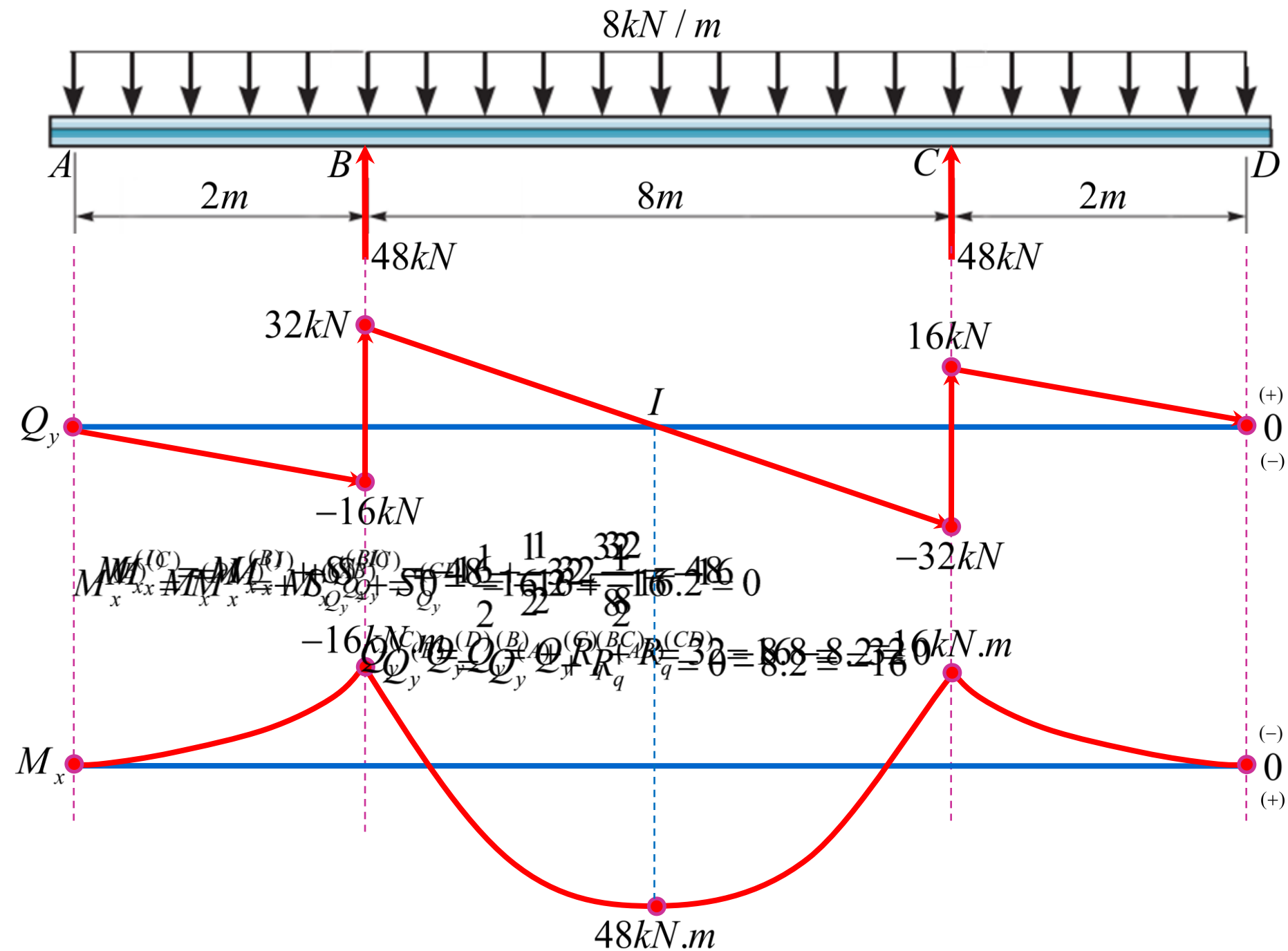


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -8.4.2 - 40.4 + 7 + Y_C.7 = 0 \Rightarrow Y_C = 31\text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 8.4 - 40 + Y_C = 0 \Rightarrow Y_A = 41\text{ kN} \end{cases}$$

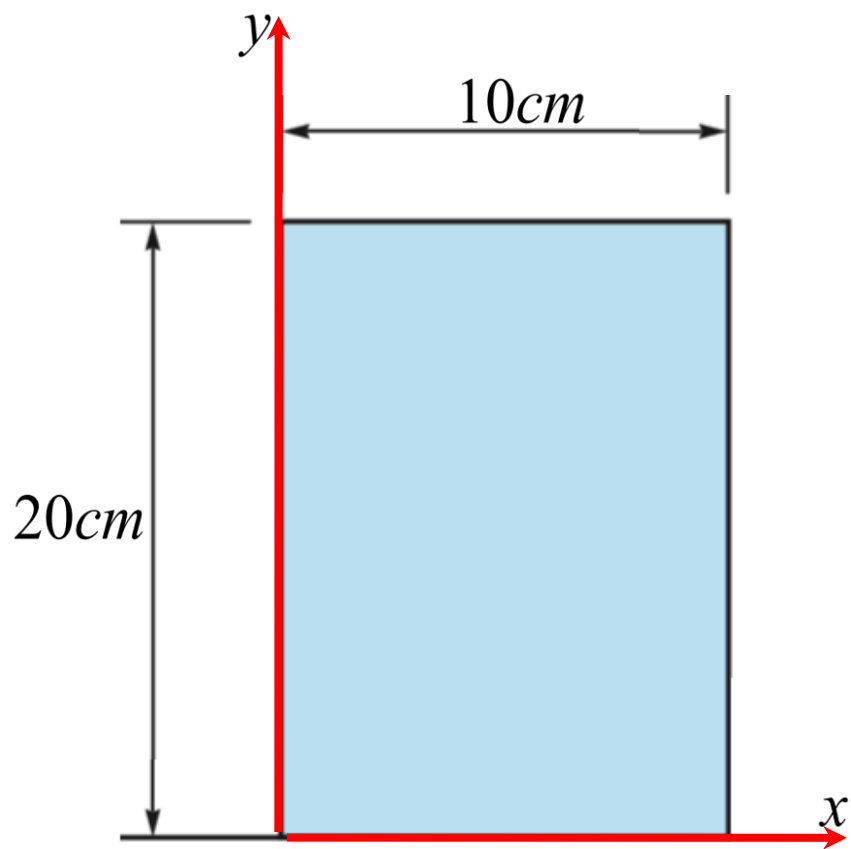


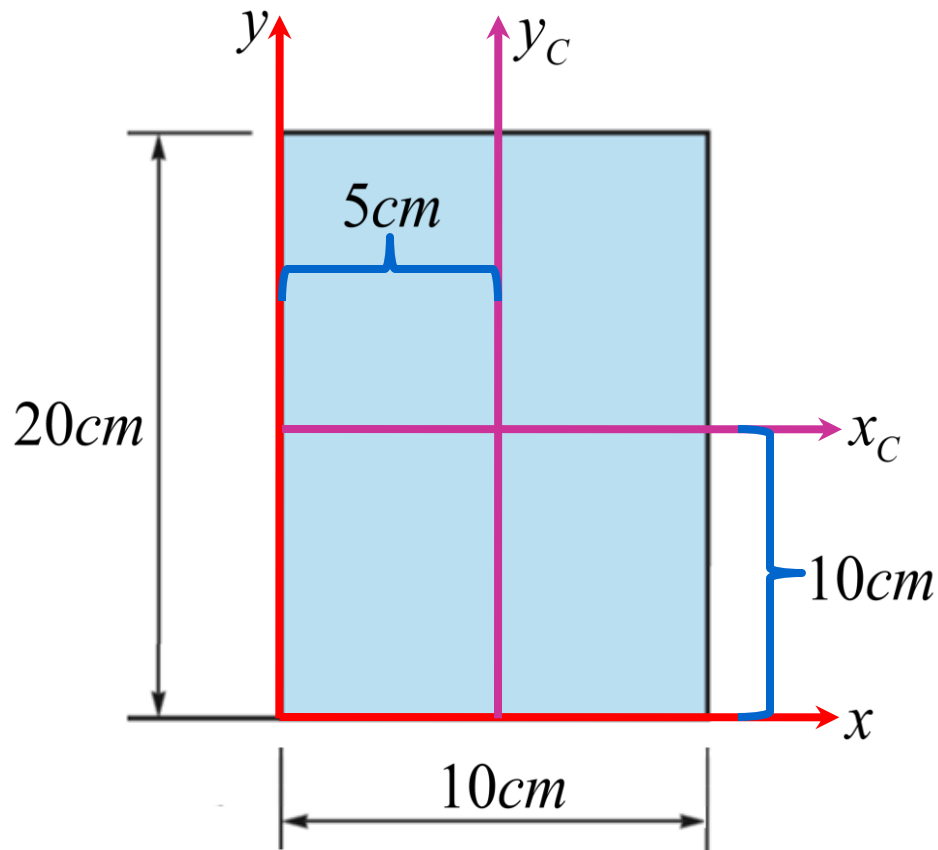
Bài tập 1: *Vẽ biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x phát sinh trong dầm bằng phương pháp vẽ nhanh.*





Bài tập 1: *Tính mô men quán tính của hình phẳng đối với các trục x và y (Tính J_x , J_y)*





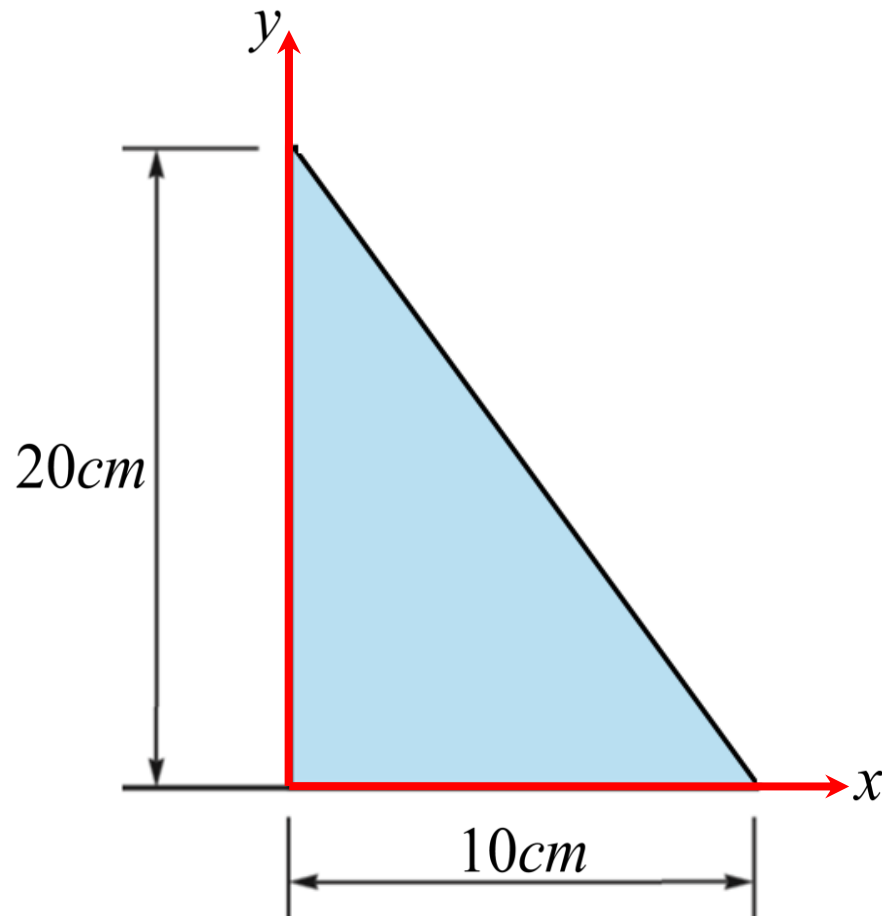
*** Mômen quán tính đối với các trục trung tâm:**

$$\begin{cases} J_{x_C} = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \cdot 20^3}{12} (cm^4) \\ J_{y_C} = \frac{hb^3}{12} = \frac{20 \cdot 10^3}{12} (cm^4) \end{cases}$$

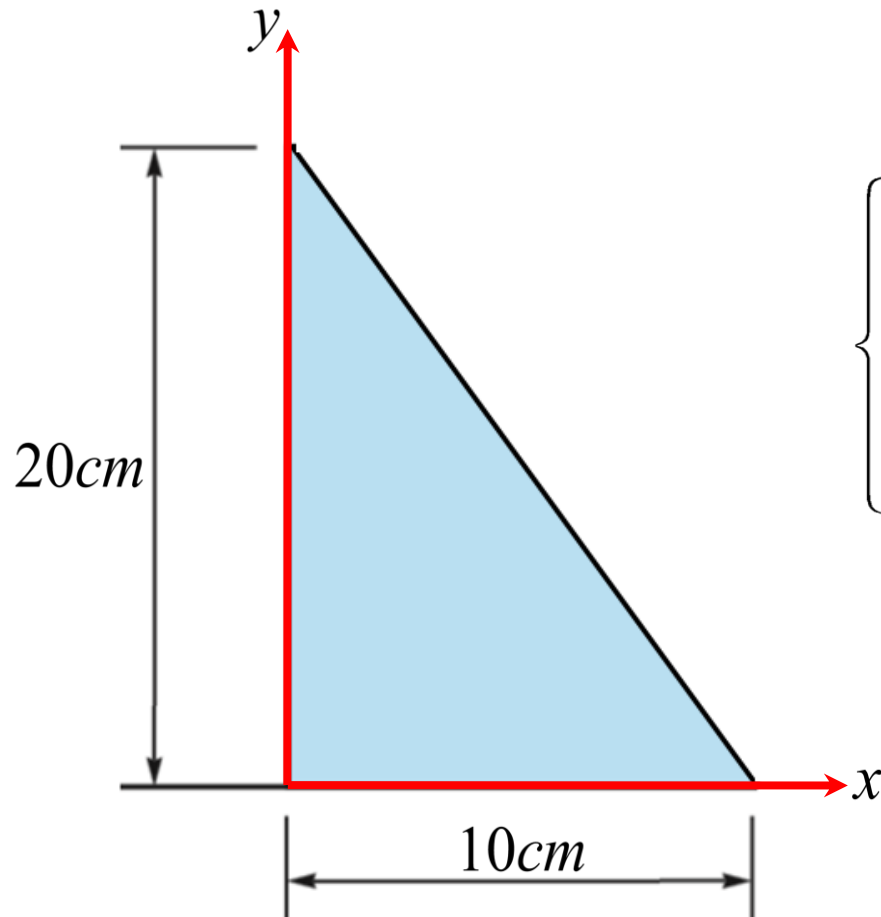
*** Mômen quán tính đối với các trục x và y:**

$$\begin{cases} J_x = J_{x_C} + 10^2 \cdot 10 \cdot 20 = \frac{10 \cdot 20^3}{12} + 10^2 \cdot 10 \cdot 20 = 26666,666 (cm^4) \\ J_y = J_{y_C} + 5^2 \cdot 10 \cdot 20 = \frac{20 \cdot 10^3}{12} + 5^2 \cdot 10 \cdot 20 = 6666,666 (cm^4) \end{cases}$$

Bài tập 1: *Tính mô men quán tính của hình phẳng đối với các trục x và y (Tính J_x , J_y)*

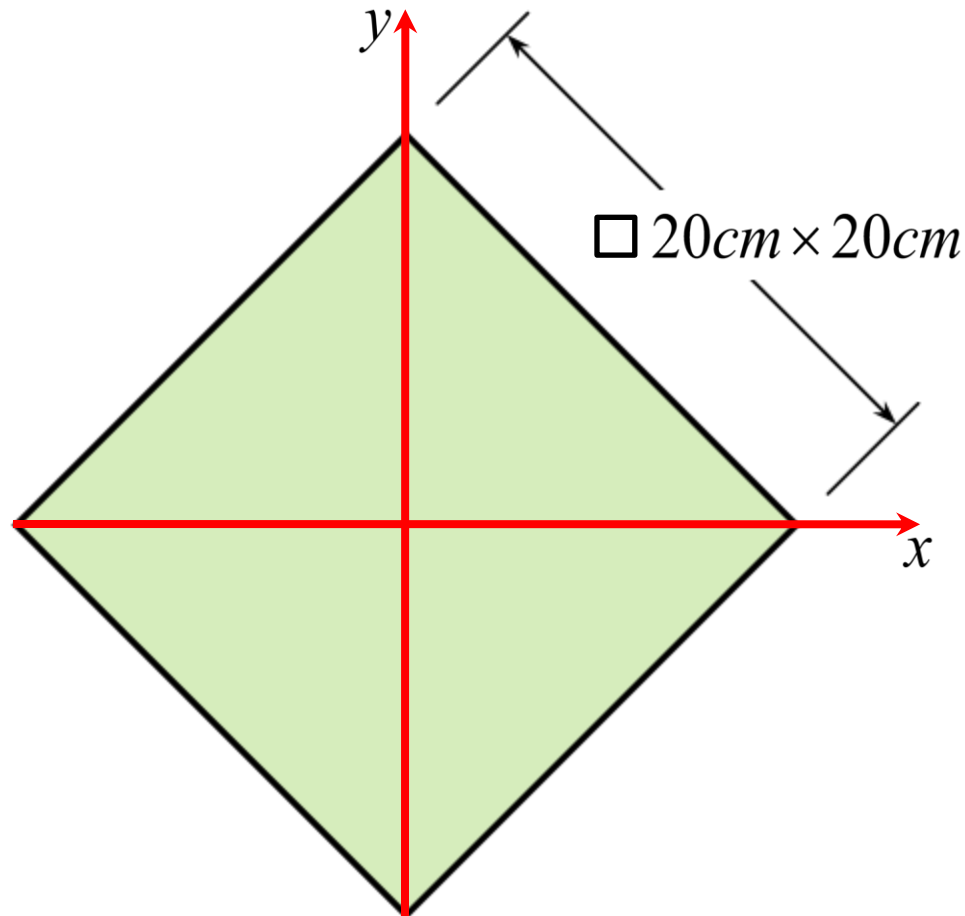


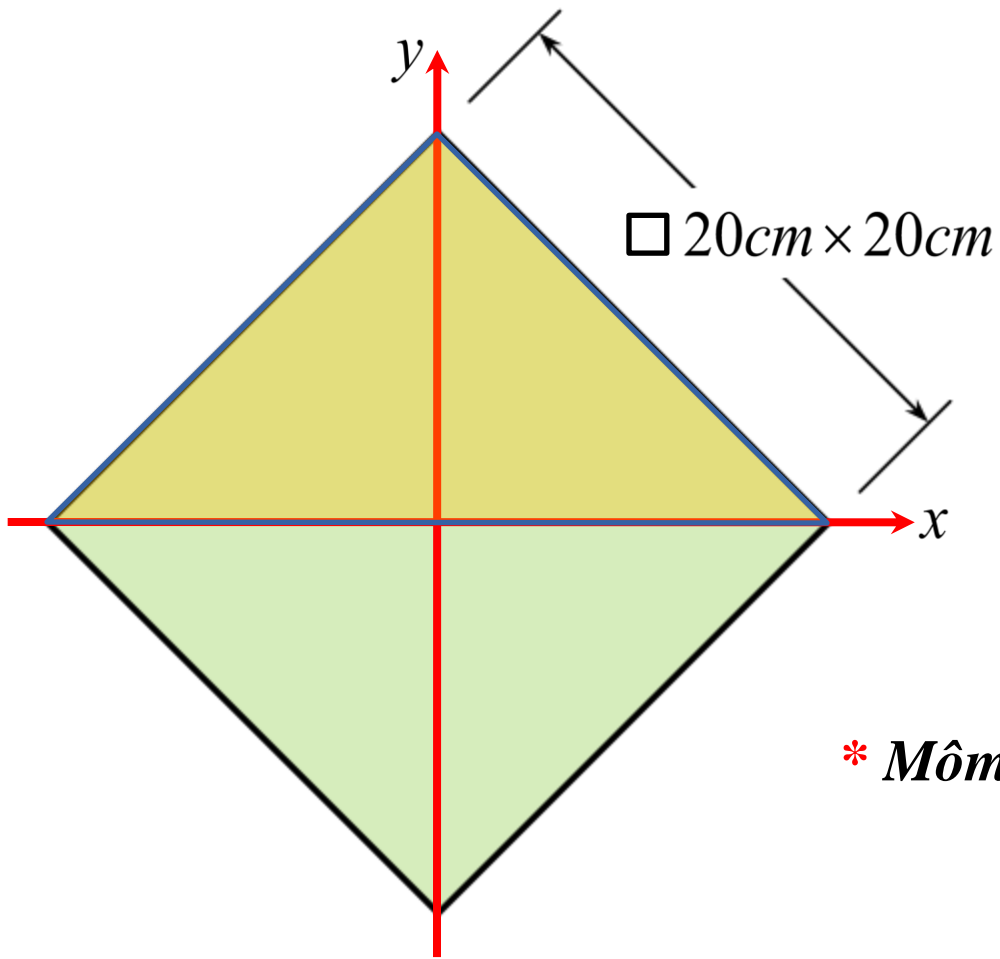
** Mômen quán tính đối với các trục x và y:*



$$\begin{cases} J_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \cdot 20^3}{12} = 6666,666(cm^4) \\ J_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{20 \cdot 10^3}{12} = 1666,666(cm^4) \end{cases}$$

Bài tập 1: *Tính mô men quán tính của hình phẳng đối với các trục x và y (Tính J_x , J_y)*





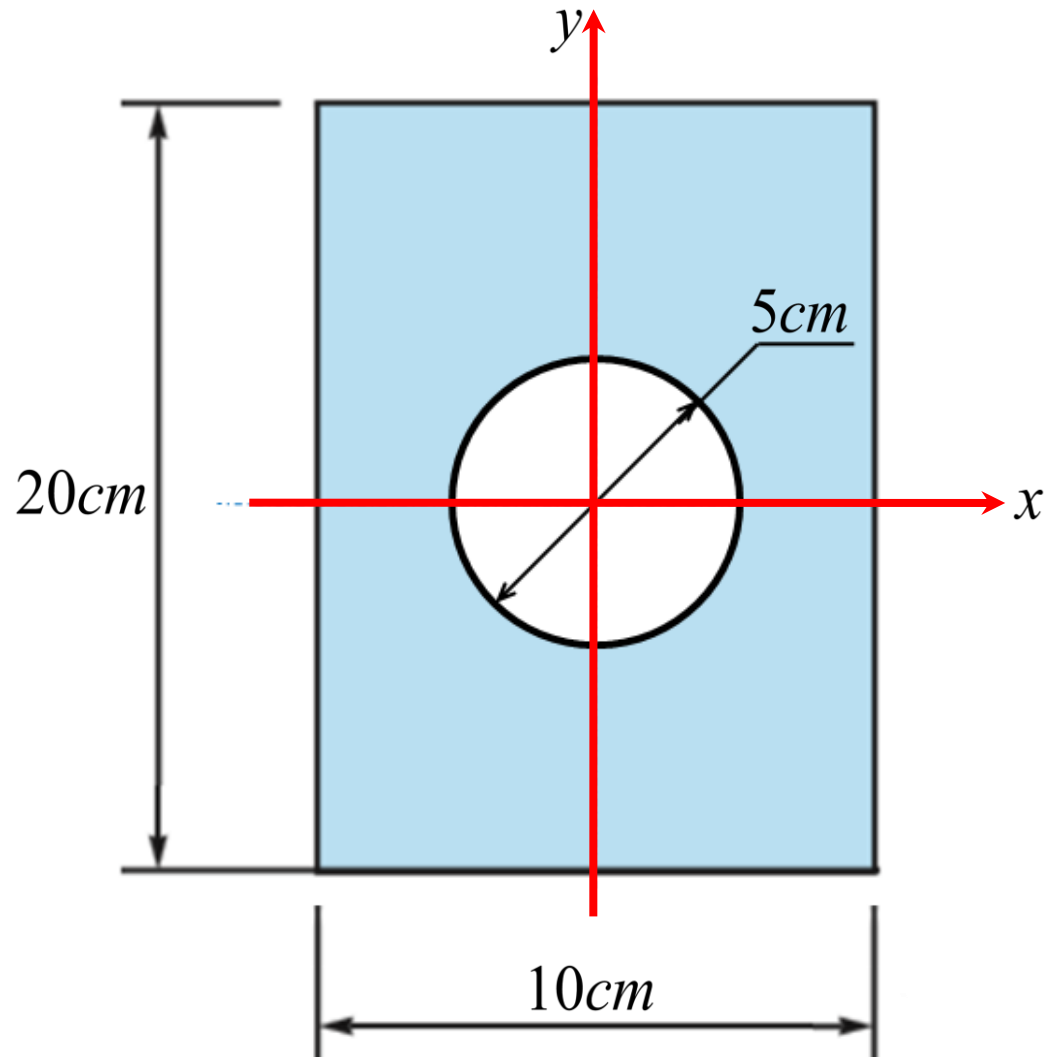
** Mômen quán tính đối với các trục x và y:*

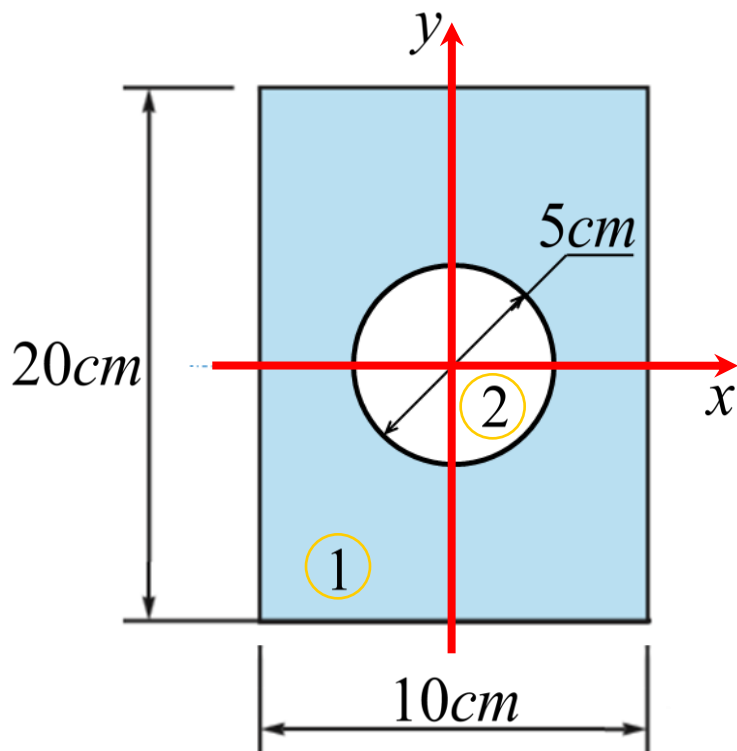
$$J_x = J_y$$

** Mômen quán tính đối với các trục x :*

$$J_x = 2 \frac{20\sqrt{2} \cdot \left(\frac{20\sqrt{2}}{2} \right)^3}{12} = 13333,333\text{cm}^4$$

Bài tập 1: *Tính mô men quán tính của hình phẳng đối với các trục trung tâm x và y (Tính J_x , J_y)*





* *Mômen quán tính đối với trục x:*

$$J_x = J_x^{(1)} - J_x^{(2)}$$

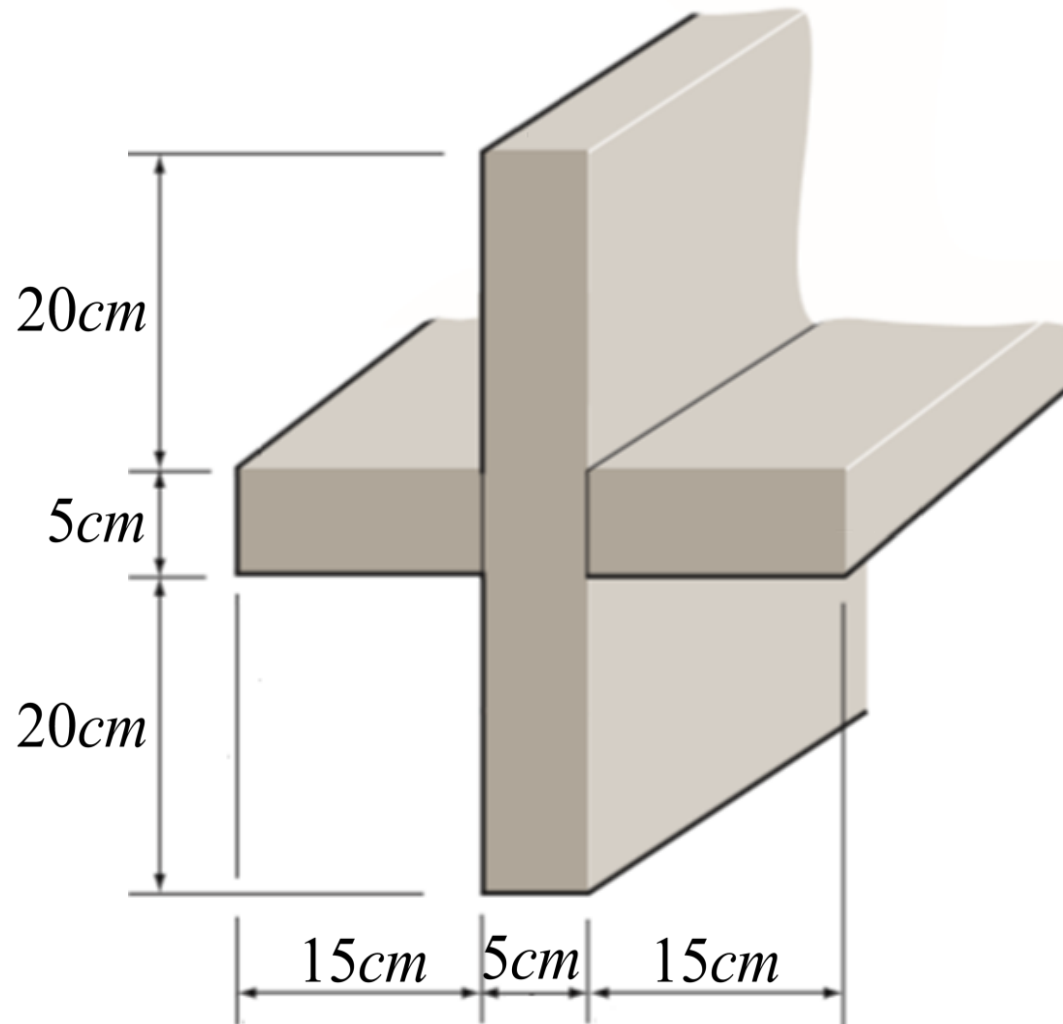
$$\begin{cases} J_x^{(1)} = \frac{10 \cdot 20^3}{12} cm^4 \\ J_x^{(2)} = \frac{\pi}{64} 5^4 cm^4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow J_x = 6635,987 cm^4$$

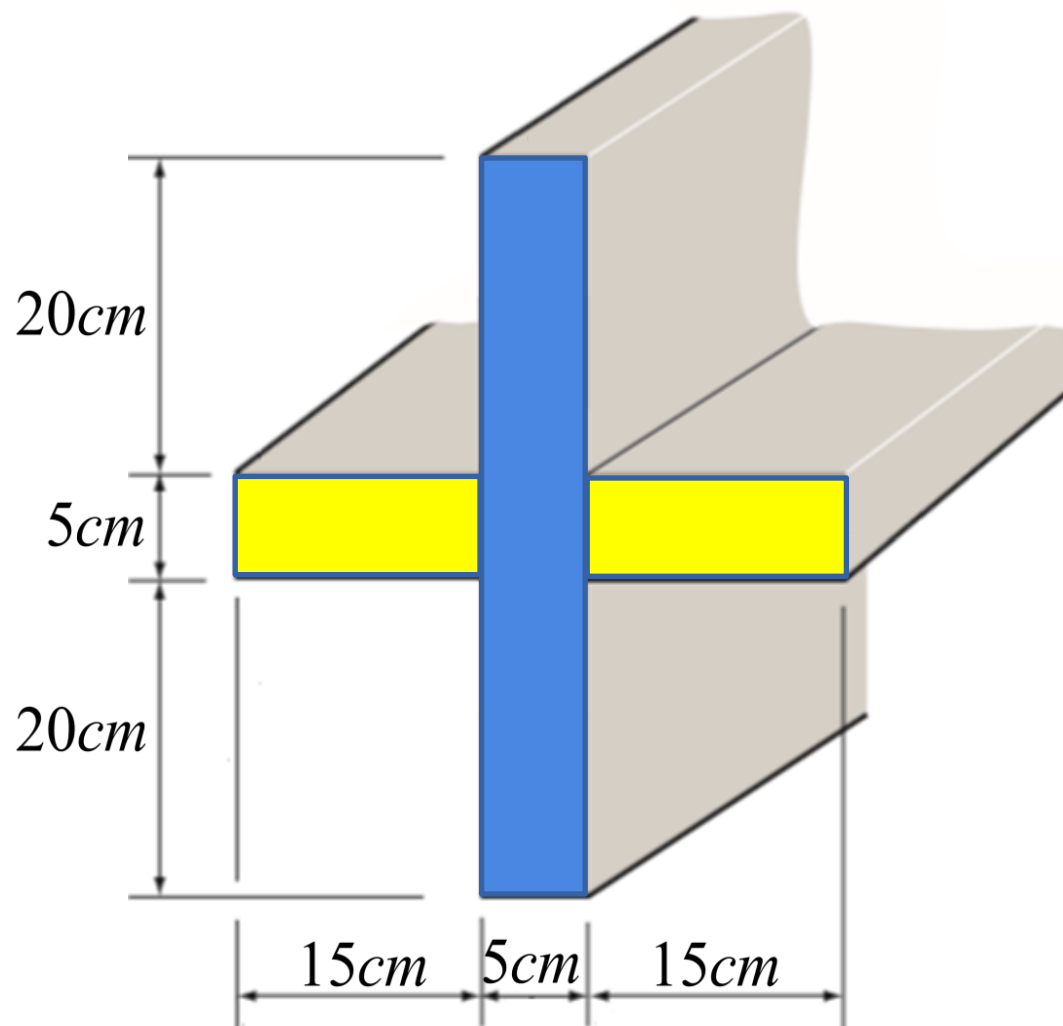
* *Mômen quán tính đối với trục y:*

$$J_y = J_y^{(1)} - J_y^{(2)} = \frac{20 \cdot 10^3}{12} - \frac{\pi}{64} 5^4 = 1635,987 cm^4$$

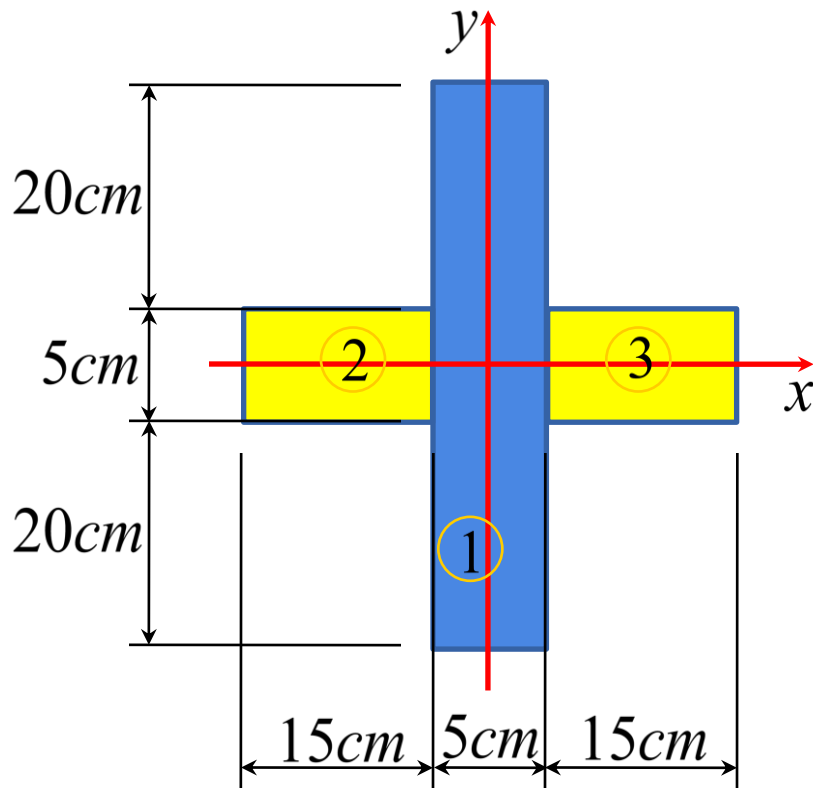
Bài tập 1: *Tính mô men quán tính của hình phẳng đối với các trục trung tâm.*



Cách 1:



* *Mômen quán tính đối với trục x:*



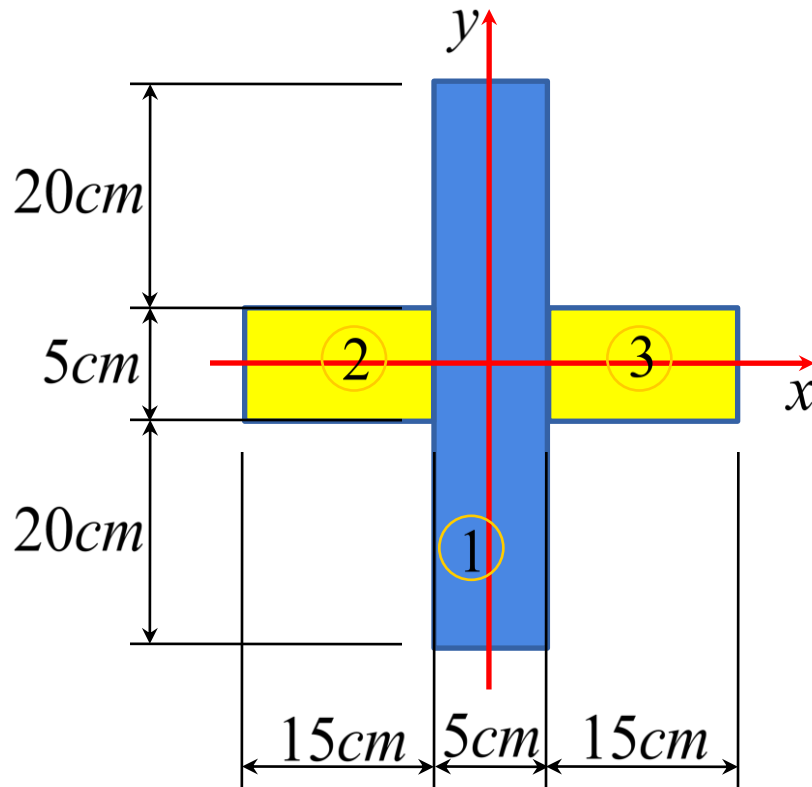
$$J_x = J_x^{(1)} + J_x^{(2)} + J_x^{(3)}$$

$$J_x^{(2)} = J_x^{(3)}$$

$$\begin{cases} J_x^{(1)} = \frac{5.45^3}{12} cm^4 \\ J_x^{(2)} = \frac{15.5^3}{12} cm^4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow J_x = 38281,25 cm^4$$

* *Mômen quán tính đối với trục y:*



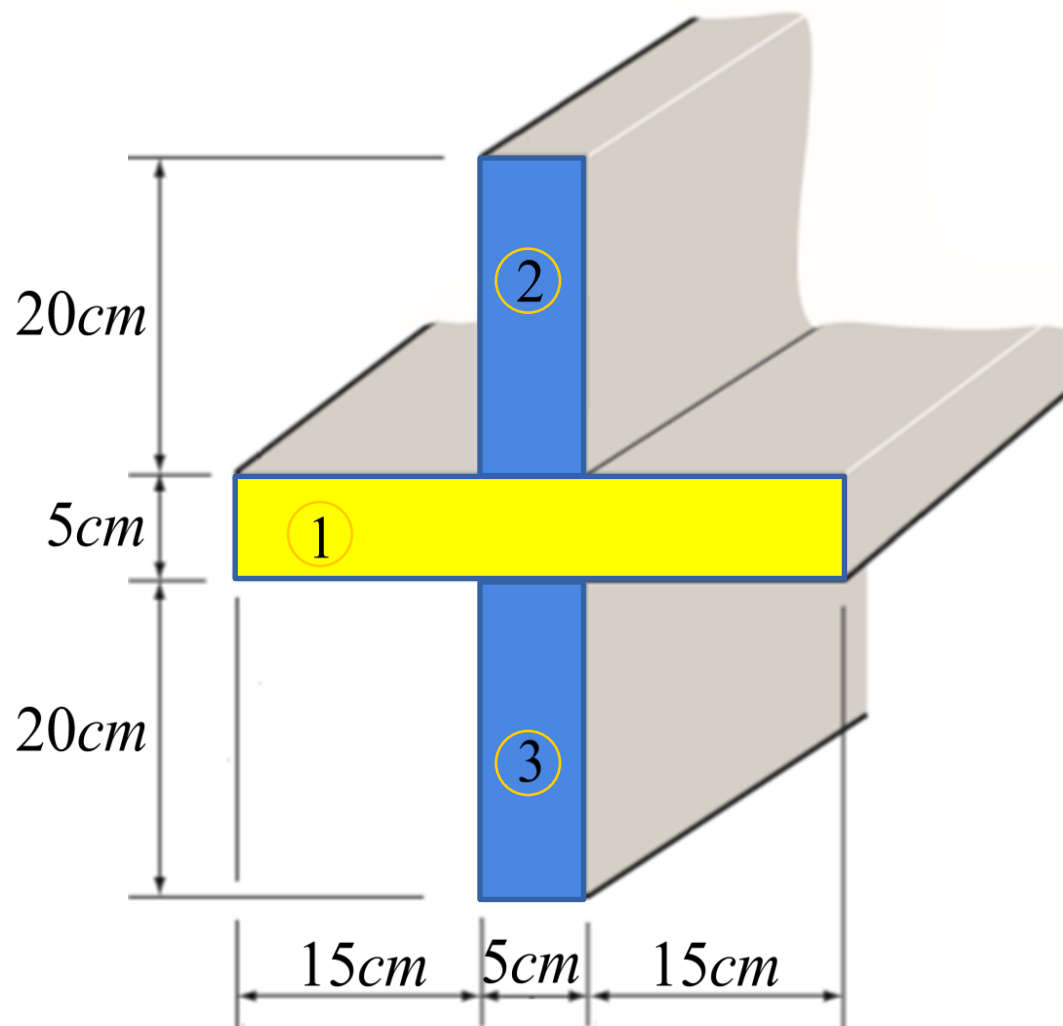
$$J_y = J_y^{(1)} + J_y^{(2)} + J_y^{(3)}$$

$$J_y^{(2)} = J_y^{(3)}$$

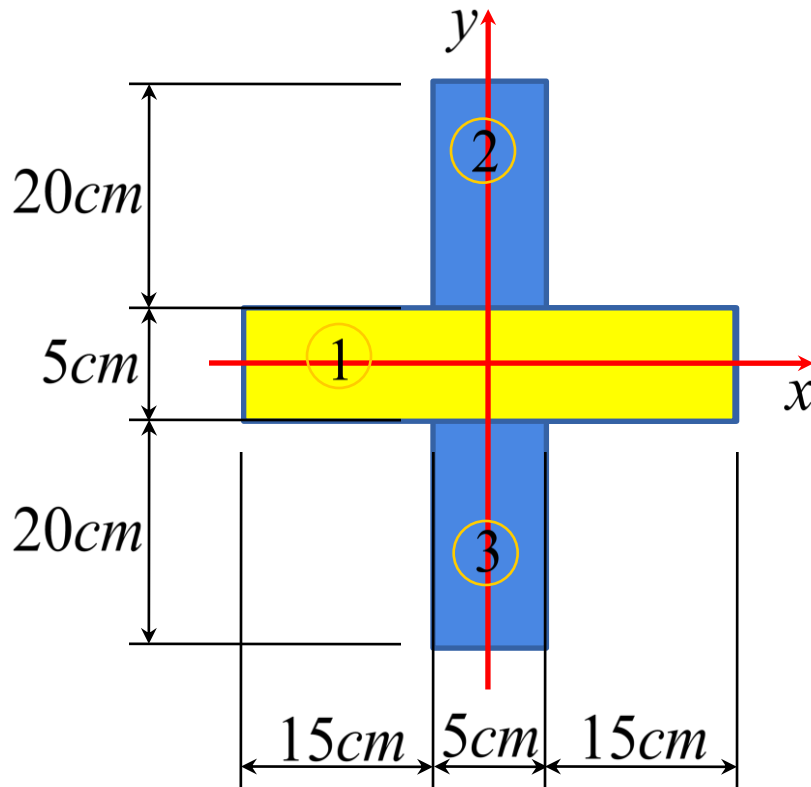
$$\begin{cases} J_y^{(1)} = \frac{45.5^3}{12} cm^4 \\ J_x^{(2)} = \left(\frac{5.15^3}{12} + 10^2.15.5 \right) cm^4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow J_y = 18281,25 cm^4$$

Cách 2:



* *Mômen quán tính đối với trục x:*



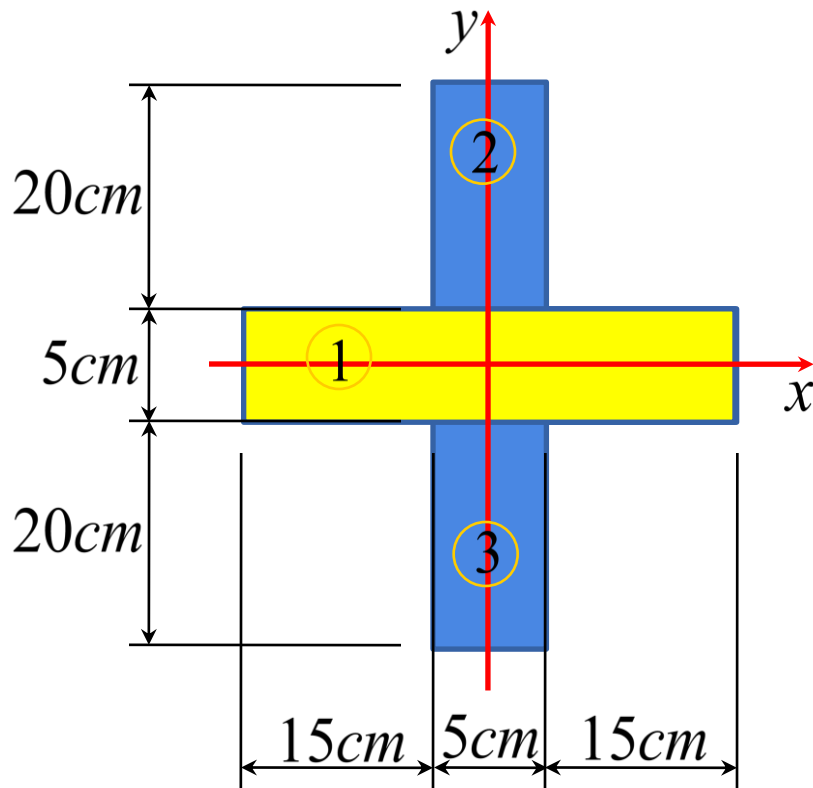
$$J_x = J_x^{(1)} + J_x^{(2)} + J_x^{(3)}$$

$$J_x^{(2)} = J_x^{(3)}$$

$$\begin{cases} J_x^{(1)} = \frac{35.5^3}{12} cm^4 \\ J_x^{(2)} = \left(\frac{5.20^3}{12} + 12,5^2.5.20 \right) cm^4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow J_x = 38281,25 cm^4$$

* *Mômen quán tính đối với trục y:*



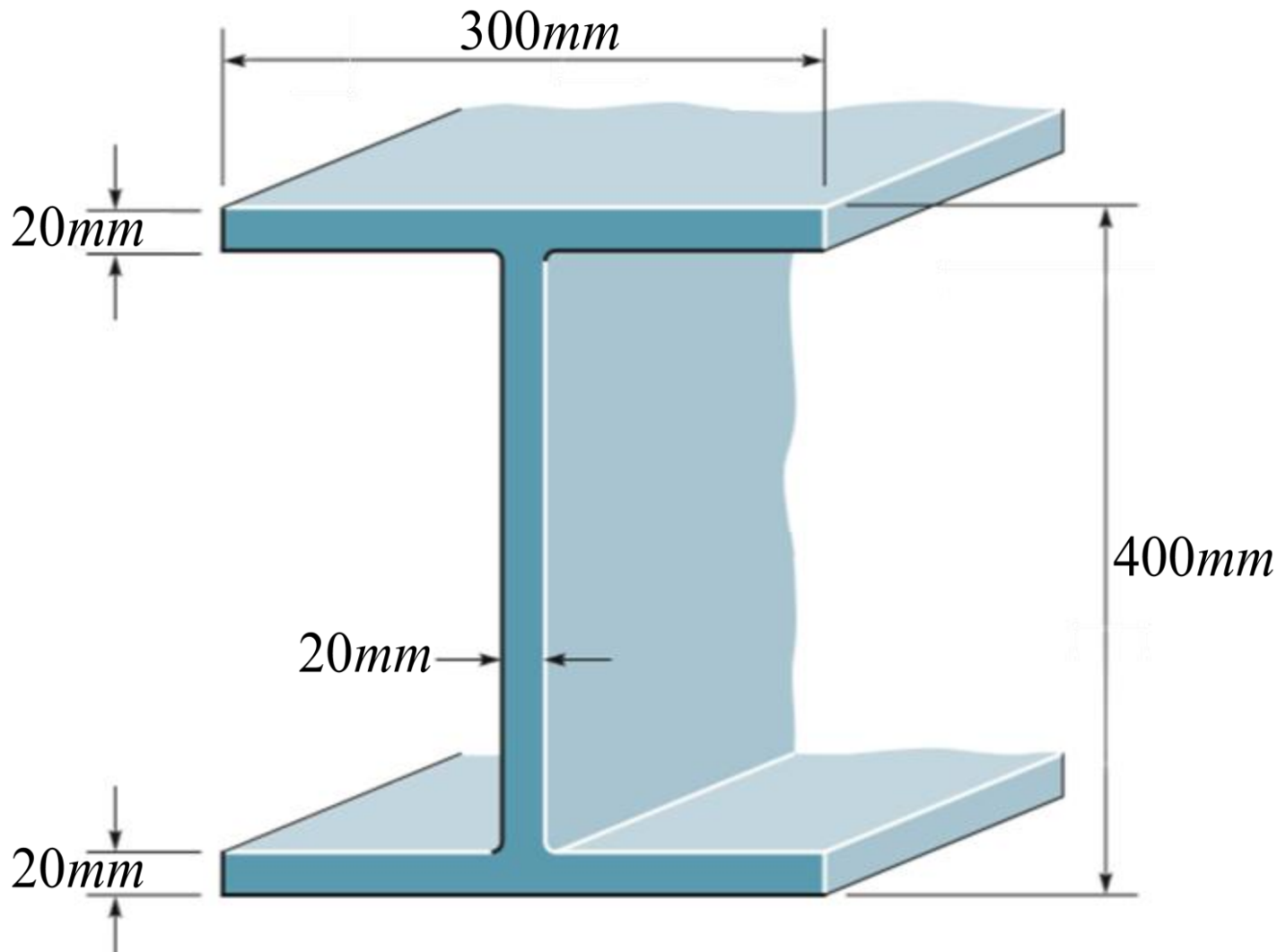
$$J_y = J_y^{(1)} + J_y^{(2)} + J_y^{(3)}$$

$$J_y^{(2)} = J_y^{(3)}$$

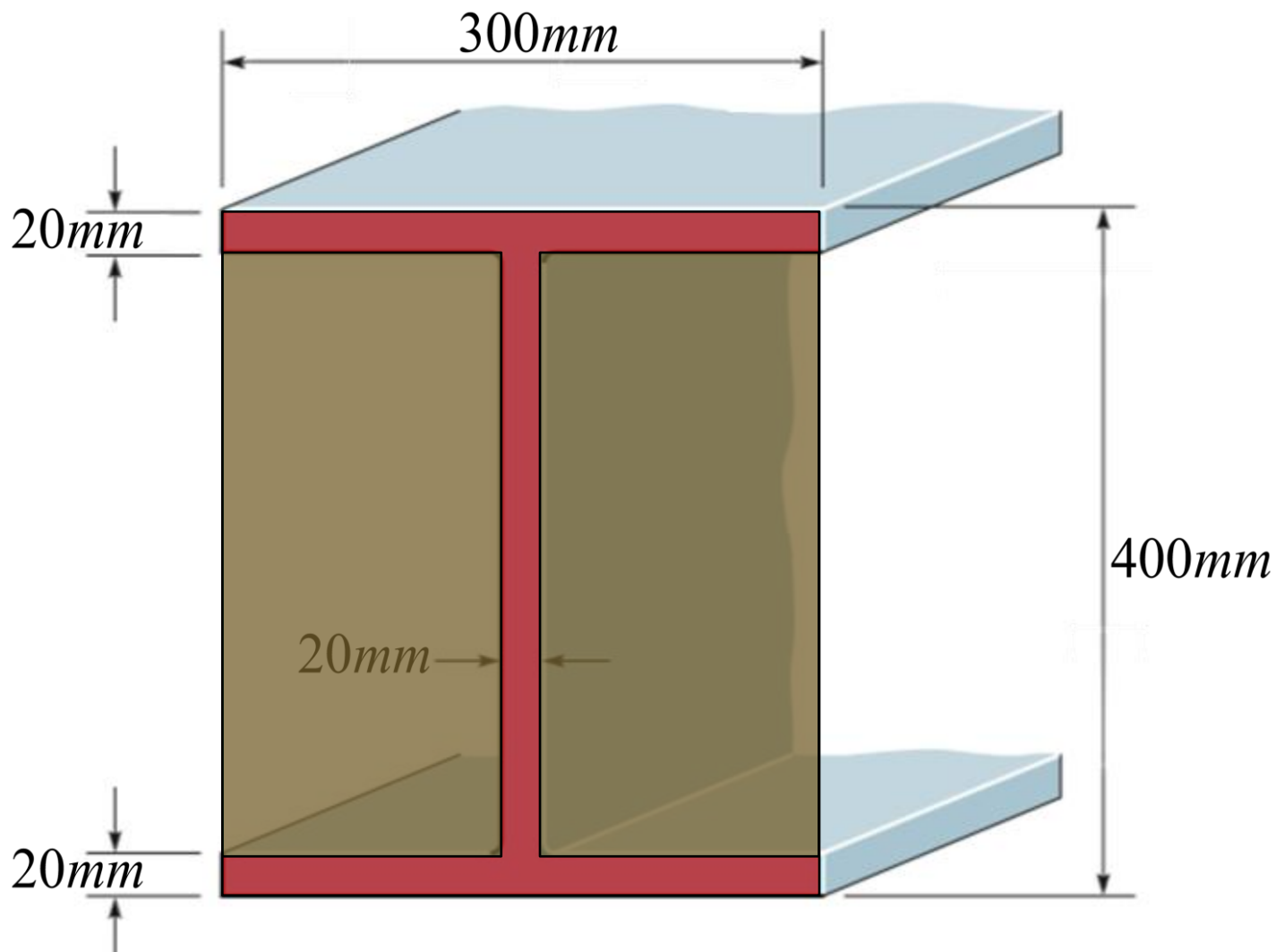
$$\begin{cases} J_y^{(1)} = \frac{5.35^3}{12} cm^4 \\ J_y^{(2)} = \frac{20.5^3}{12} cm^4 \end{cases}$$

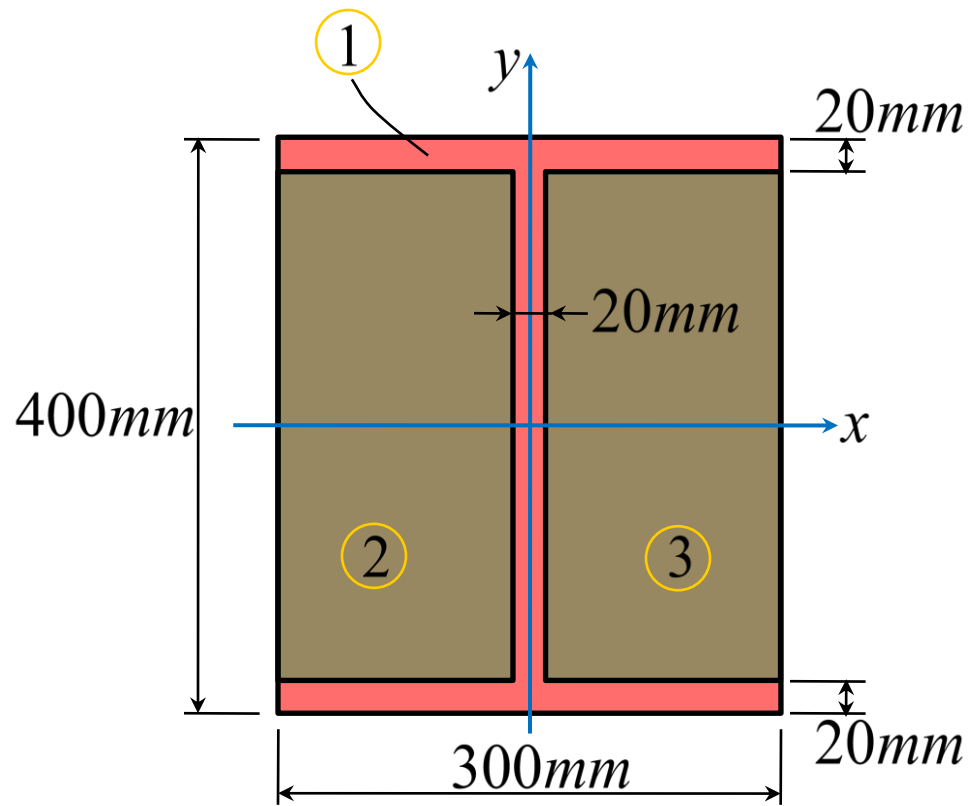
$$\Rightarrow J_y = 18281,25 cm^4$$

Bài tập 1: *Tính mô men quán tính của hình phẳng đối với các trục trung tâm.*



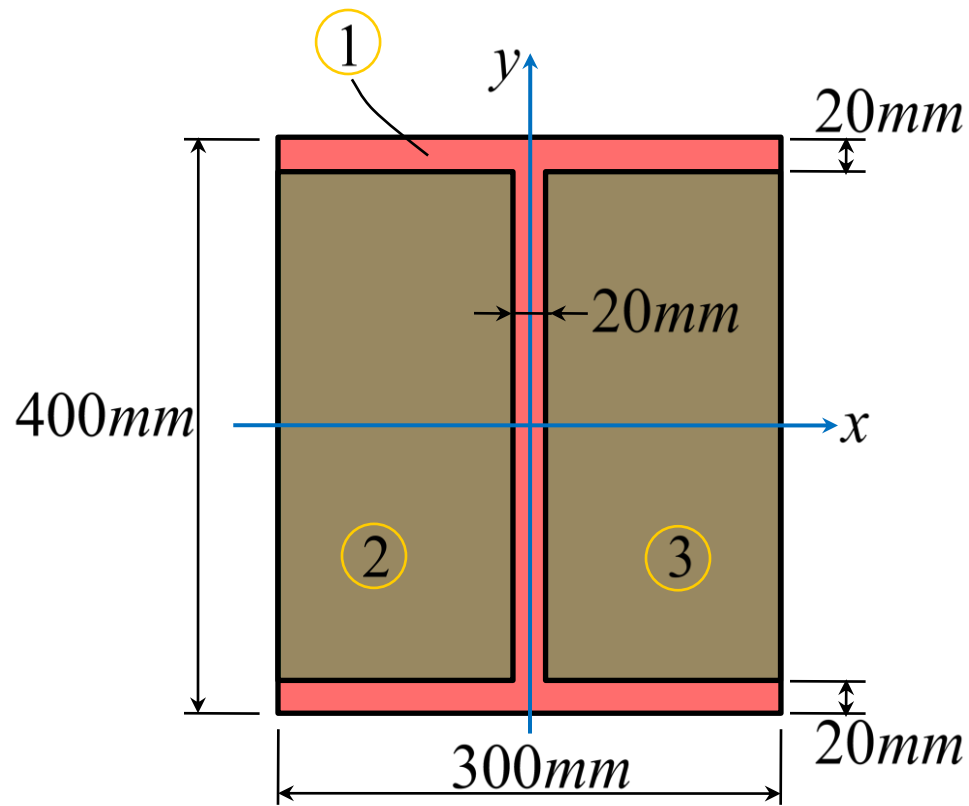
Cách 1:





* *Mômen quán tính đối với trục x:* $J_x = J_x^{(1)} - J_x^{(2)} - J_x^{(3)} ; J_x^{(2)} = J_x^{(3)}$

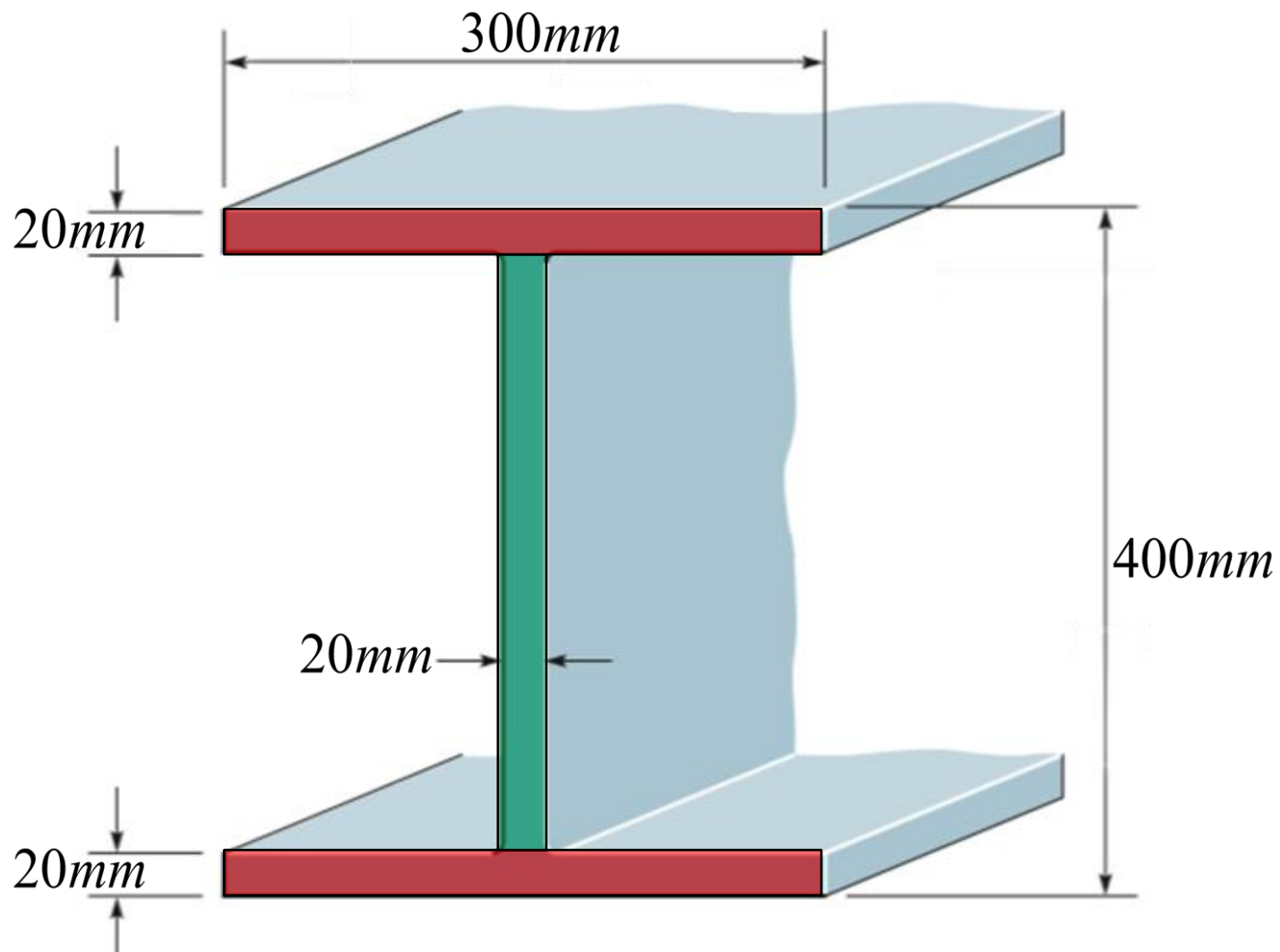
$$\begin{cases} J_x^{(1)} = \frac{300 \cdot 400^3}{12} \text{ mm}^4 \\ J_x^{(2)} = \frac{140 \cdot 360^3}{12} \text{ mm}^4 \end{cases} \Rightarrow J_x = 511360000 \text{ mm}^4$$

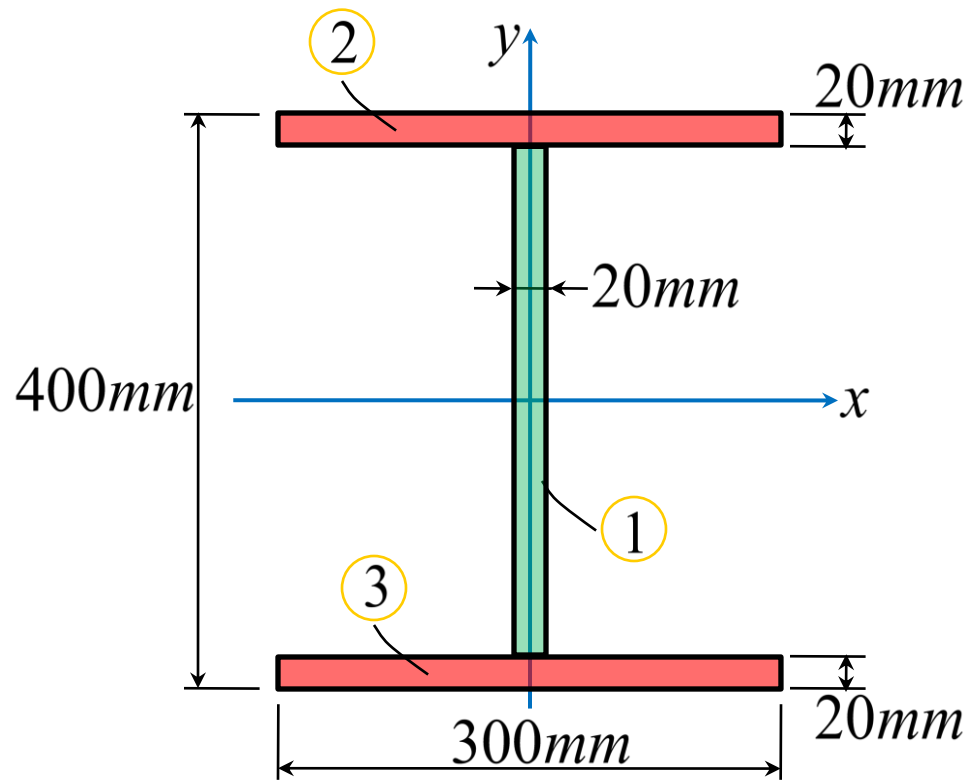


* *Mômen quán tính đối với trục y:* $J_y = J_y^{(1)} - J_y^{(2)} - J_y^{(3)} ; J_y^{(2)} = J_y^{(3)}$

$$\begin{cases} J_y^{(1)} = \frac{400.300^3}{12} \text{ mm}^4 \\ J_y^{(2)} = \left(\frac{360.140^3}{12} + 80^2.140.360 \right) \text{ mm}^4 \end{cases} \Rightarrow J_y = 90240000 \text{ mm}^4$$

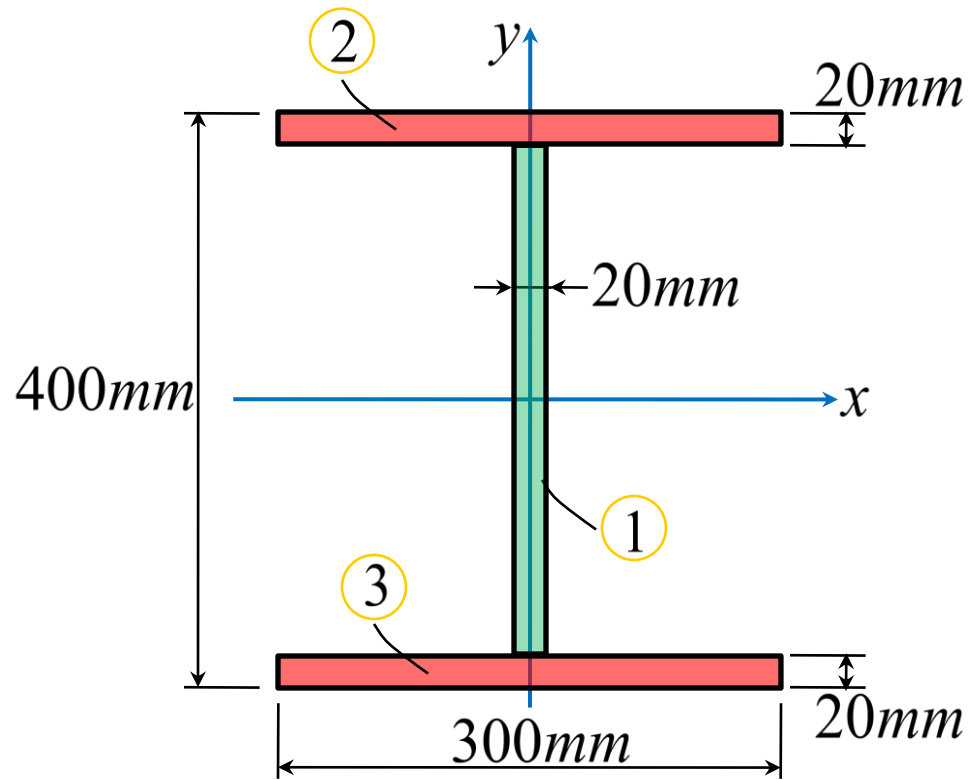
Cách 2:





* *Mômen quán tính đối với trục x:* $J_x = J_x^{(1)} + J_x^{(2)} + J_x^{(3)} ; J_x^{(2)} = J_x^{(3)}$

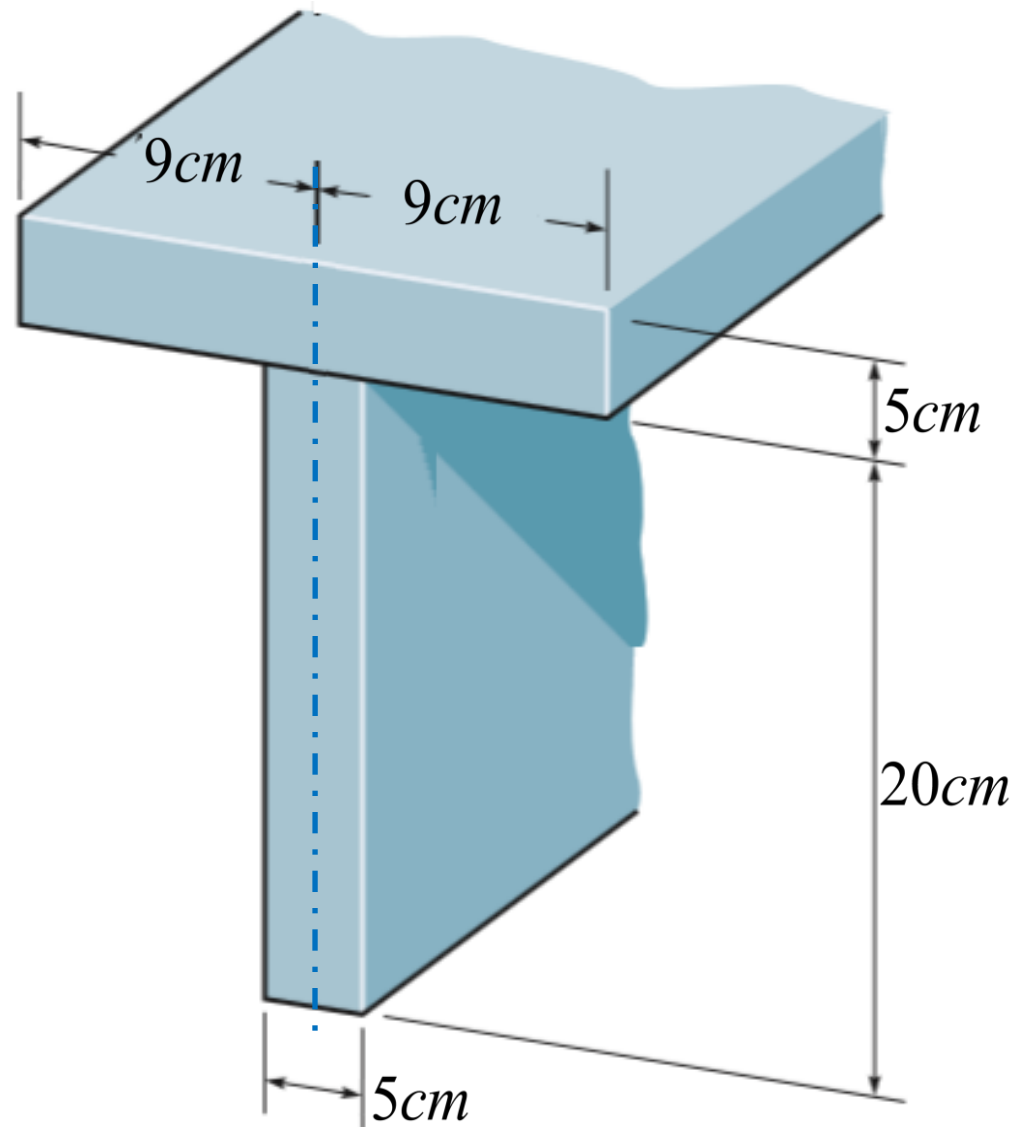
$$\begin{cases} J_x^{(1)} = \frac{20 \cdot 360^3}{12} \text{mm}^4 \\ J_x^{(2)} = \left(\frac{300 \cdot 20^3}{12} + 190^2 \cdot 300 \cdot 20 \right) \text{mm}^4 \end{cases} \Rightarrow J_x = 511360000 \text{mm}^4$$

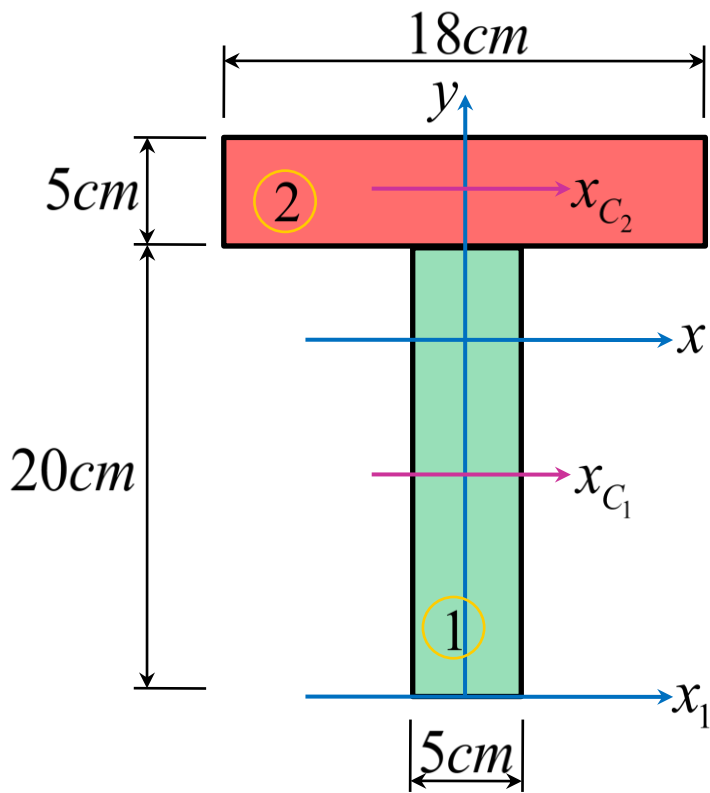


* *Mômen quán tính đối với trục x :* $J_y = J_y^{(1)} + J_y^{(2)} + J_y^{(3)} ; J_y^{(2)} = J_y^{(3)}$

$$\begin{cases} J_y^{(1)} = \frac{360 \cdot 20^3}{12} \text{mm}^4 \\ J_y^{(2)} = \frac{20 \cdot 300^3}{12} \text{mm}^4 \end{cases} \Rightarrow J_y = 90240000 \text{mm}^4$$

Bài tập 1: *Tính mô men quán tính của hình phẳng đối với các trục trung tâm.*





* **Trọng tâm hình phẳng:**

$$y_C = \frac{\sum y_{C_i} F_i}{\sum F_i} = \frac{10.5.20 + 22.5.18.5}{5.20 + 18.5}$$

$$\Rightarrow y_C = 15.921 \text{ cm}$$

* **Mômen quán tính đối với trục x:**

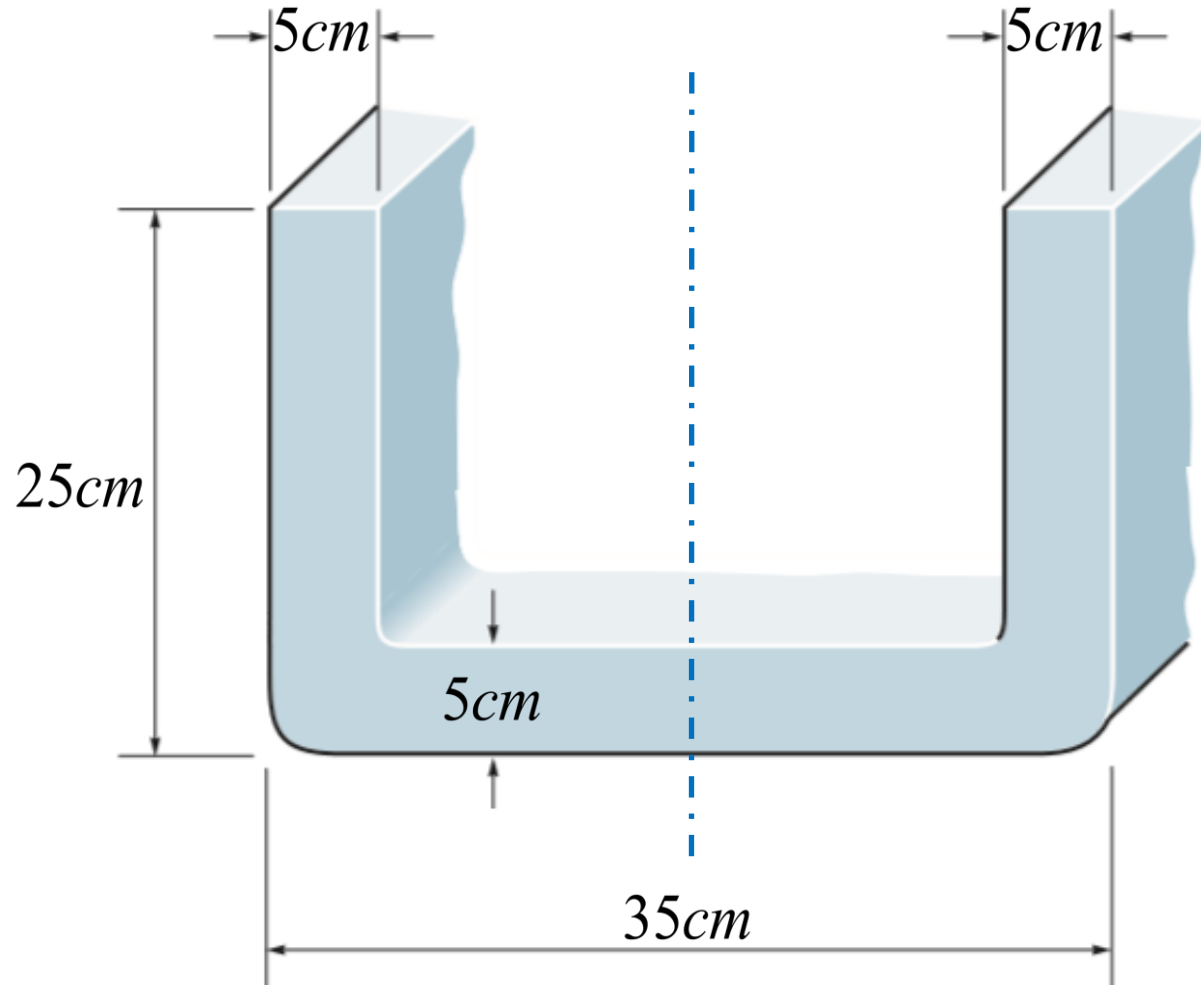
$$J_x = J_x^{(1)} + J_x^{(2)}$$

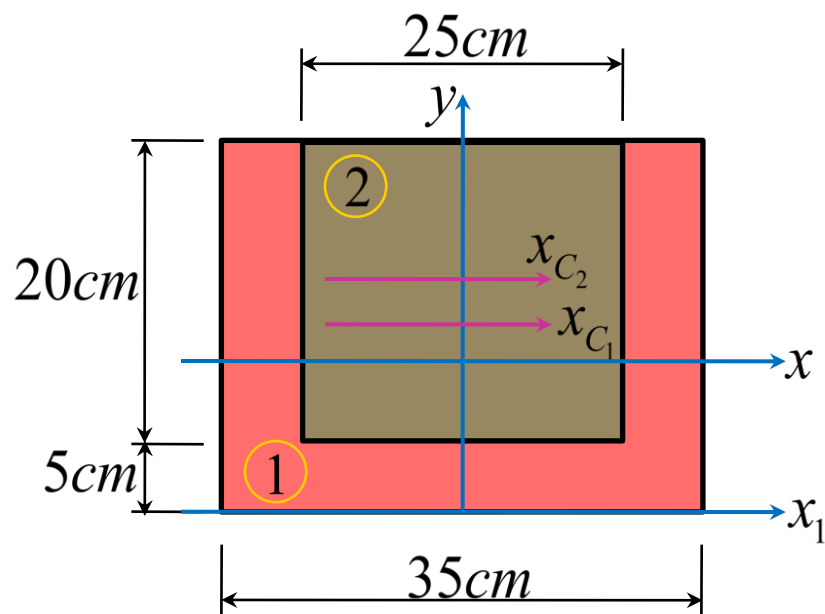
$$\Rightarrow J_x = 10922.149 \text{ cm}^4$$

$$\begin{cases} J_x^{(1)} = \left[\frac{5.20^3}{12} + (15.921 - 10)^2 5.20 \right] \text{ cm}^4 \\ J_x^{(2)} = \left[\frac{18.5^3}{12} + (22.5 - 15.921)^2 18.5 \right] \text{ cm}^4 \end{cases}$$

* **Mômen quán tính đối với trục y:** $J_y = J_y^{(1)} + J_y^{(2)} = \frac{20.5^3}{12} + \frac{5.18^3}{12} = 2638.333 \text{ cm}^4$

Bài tập 1: *Tính mô men quán tính của hình phẳng đối với các trục trung tâm.*





*** Trọng tâm hình phẳng:**

$$y_c = \frac{\sum y_{C_i} F_i}{\sum F_i} = \frac{12,5 \cdot 35 \cdot 25 - 15 \cdot 25 \cdot 20}{35 \cdot 25 - 25 \cdot 20}$$

$$\Rightarrow y_c = 11,27 \text{ cm}$$

*** Mômen quán tính đối với trục x:**

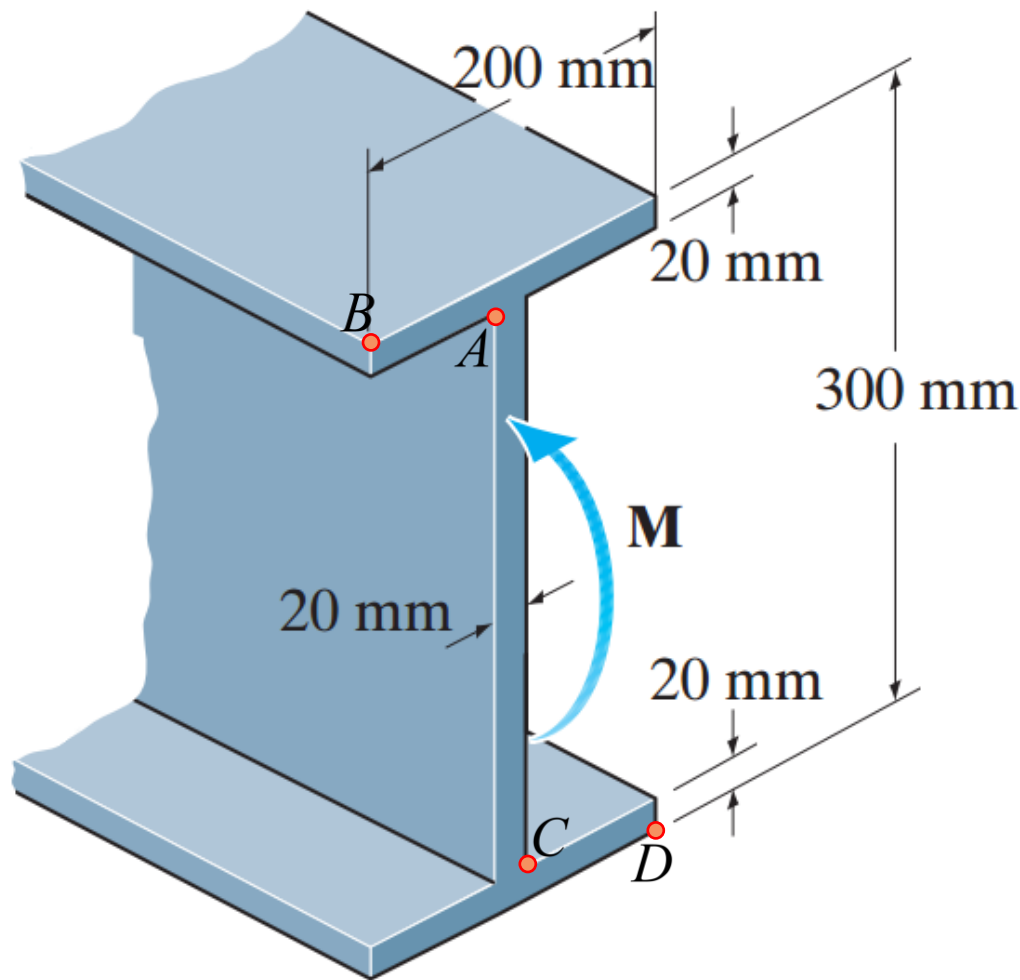
$$J_x = J_x^{(1)} - J_x^{(2)}$$

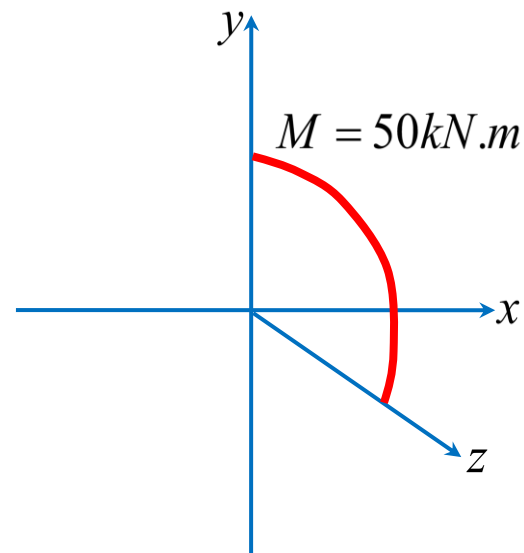
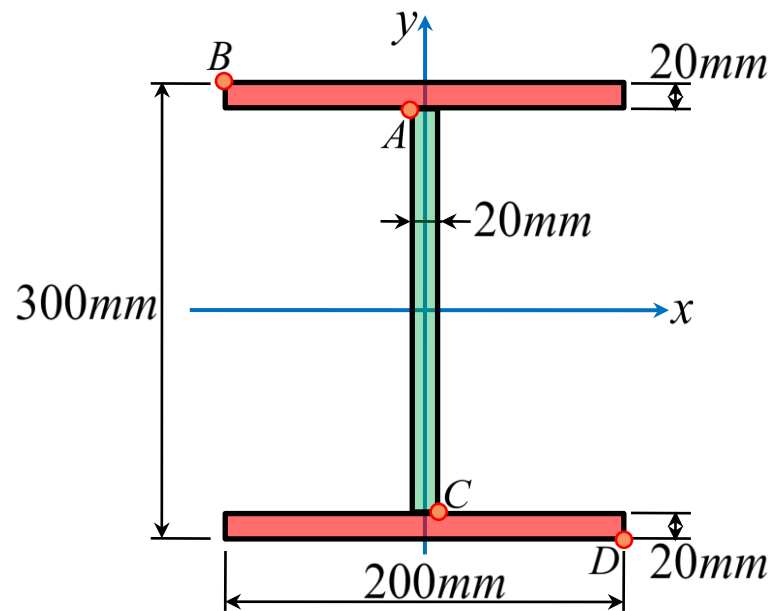
$$\Rightarrow J_x = 23274,363 \text{ cm}^4$$

$$\begin{cases} J_x^{(1)} = \left[\frac{35 \cdot 25^3}{12} + (12,5 - 11,27)^2 \cdot 35 \cdot 25 \right] \text{ cm}^4 \\ J_x^{(2)} = \left[\frac{25 \cdot 20^3}{12} + (15 - 11,27)^2 \cdot 25 \cdot 20 \right] \text{ cm}^4 \end{cases}$$

*** Mômen quán tính đối với trục y:** $J_y = J_y^{(1)} - J_y^{(2)} = \frac{25 \cdot 35^3}{12} - \frac{20 \cdot 25^3}{12} = 63281,25 \text{ cm}^4$

Bài tập 1: Dầm mặt cắt ngang chữ I chịu mômen uốn $M = 50 \text{ kN.m}$. a) Tính ứng suất pháp phát sinh tại các điểm A, B, C và D. b) Tính ứng suất kéo lớn nhất, ứng suất nén lớn nhất phát sinh trên mặt cắt ngang. c) Vẽ qui luật phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang.





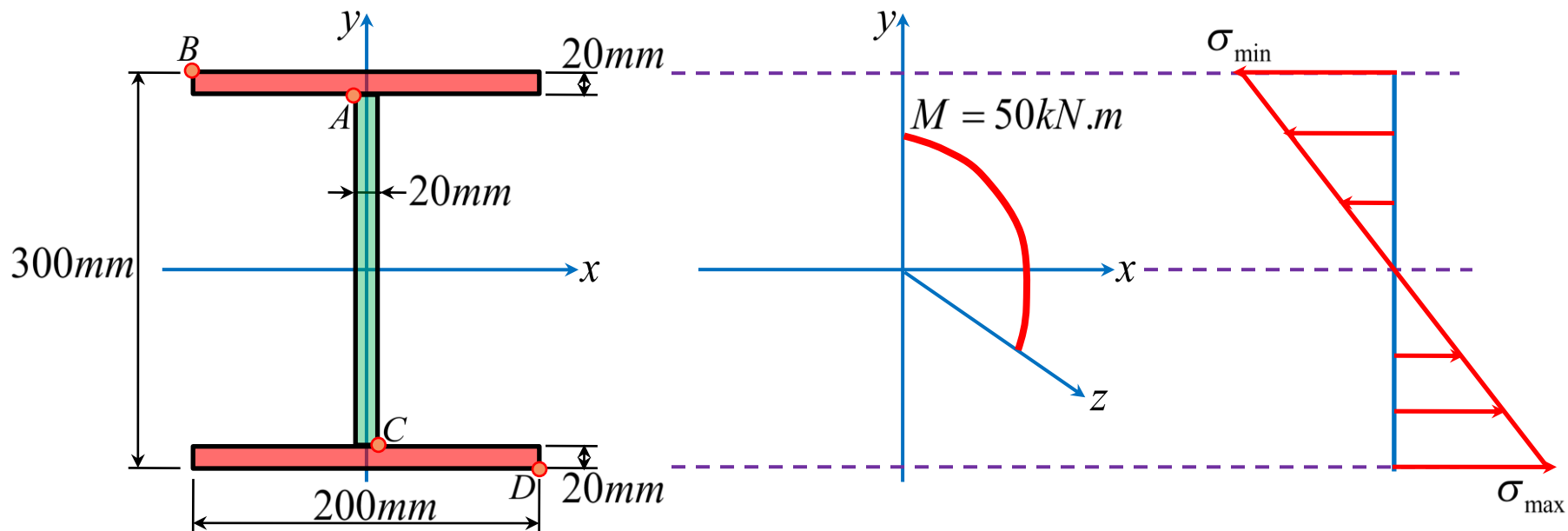
* *Mômen quán tính của mặt cắt ngang:*

$$J_x = \frac{200 \cdot 300^3}{12} - \frac{180 \cdot 260^3}{12} = 1,8636 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

* *Ứng suất tại các điểm A và B:*

$$\sigma_A = -\frac{|M_x|}{J_x} y_A = -\frac{50 \cdot 1000}{1,8636 \cdot 10^8} 130 = -0,0348 \text{ kN} / \text{ mm}^2$$

$$\sigma_B = -\frac{|M_x|}{J_x} y_B = -\frac{50 \cdot 1000}{1,8636 \cdot 10^8} 150 = -0,04024 \text{ kN} / \text{ mm}^2$$



* Ứng suất tại các điểm A và B:

$$\begin{cases} \sigma_A = -0,0348 \text{ kN} / \text{mm}^2 \\ \sigma_B = -0,04024 \text{ kN} / \text{mm}^2 \end{cases}$$

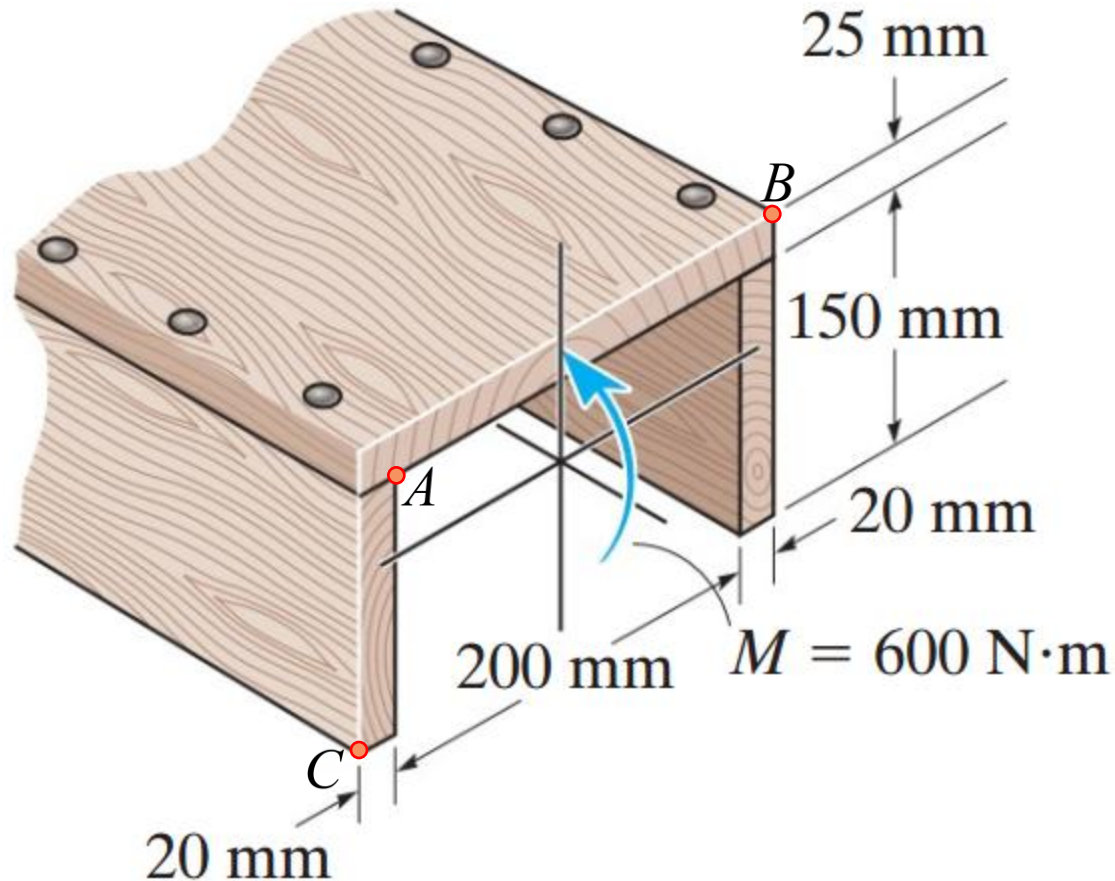
* Ứng suất tại các điểm C và D:

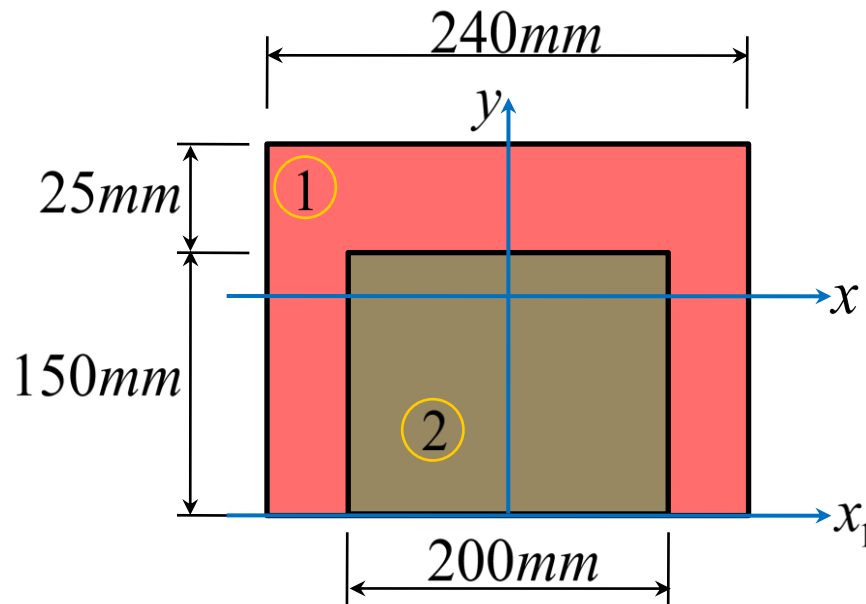
$$\begin{cases} \sigma_C = |\sigma_A| = 0,0348 \text{ kN} / \text{mm}^2 \\ \sigma_D = |\sigma_B| = 0,04024 \text{ kN} / \text{mm}^2 \end{cases}$$

* Ứng suất kéo lớn nhất, ứng suất nén lớn nhất:

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = \sigma_D \\ \sigma_{\min} = \sigma_B \end{cases}$$

Bài tập 1: Dầm chịu mômen uốn $M = 600 \text{ N.m}$. a) Tính ứng suất pháp phát sinh tại các điểm A, B và C. b) Tính ứng suất kéo lớn nhất, ứng suất nén lớn nhất phát sinh trên mặt cắt ngang. c) Vẽ qui luật phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang.



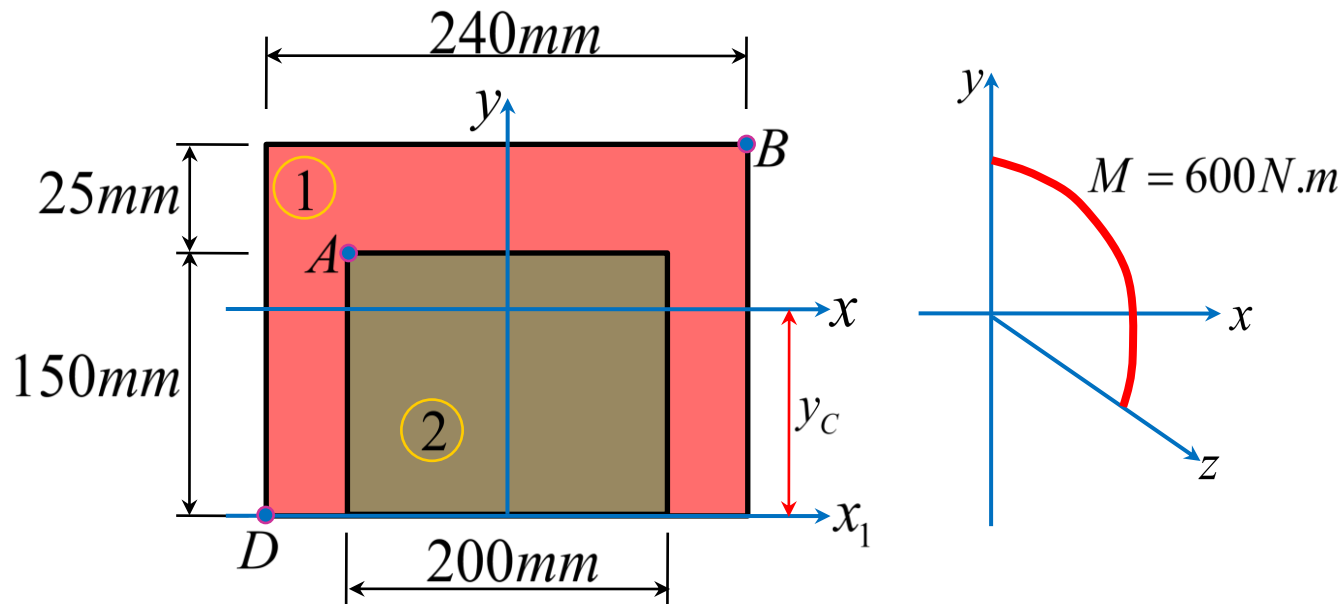


* **Trọng tâm hình phẳng:** $y_c = \frac{\sum y_{c_i} F_i}{\sum F_i} = \frac{87,5 \cdot 240 \cdot 175 - 75 \cdot 200 \cdot 150}{240 \cdot 175 - 200 \cdot 150} = 118,75 \text{ mm}$

* **Mômen quán tính đối với trục x:**

$$J_x = \frac{240 \cdot 175^3}{12} + (118,75 - 87,5)^2 \cdot 240 \cdot 175 - \frac{200 \cdot 150^3}{12} - (118,75 - 75)^2 \cdot 200 \cdot 150$$

$$\Rightarrow J_x = 3,453125 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

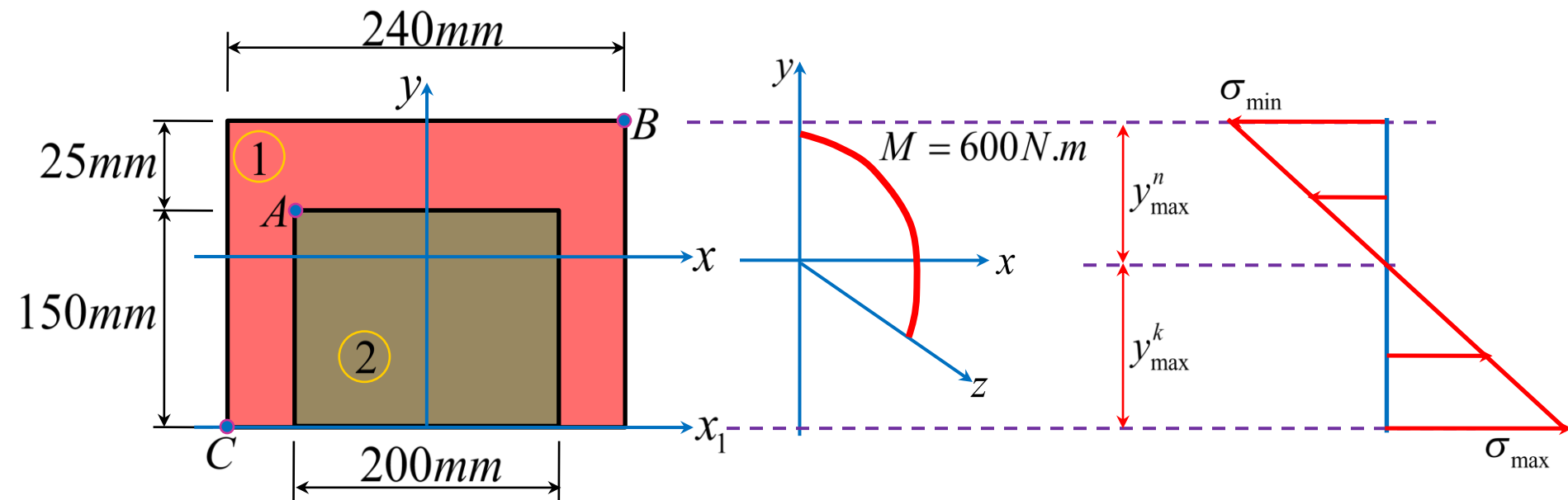


* **Ứng suất tại các điểm A, B và D:**

$$\sigma_A = -\frac{|M_x|}{J_x} y_A = -\frac{600}{3,453125 \cdot 10^7} (150 - 118,75) = -0,542986 \cdot 10^{-3} \text{ kN} / \text{mm}^2$$

$$\sigma_B = -\frac{|M_x|}{J_x} y_B = -\frac{600}{3,453125 \cdot 10^7} (175 - 118,75) = -0,97737 \cdot 10^{-3} \text{ kN} / \text{mm}^2$$

$$\sigma_D = -\frac{|M_x|}{J_x} y_D = -\frac{600}{3,453125 \cdot 10^7} 118,75 = -0,20633 \cdot 10^{-3} \text{ kN} / \text{mm}^2$$

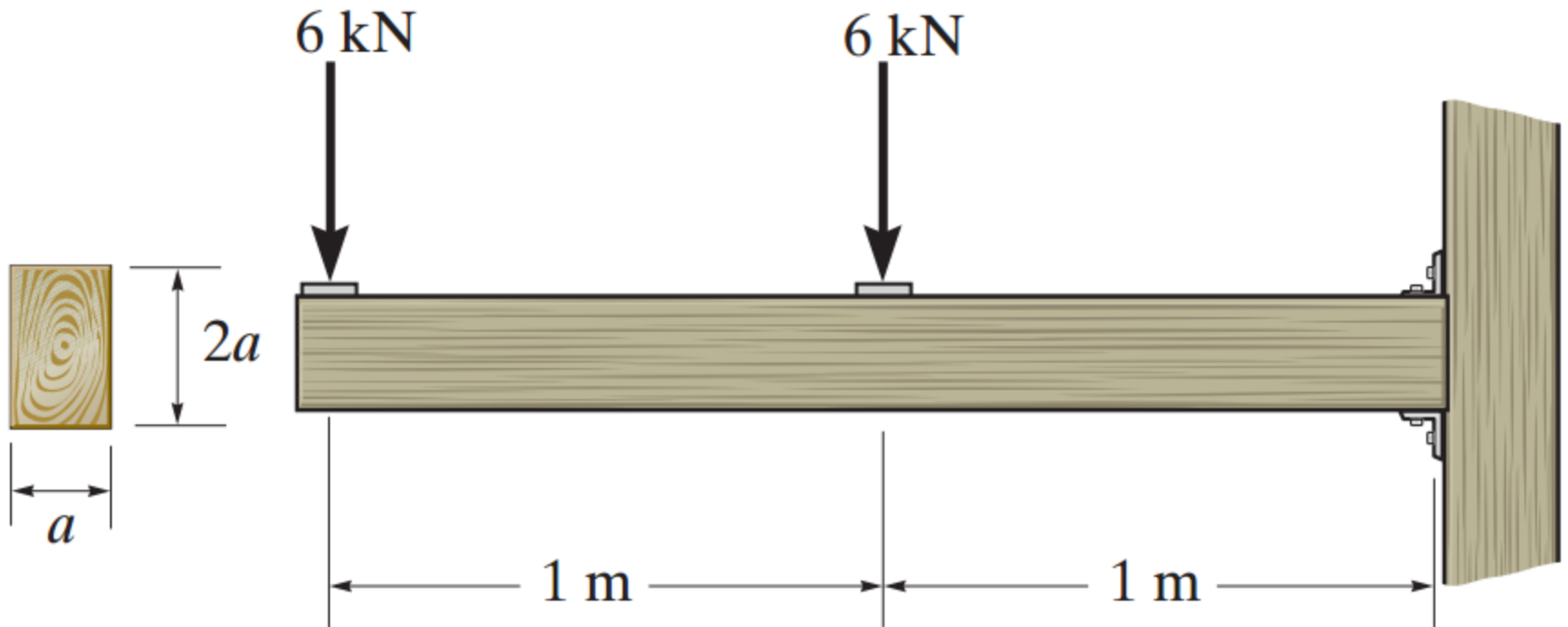


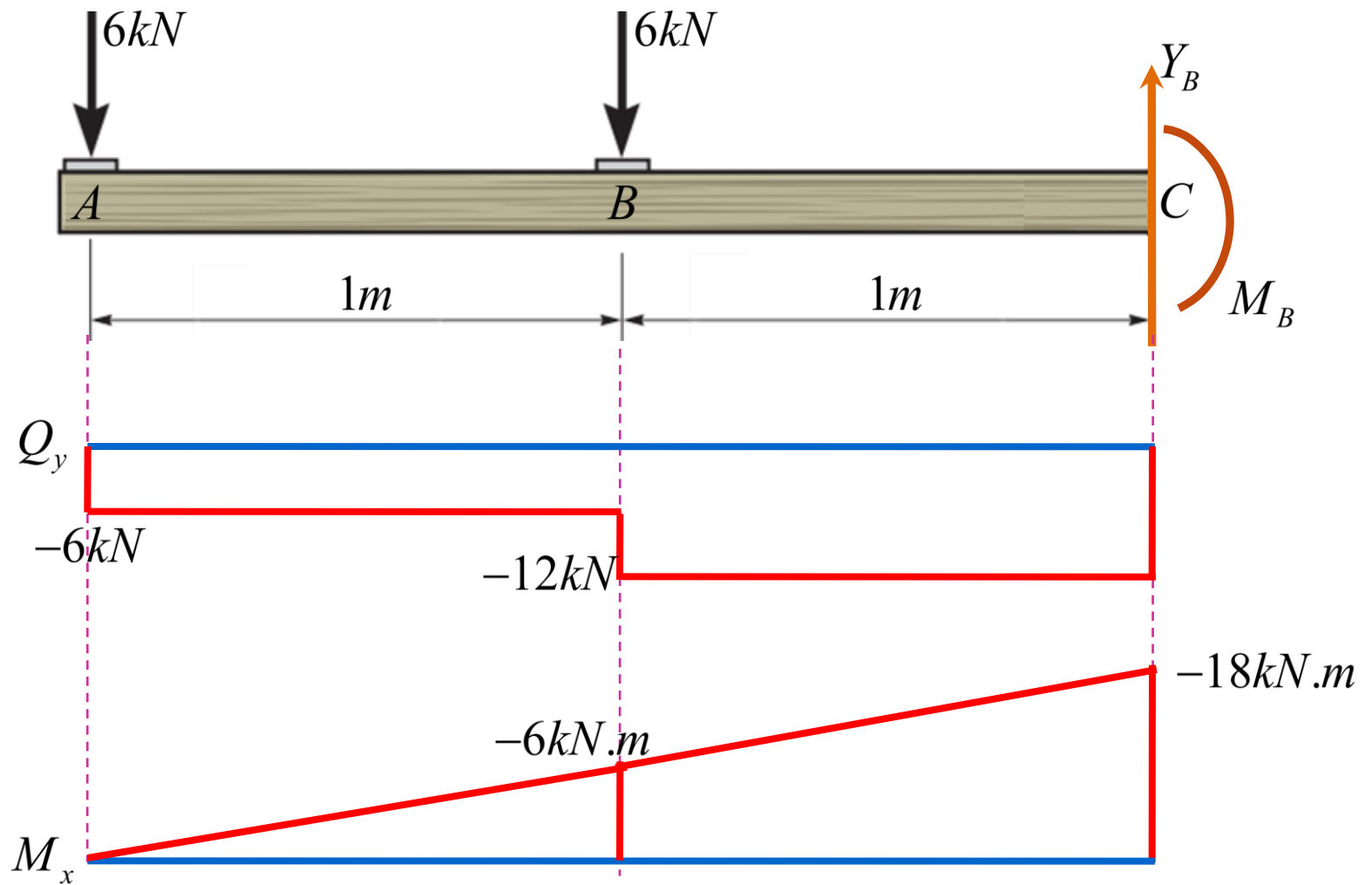
* *Ứng suất kéo lớn nhất, ứng suất nén lớn nhất:*

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^k = -\frac{600}{3,453125 \cdot 10^7} 118,75 = -0,20633 \cdot 10^{-2} \text{ kN} / \text{mm}^2$$

$$\sigma_{\min} = -\frac{|M_x|}{J_x} y_{\max}^n = -\frac{600}{3,453125 \cdot 10^7} (175 - 118,75) = -0,97737 \cdot 10^{-3} \text{ kN} / \text{mm}^2$$

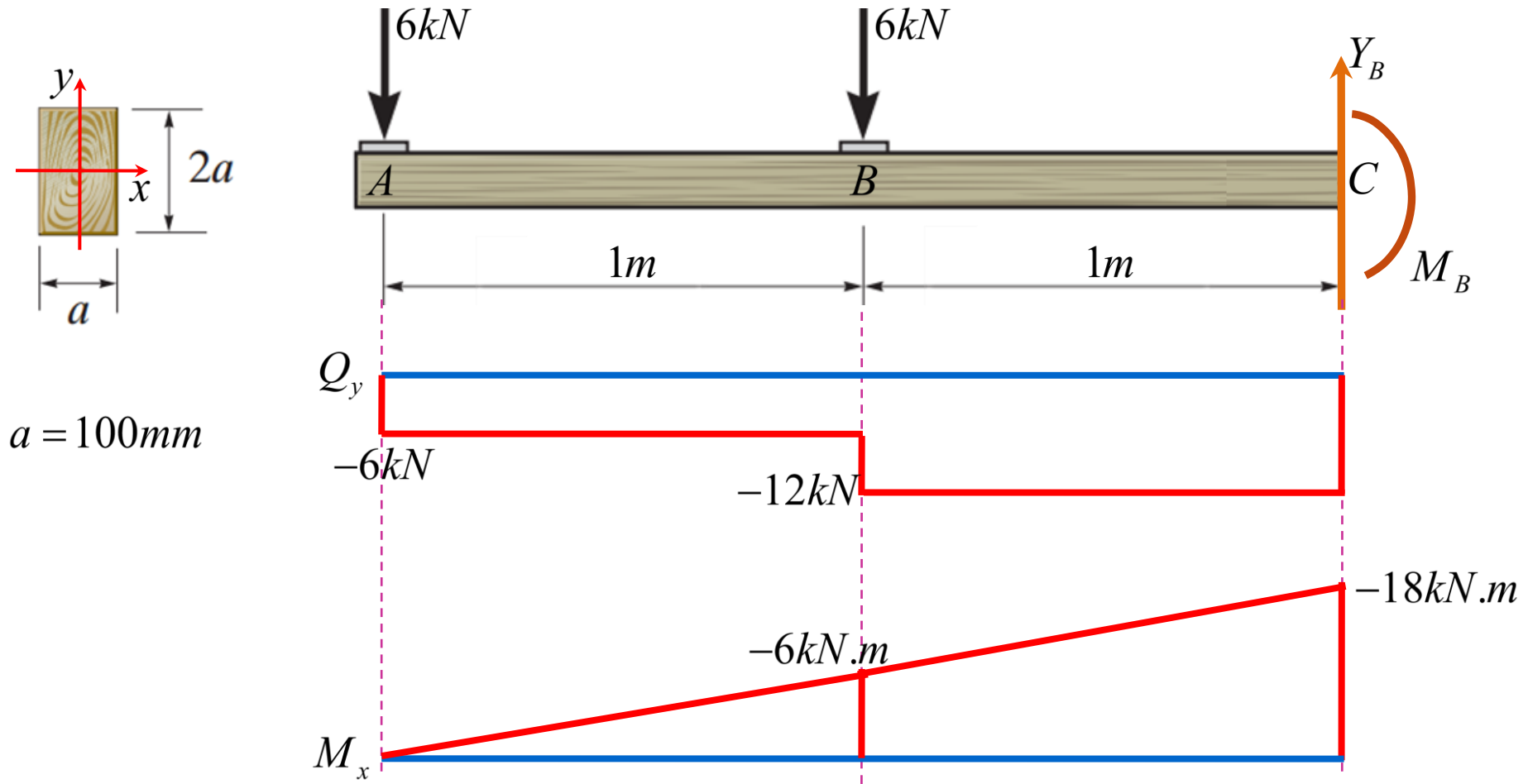
Bài tập 1: Dầm mặt cắt ngang hình chữ nhật, liên kết và chịu lực như hình vẽ. Nếu $a = 100 \text{ mm}$, tính ứng suất uốn lớn nhất phát sinh trong dầm.





* Xét cân bằng dầm AC:

$$\begin{cases} \sum M_C = 0 \Rightarrow 6.2 + 6.1 - M_C = 0 \Rightarrow M_C = 18kN.m \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow -12 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_B = 12kN \end{cases}$$

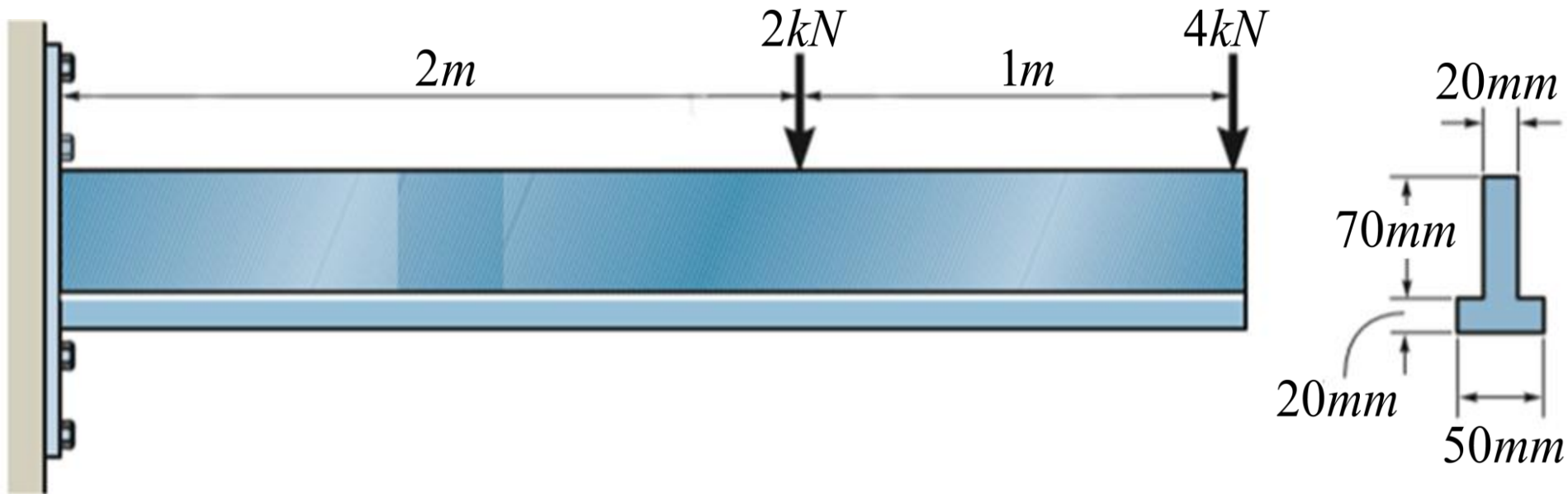


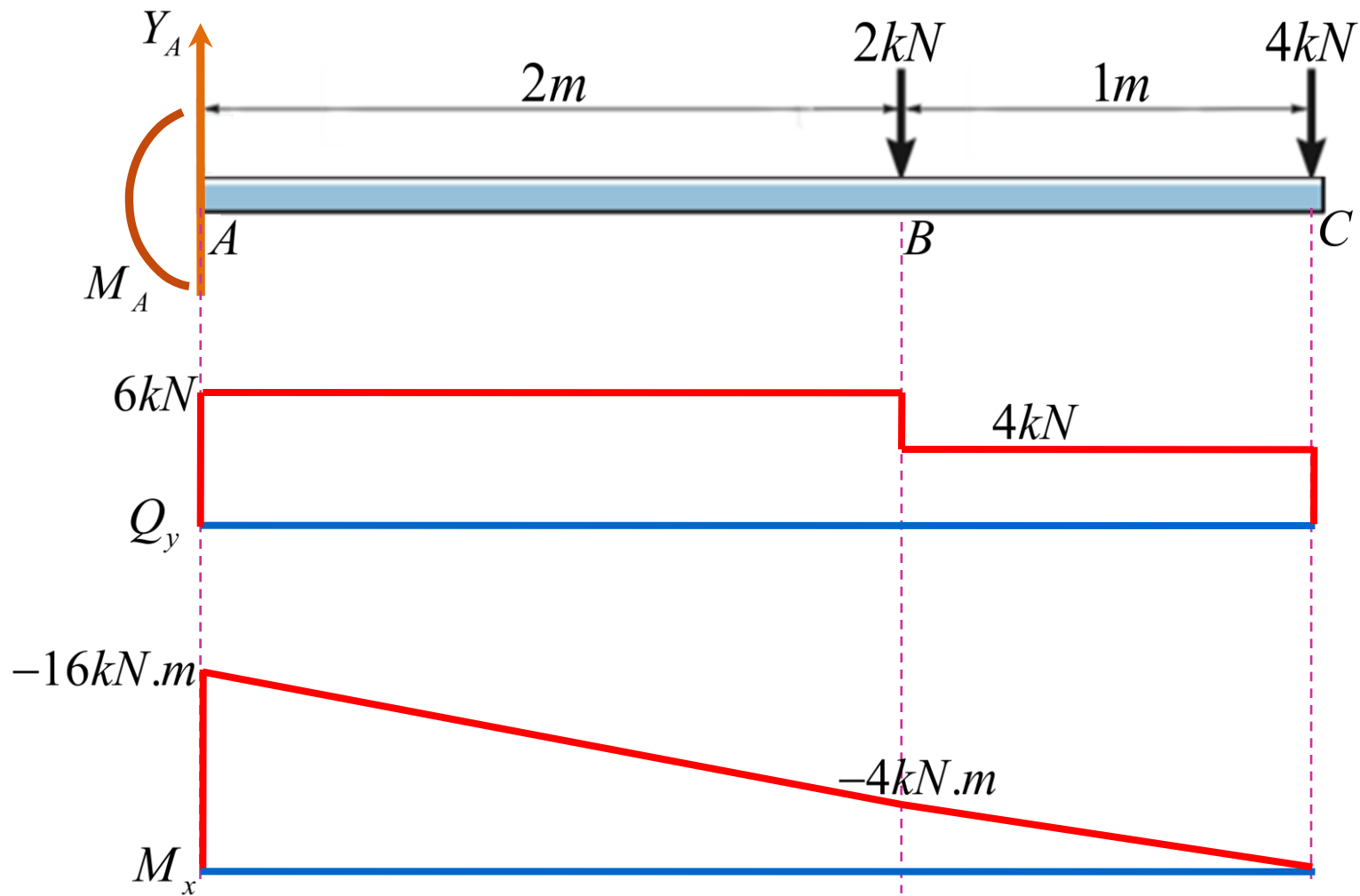
$a = 100mm$

* Ứng suất uốn lớn nhất phát sinh trong dầm:

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max} = \frac{18.1000}{\frac{100.200^3}{12}} 100 = 0,027kN / mm^2$$

Bài tập 1: Dầm có liên kết và chịu lực như hình vẽ. a) Tính ứng suất kéo lớn nhất, ứng suất nén lớn nhất phát sinh trong dầm. b) Tính ứng suất uốn lớn nhất phát sinh trong dầm.

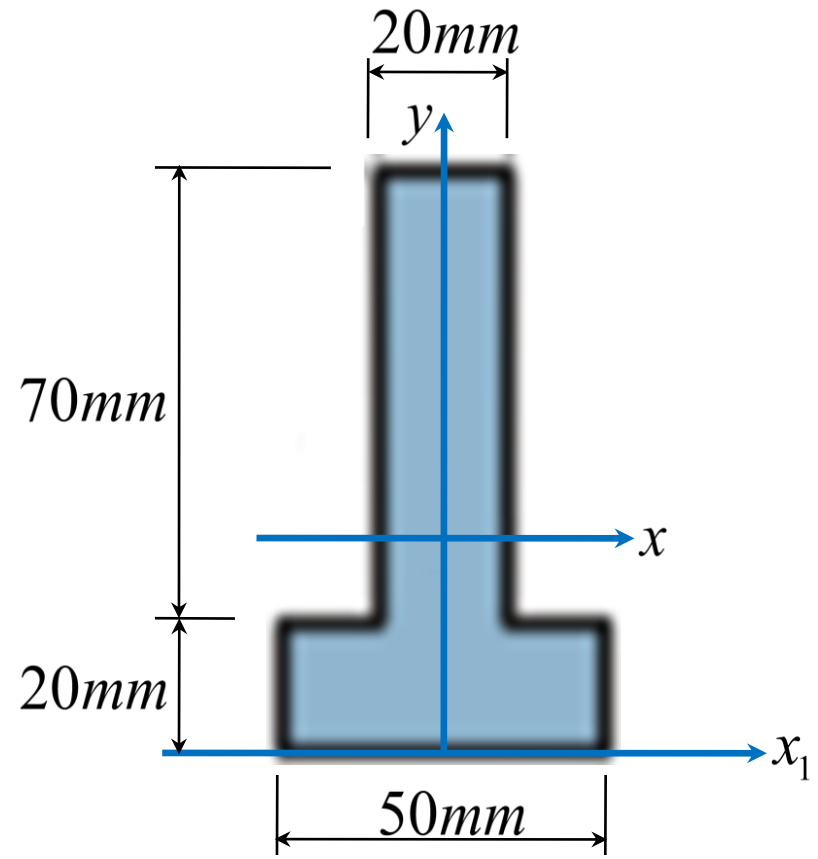




* Xét cân bằng dầm AC:

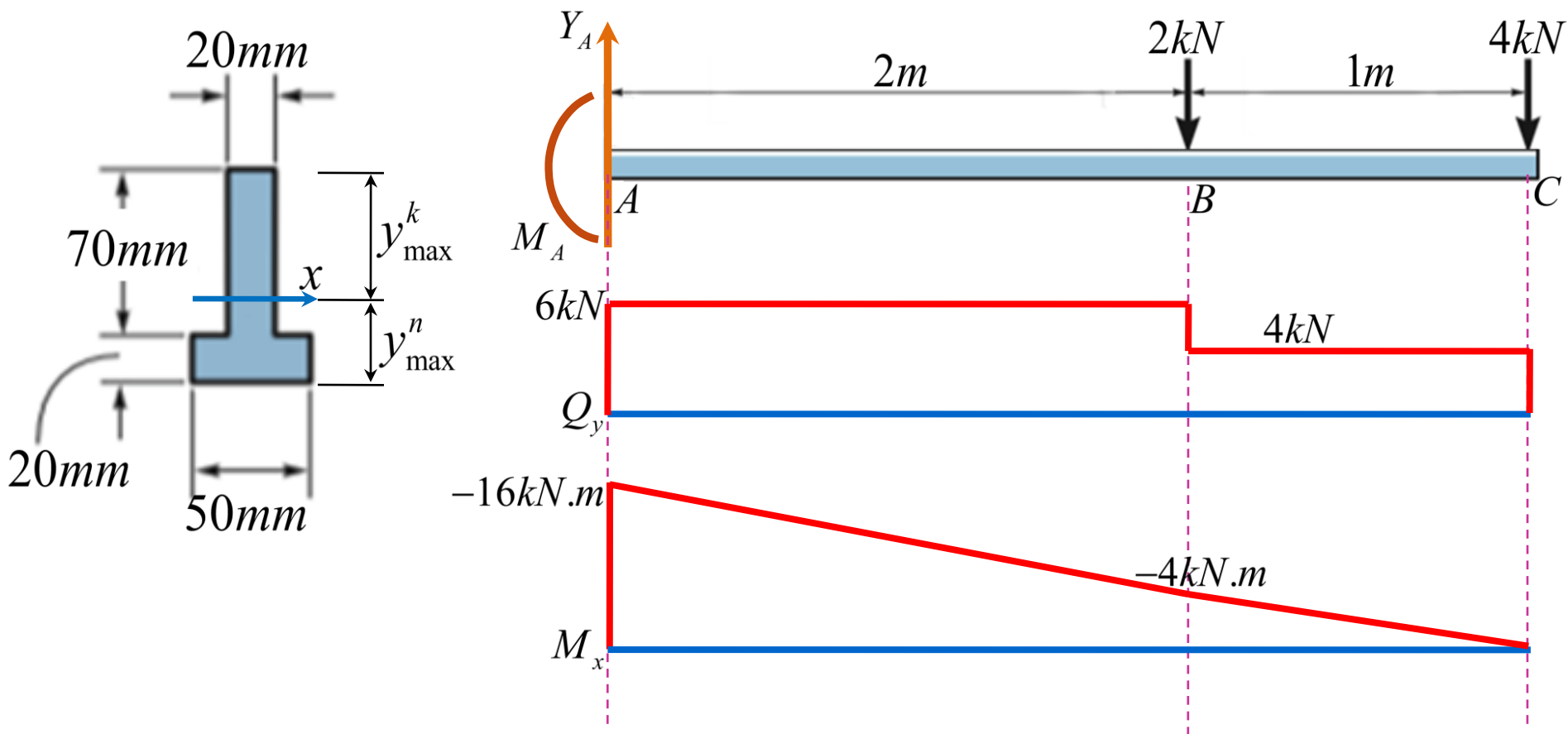
$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - 2 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 0 \Rightarrow M_A = 16 \text{ kN.m} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 6 = 0 \Rightarrow Y_A = 6 \text{ kN} \end{cases}$$

* *Xác định trọng tâm và tính mô men quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa:*



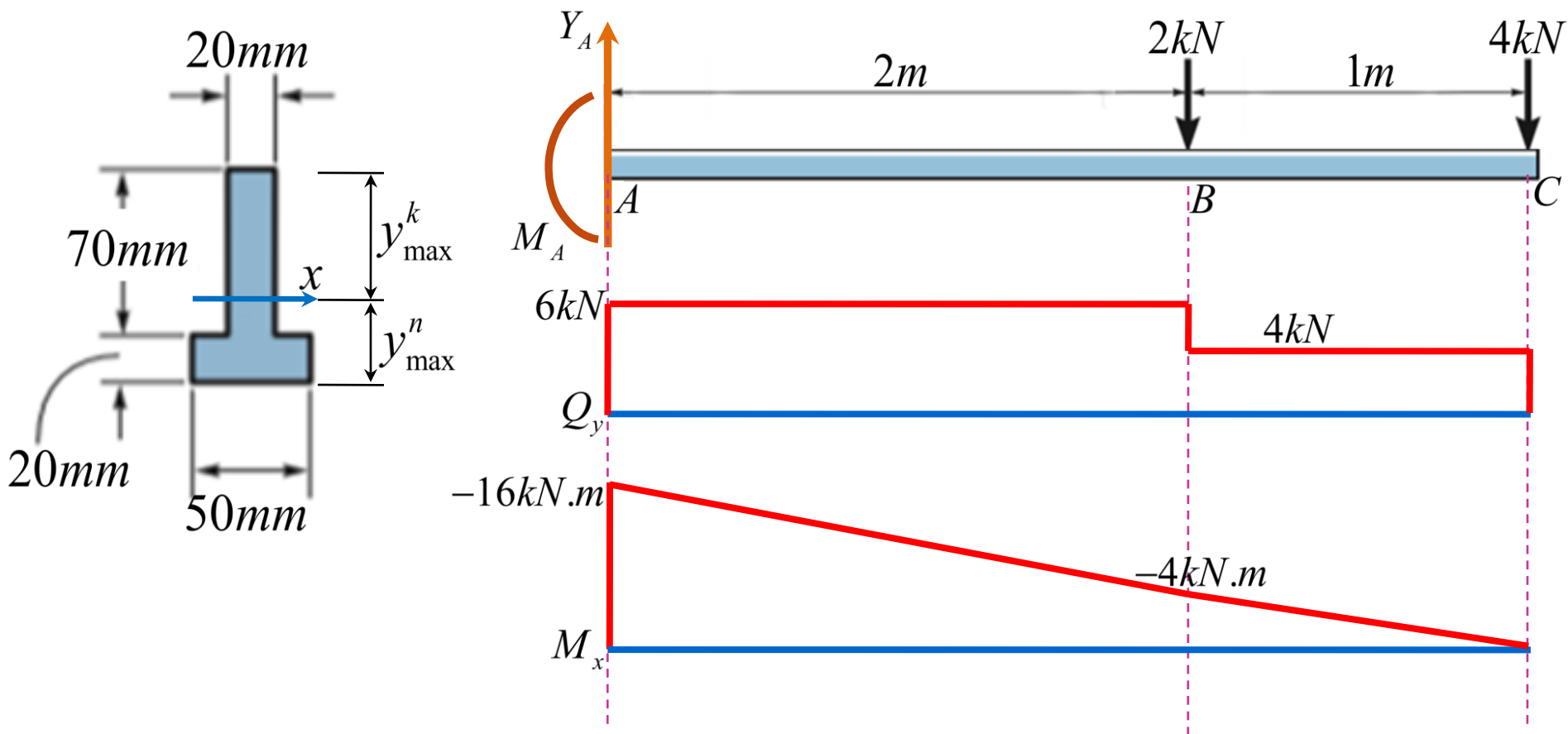
$$y_C = \frac{\sum y_{C_i} F_i}{\sum F_i} = \frac{10 \cdot 50 \cdot 20 + 55 \cdot 20 \cdot 70}{50 \cdot 20 + 20 \cdot 70} = 36,25 \text{ mm}$$

$$J_x = \frac{50 \cdot 20^3}{12} + (36,25 - 10)^2 \cdot 50 \cdot 20 + \frac{20 \cdot 70^3}{12} + (55 - 36,25)^2 \cdot 20 \cdot 70 = 1786250 \text{ mm}^4$$



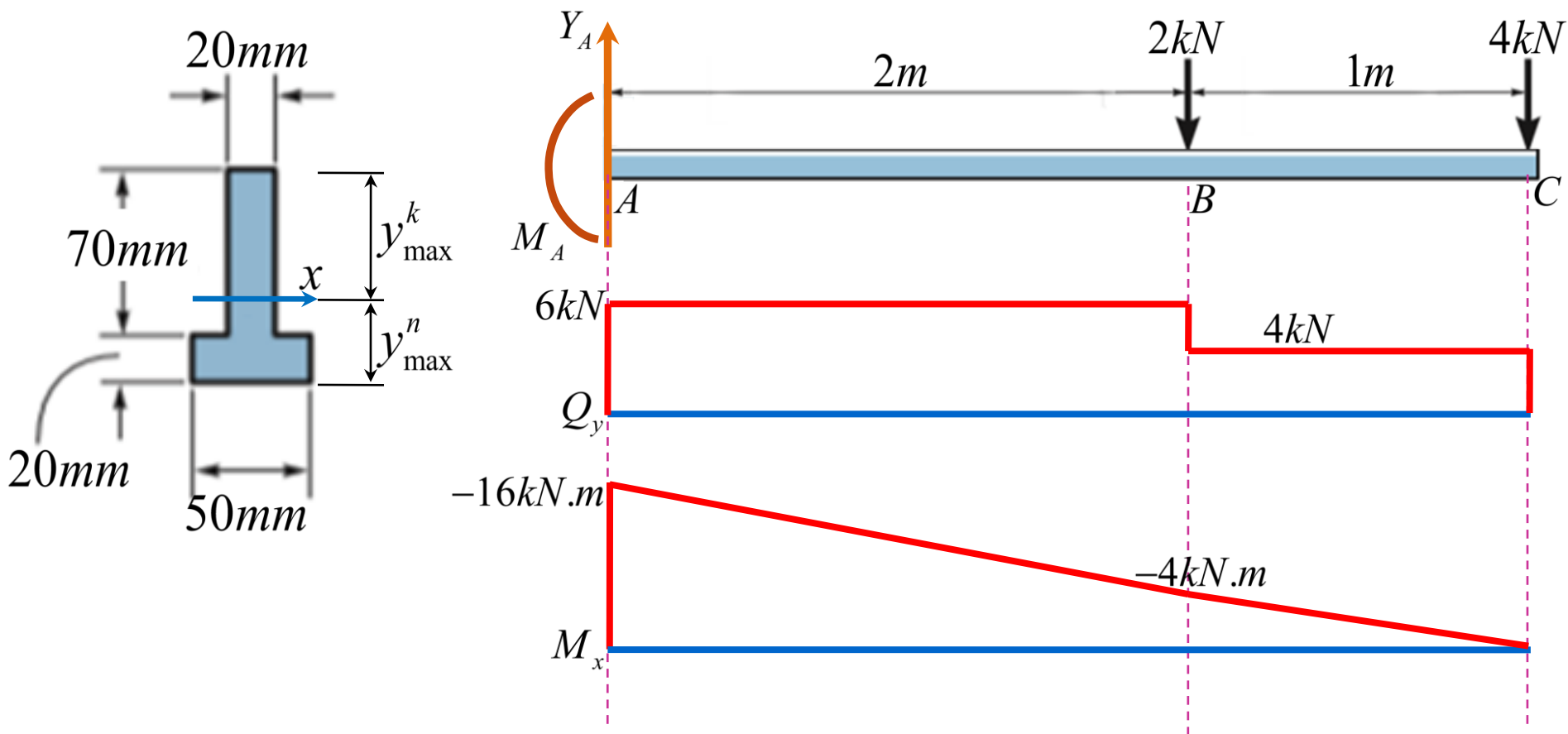
* Ứng suất kéo lớn nhất phát sinh trong dầm:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max}^k = \frac{16.1000}{1786250} (90-36,25) = 0,481 \text{ kN} / \text{mm}^2$$



* Ứng suất nén lớn nhất phát sinh trong dầm:

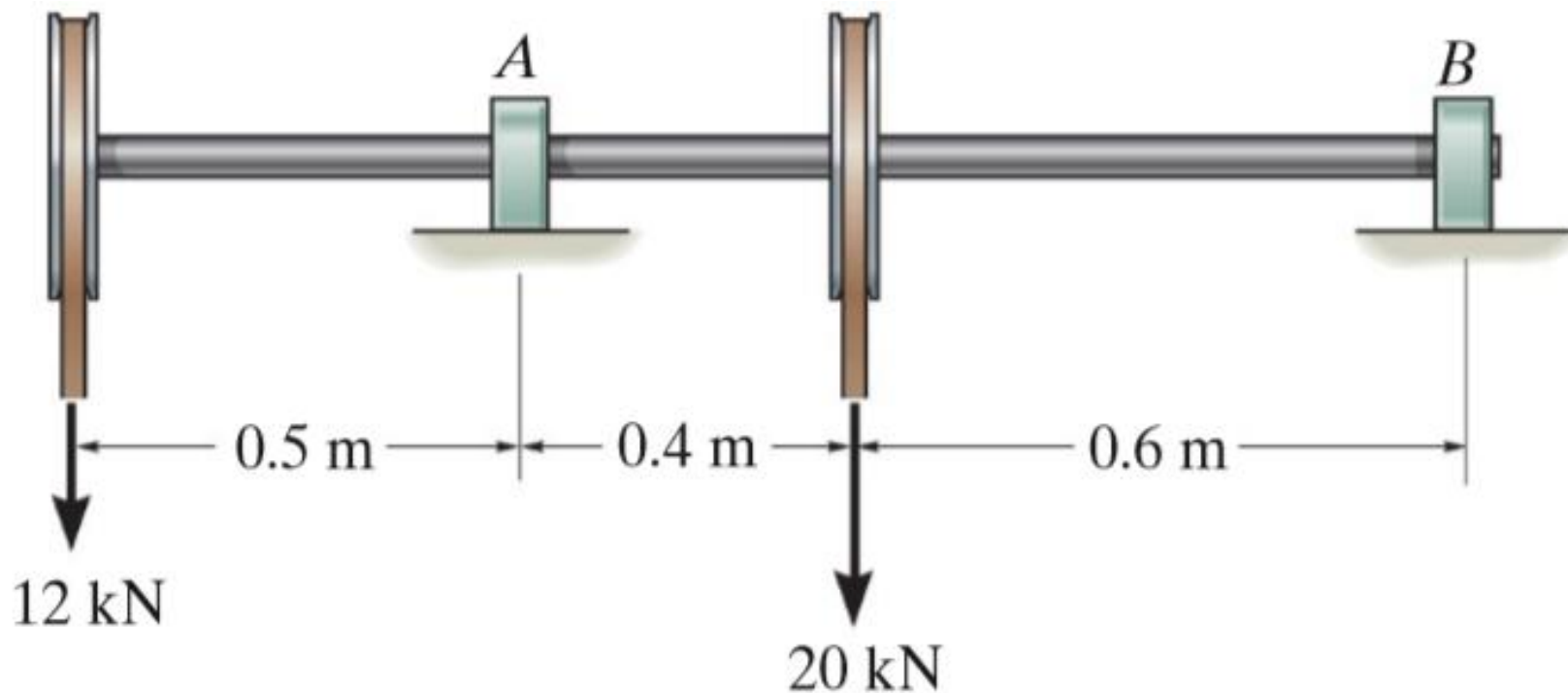
$$\sigma_{\min} = -\frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max}^n = -\frac{16.1000}{1786250} 36,25 = -0,324 \text{ kN} / \text{mm}^2$$

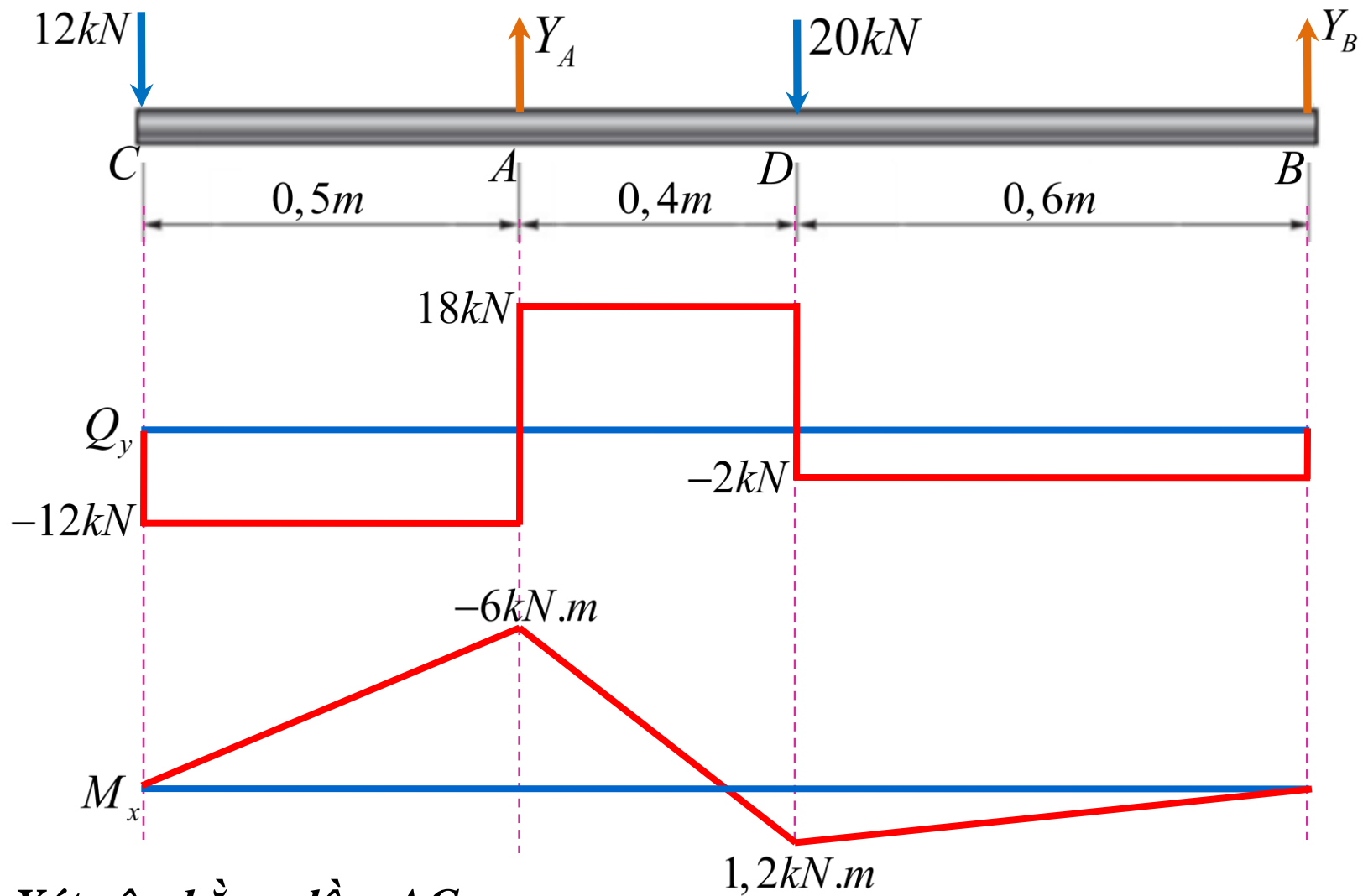


* Ứng suất uốn lớn nhất phát sinh trong dầm:

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max} = \frac{16.1000}{1786250} (90-36,25) = 0,481 \text{ kN} / \text{mm}^2$$

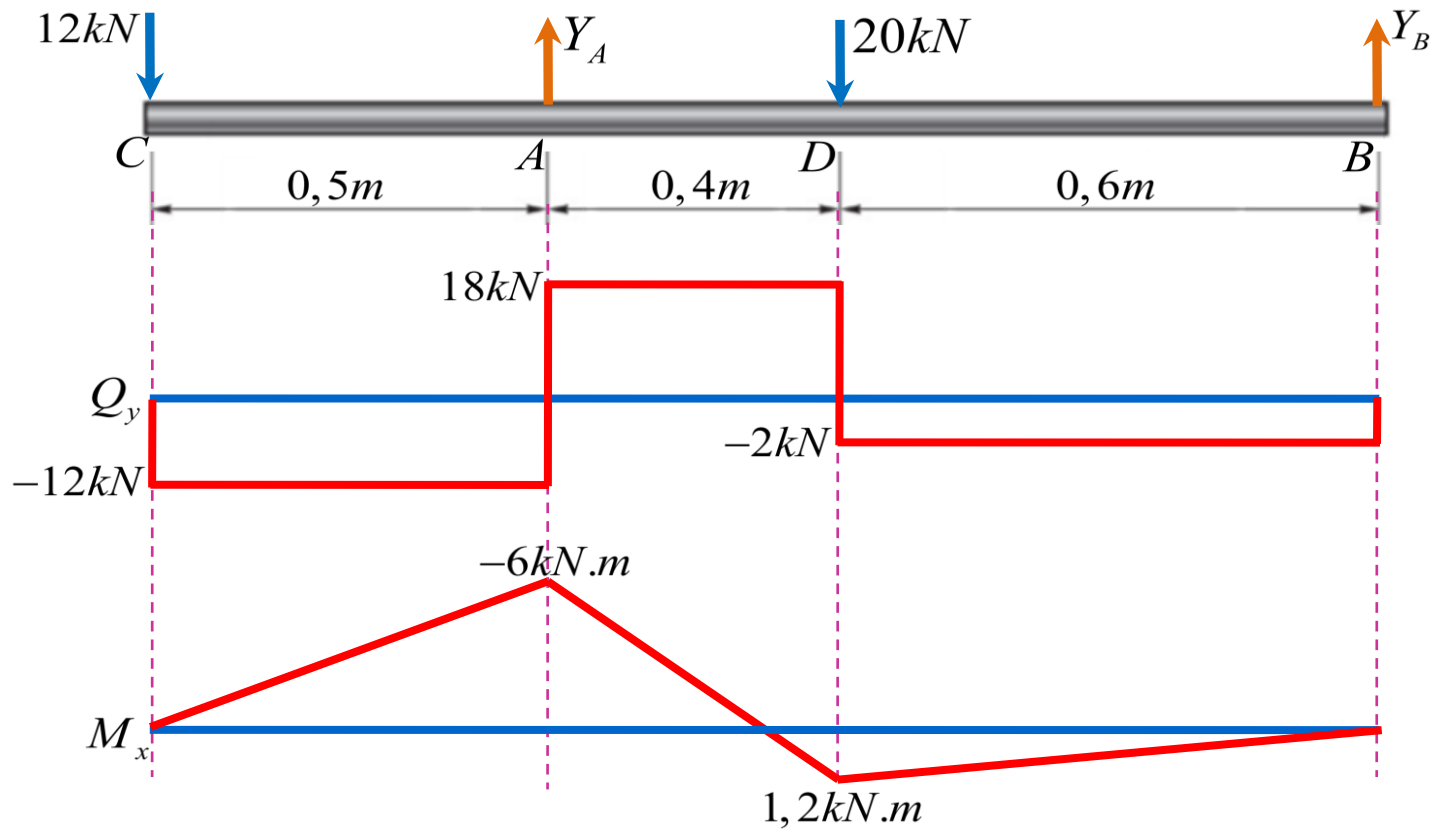
Bài tập 1: Trục tròn đặc được đặt trên hai ổ lăn tại A và B. Trục làm bằng thép có ứng suất pháp cho phép $[\sigma] = 150 \text{ Mpa}$, xác định đường kính tối thiểu của trục để trục đỡ tải an toàn.





* Xét cân bằng dầm AC:

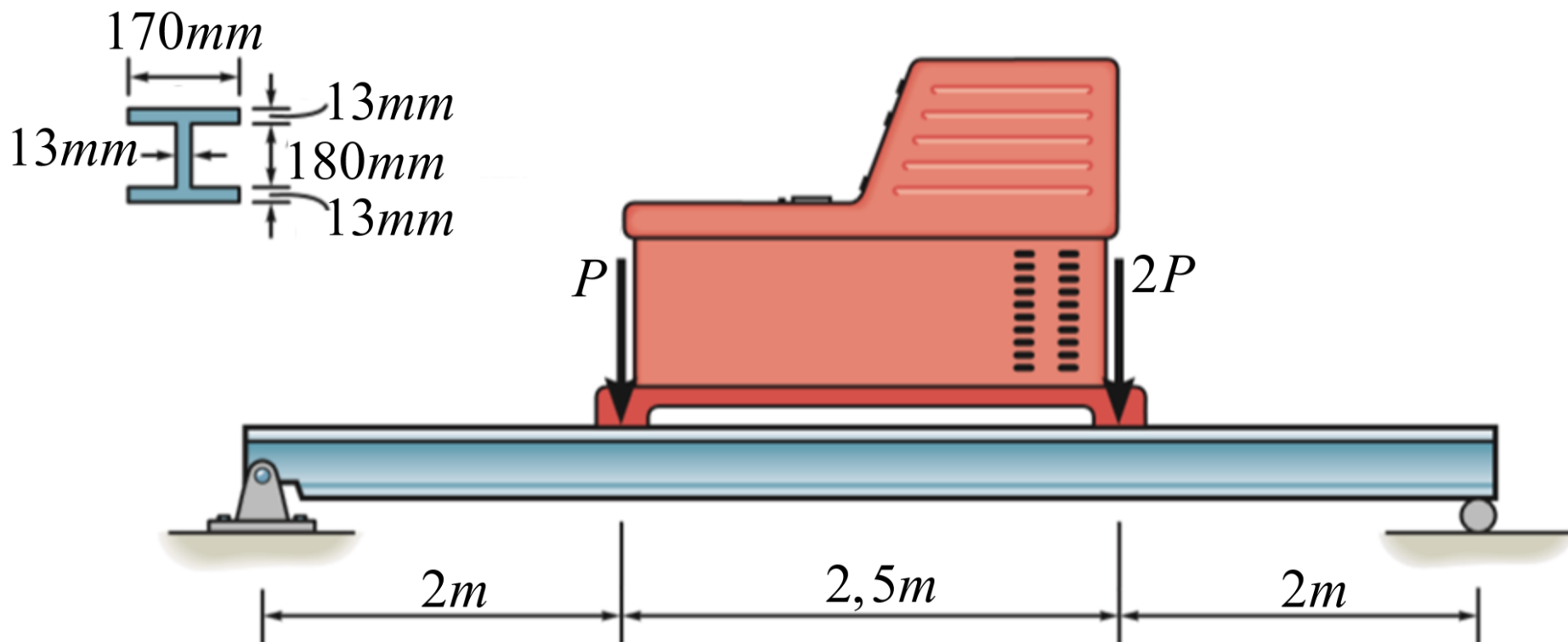
$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow 12 \cdot 0,5 - 20 \cdot 0,4 + Y_B \cdot 1 = 0 \Rightarrow Y_B = 2kN \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow -12 + Y_A - 20 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_A = 30kN \end{cases}$$

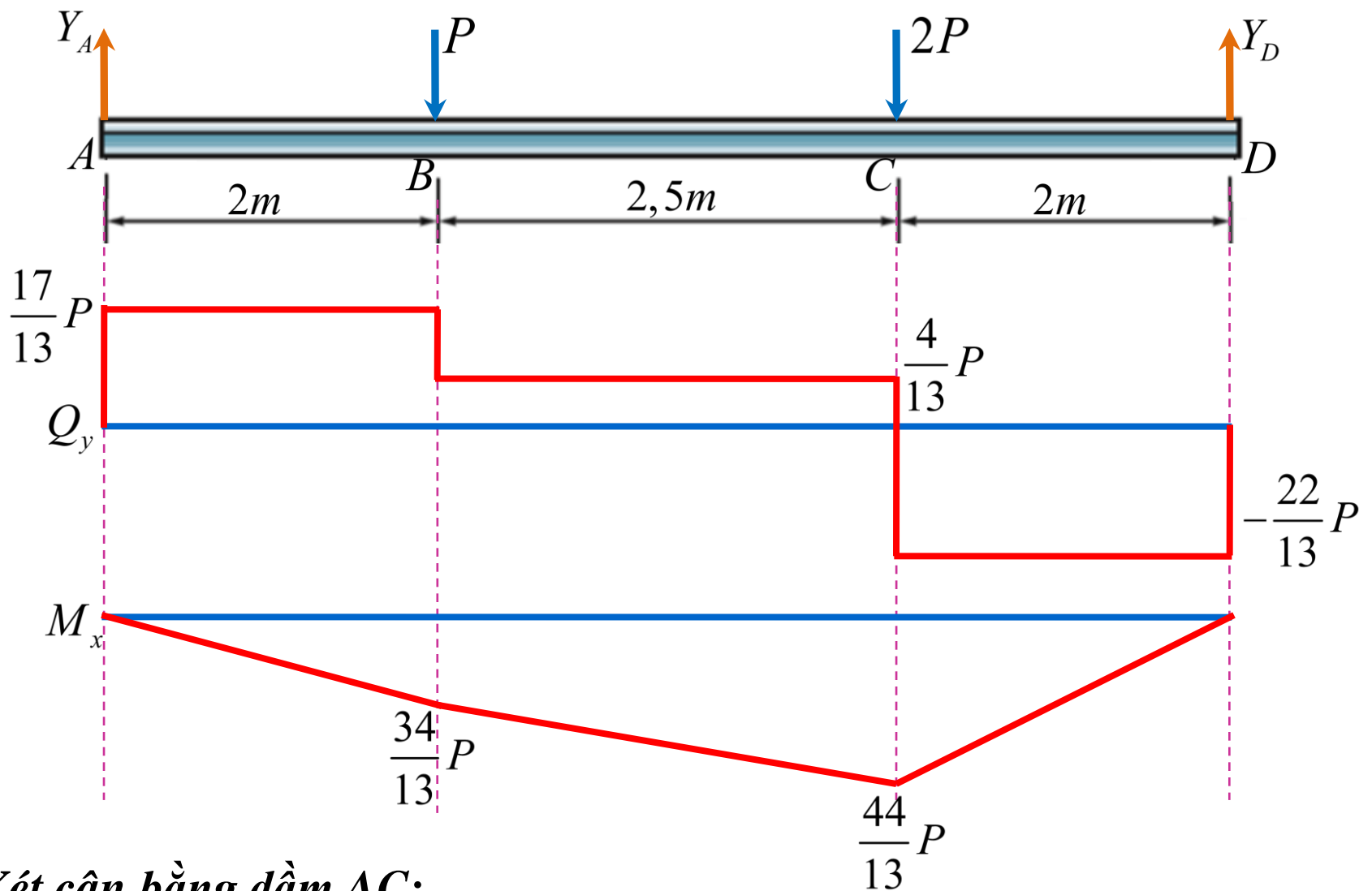


* Theo điều kiện bền ứng suất pháp: $|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max} \leq [\sigma]$

$$\Leftrightarrow \frac{6000}{\frac{\pi}{64} d^4} \frac{d}{2} \leq \frac{150}{1000} \quad \Rightarrow d \geq 74,134 \text{mm} \quad \Rightarrow d_{\min} = 74,2 \text{mm}$$

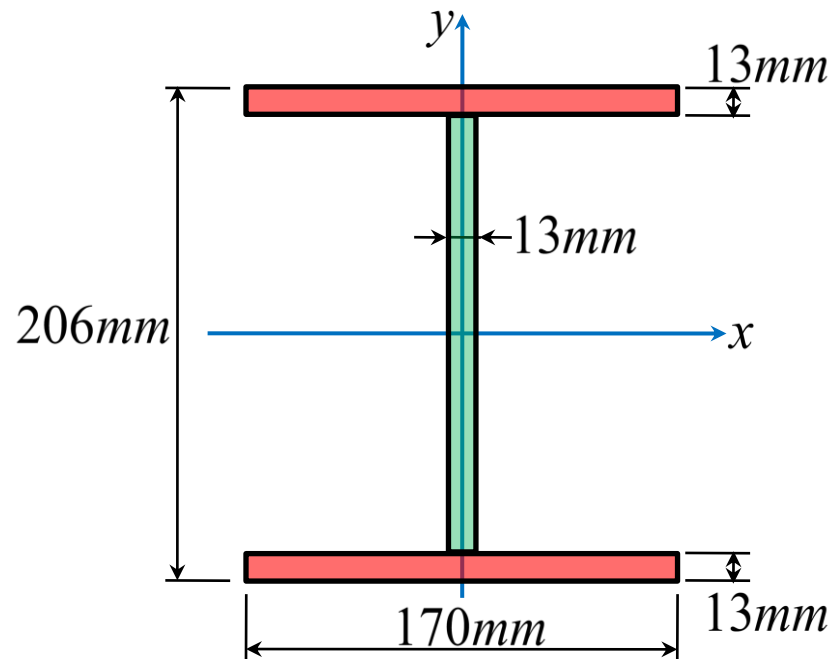
Bài tập 1: Dầm mặt cắt ngang hình chữ I có liên kết và chịu lực như hình vẽ. Dầm làm bằng thép có ứng suất pháp cho phép $[\sigma] = 150 \text{ Mpa}$, Xác định giới hạn của tải trọng P để dầm đỡ tải an toàn.





* Xét cân bằng dầm AC:

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -P \cdot 2 - 2P \cdot 4,5 + Y_D \cdot 6,5 = 0 \Rightarrow Y_D = 22/13P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 3P + Y_D = 0 \Rightarrow Y_A = 17/13P \end{cases}$$



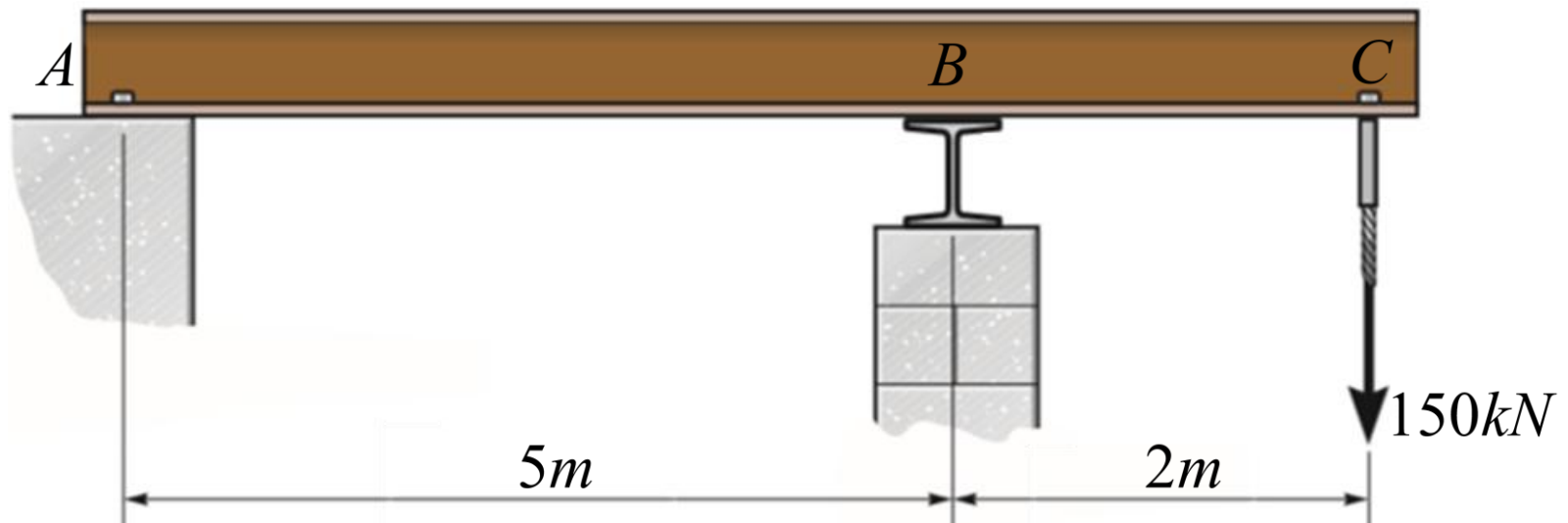
$$J_x = \frac{170 \cdot 206^3}{12} - \frac{157 \cdot 180^3}{12} = 47540393,3 \text{ mm}^4$$

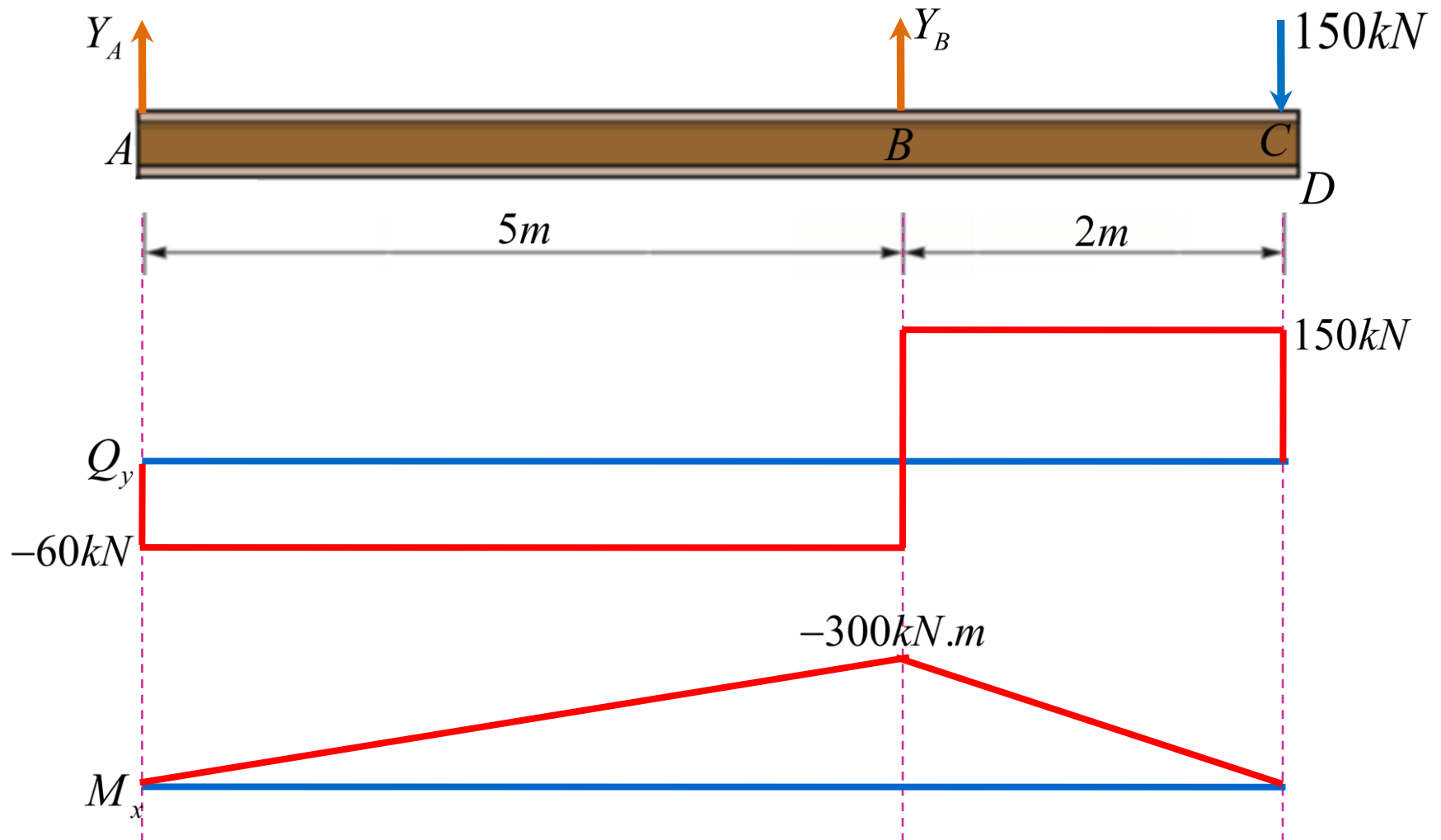
* Theo điều kiện bền ứng suất pháp: $|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max} \leq [\sigma]$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{44}{13} P \cdot 1000}{47540393,3} 103 \leq \frac{150}{1000} \Rightarrow P \leq 20,455 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = 20,4 \text{ kN}$$

Bài tập 1: Dầm mặt cắt ngang hình chữ I có liên kết gối cố định tại A, gối tựa tại B và chịu lực như hình vẽ. Dầm làm bằng thép có ứng suất pháp cho phép $[\sigma] = 150 \text{ Mpa}$, chọn số hiệu mặt cắt dầm W610 có trọng lượng nhẹ nhất theo điều kiện bền ứng suất pháp.





* Xét cân bằng dầm AC:

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow Y_B \cdot 5 - 150 \cdot 7 = 0 \Rightarrow Y_B = 210\text{kN} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A + Y_B - P = 0 \Rightarrow Y_A = -60\text{kN} \end{cases}$$

* Theo điều kiện bền ứng suất pháp: $|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$

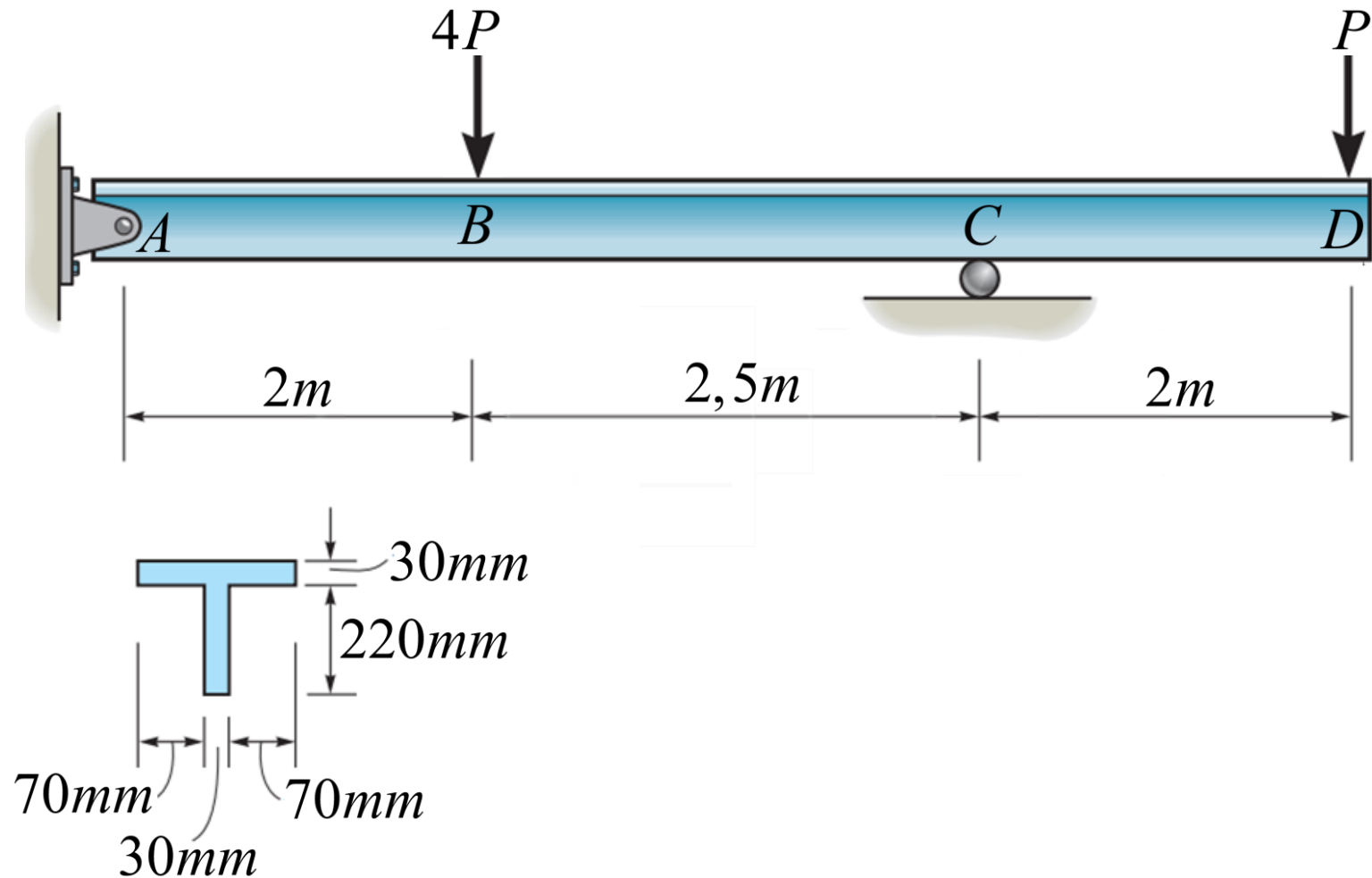
$$\Leftrightarrow \frac{300.1000}{W_x} \leq \frac{150}{1000} \Rightarrow W_x \geq 2000.10^3 \text{ mm}^3$$

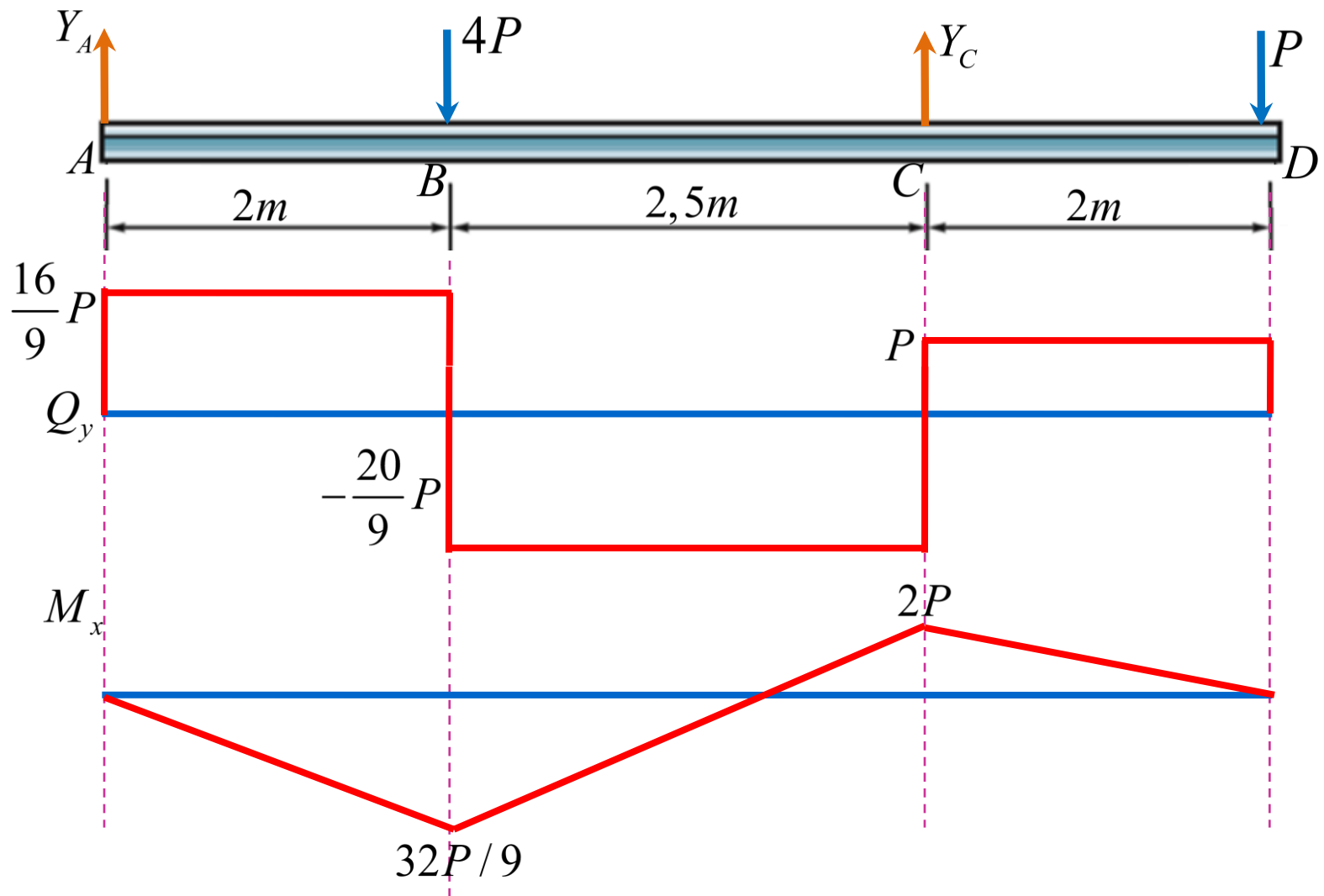
Wide-Flange Sections or W Shapes FPS Units

Designation	Area A	Depth d	Web thickness t _w	Flange		x-x axis			y-y axis		
				width b _f	thickness t _f	I	S	r	I	S	r
				mm	mm						
mm × kg/m	mm ²	mm	mm	mm	mm	10 ⁶ mm ⁴	10 ³ mm ³	mm	10 ⁶ mm ⁴	10 ³ mm ³	mm
W610 × 155	19 800	611	12.70	324.0	19.0	1 290	4 220	255	108	667	73.9
W610 × 140	17 900	617	13.10	230.0	22.2	1 120	3 630	250	45.1	392	50.2
W610 × 125	15 900	612	11.90	229.0	19.6	985	3 220	249	39.3	343	49.7
W610 × 113	14 400	608	11.20	228.0	17.3	875	2 880	247	34.3	301	48.8
W610 × 101	12 900	603	10.50	228.0	14.9	764	2 530	243	29.5	259	47.8
W610 × 92	11 800	603	10.90	179.0	15.0	646	2 140	234	14.4	161	34.9
W610 × 82	10 500	599	10.00	178.0	12.8	560	1 870	231	12.1	136	33.9

Chọn W610 × 92 có $W_x = 2140.10^3 \text{ mm}^3$

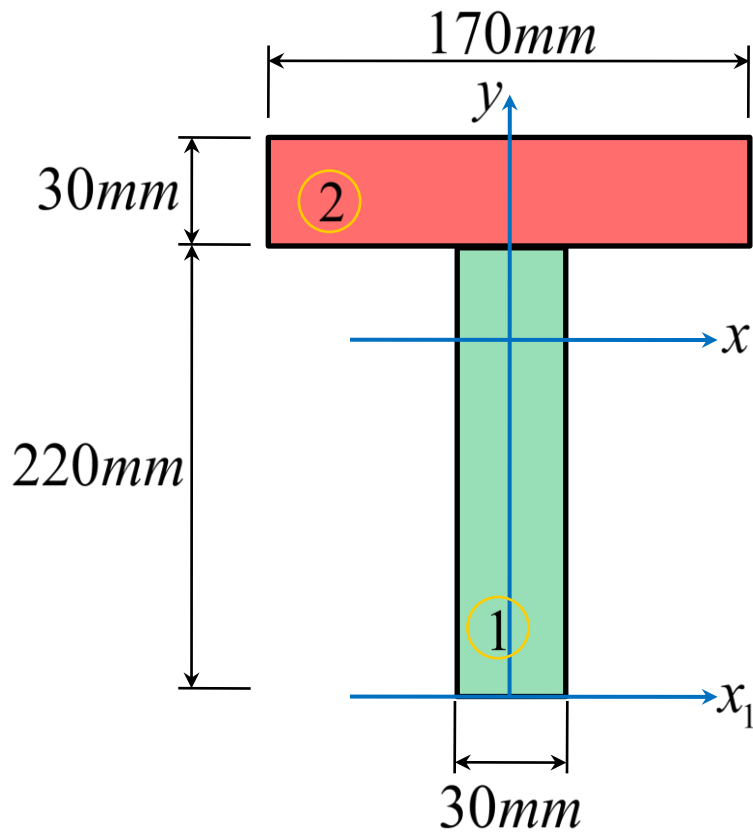
Bài tập 1: Cho dầm chịu lực như hình vẽ. Dầm làm bằng thép có ứng suất pháp cho phép $[\sigma] = 150 \text{ Mpa}$, xác định giới hạn của tải trọng P để dầm đỡ tải an toàn.





* Xét cân bằng dầm AC:

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -4P \cdot 2 + Y_C \cdot 4,5 - P \cdot 6,5 = 0 \Rightarrow Y_C = 29/9P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 4P + Y_C - P = 0 \Rightarrow Y_A = 16/9P \end{cases}$$



*** Trọng tâm hình phẳng:**

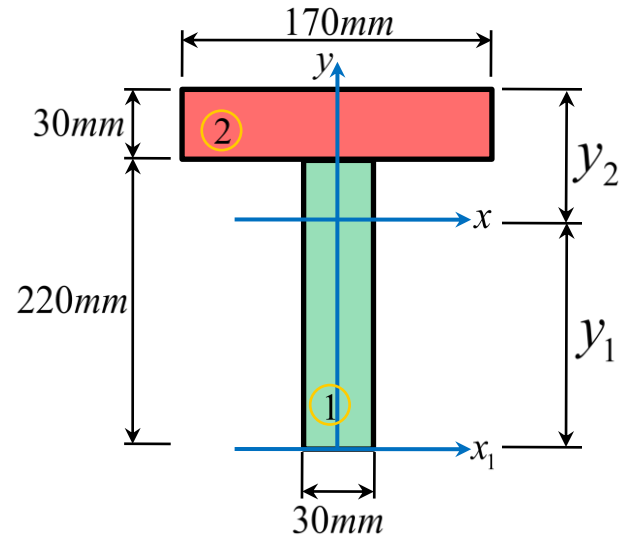
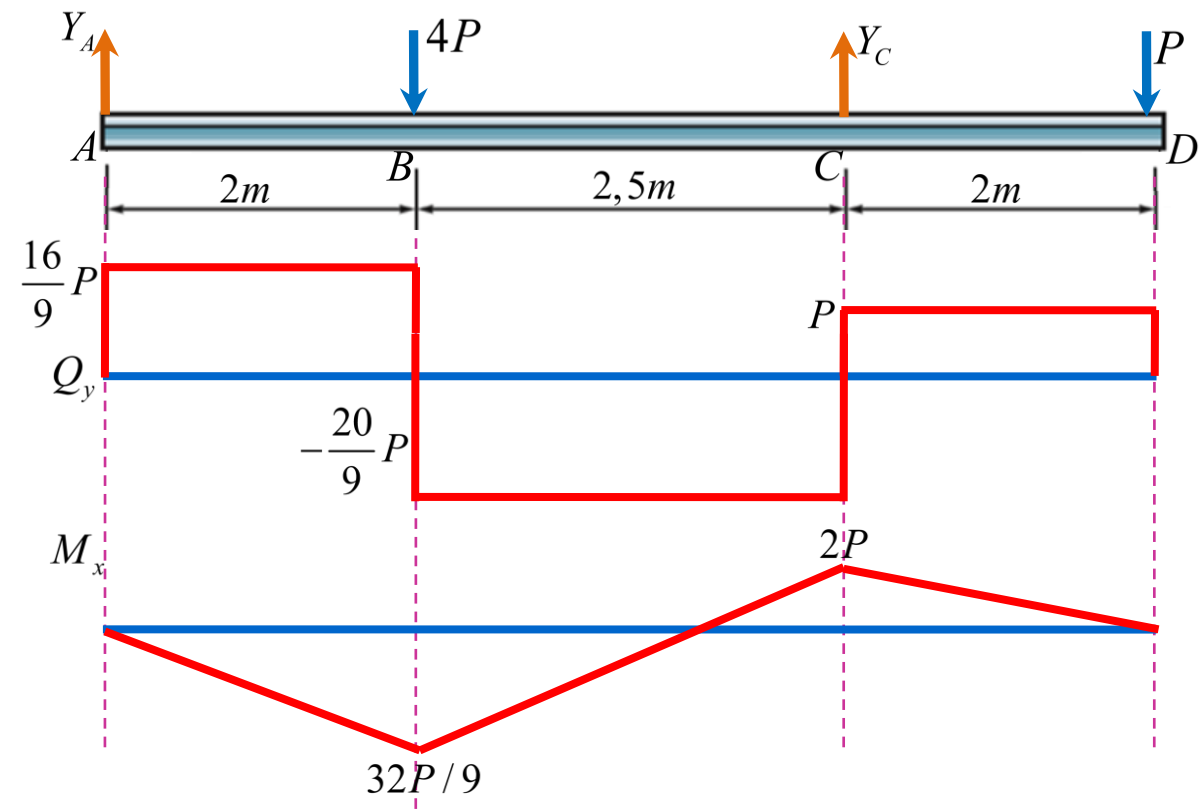
$$y_c = \frac{\sum y_{C_i} F_i}{\sum F_i} = \frac{110.30.220 + 235.170.30}{30.220 + 170.30}$$

$$\Rightarrow y_c = 164,487mm$$

*** Mômen quán tính đối với trục x :**

$$J_x = \frac{30.220^3}{12} + (164,487 - 110)^2 30.220 + \frac{170.30^3}{12} + (235 - 164,487)^2 170.30$$

$$= 71954423,08mm^4$$



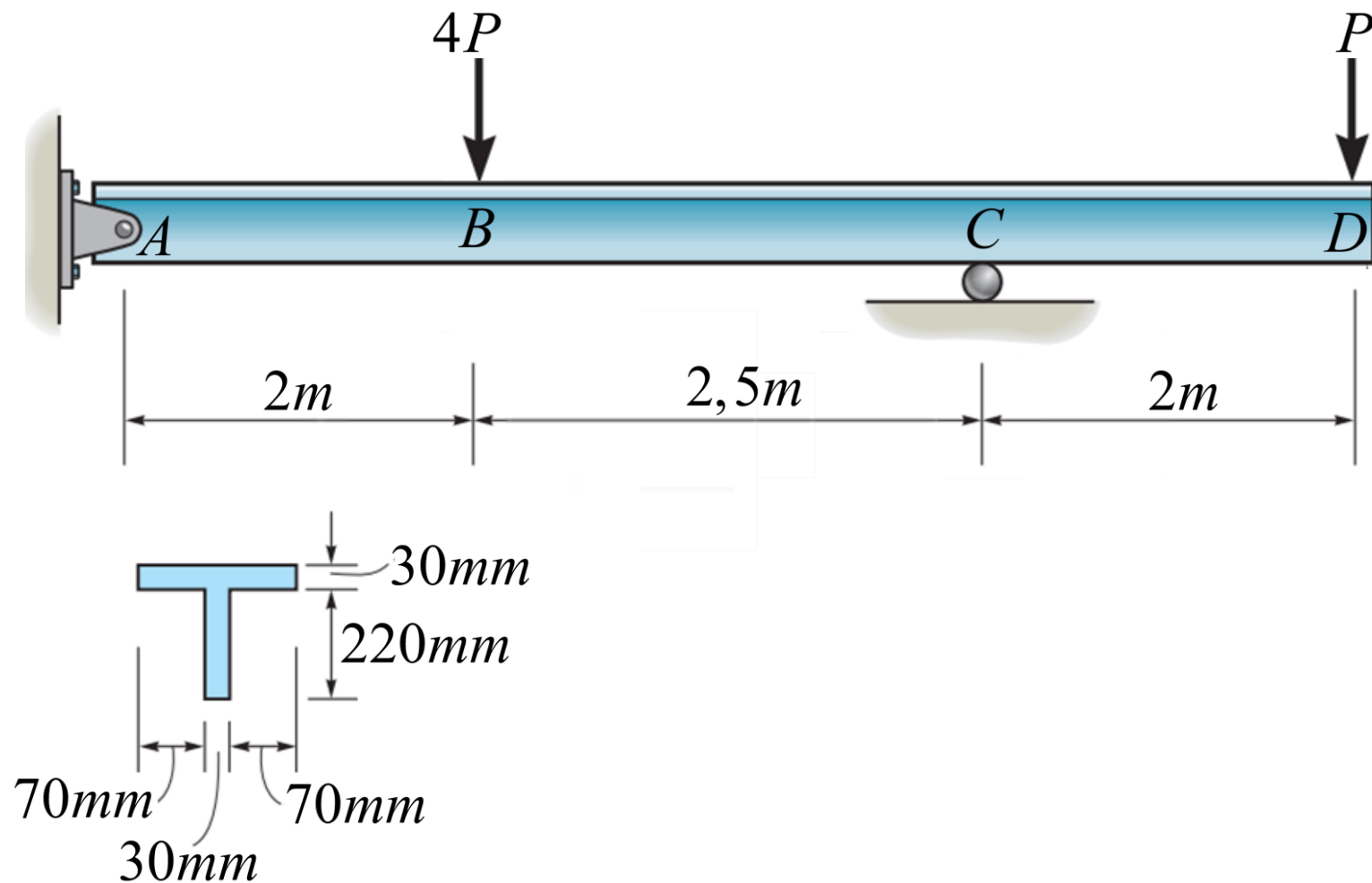
$$\begin{cases} y_C = 164,487mm \\ J_x = 71954423,08mm^4 \end{cases}$$

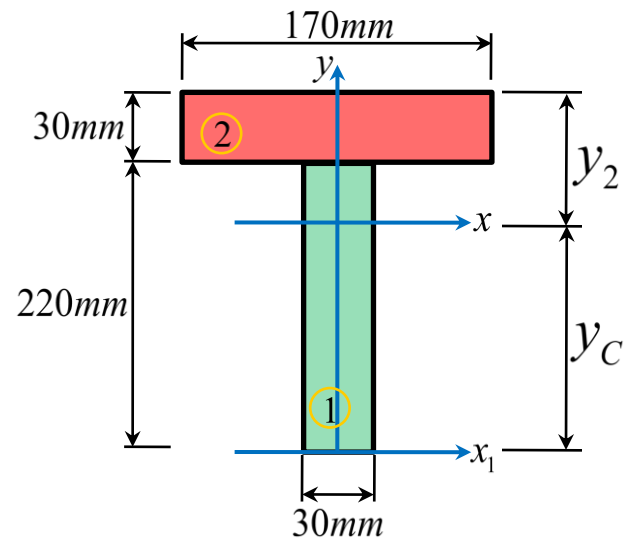
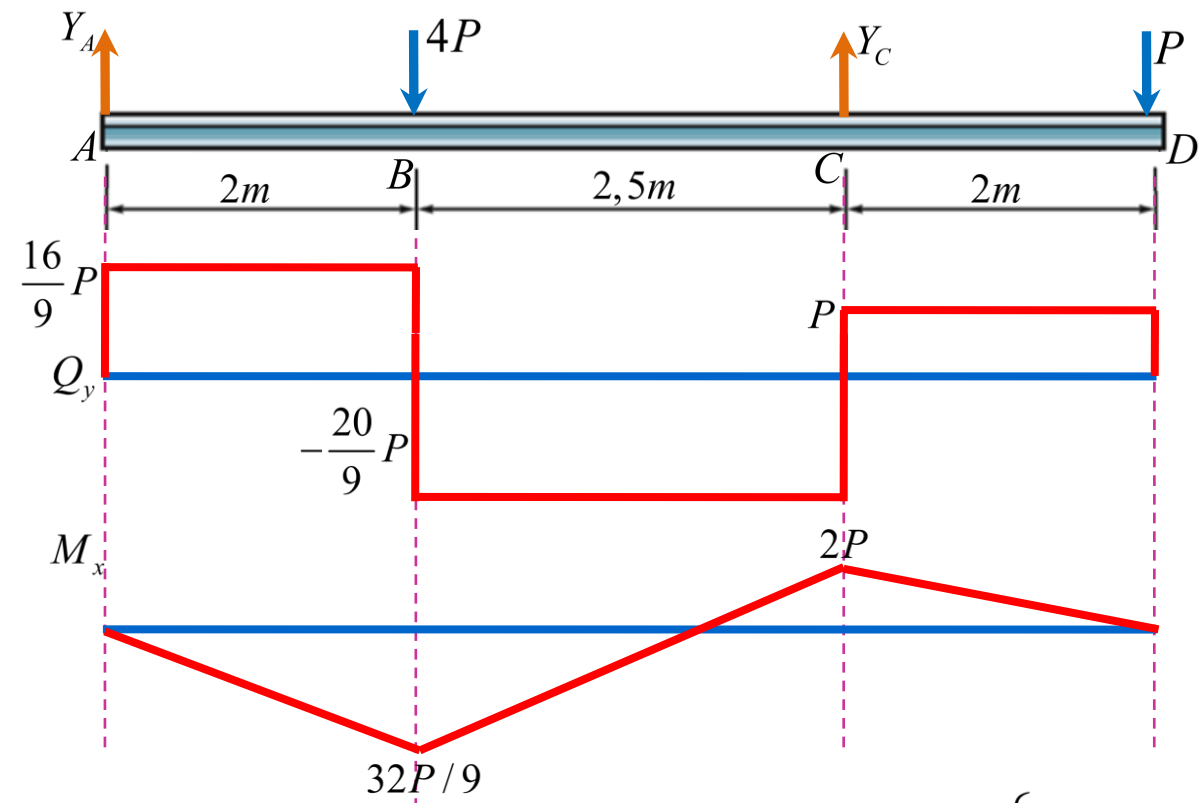
* Theo điều kiện bền ứng suất pháp:

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max} \leq [\sigma] \quad \Leftrightarrow \quad \frac{32P/9 \cdot 1000}{71954423,08} 164,487 \leq \frac{150}{1000}$$

$$\Rightarrow P \leq 18,454kN \quad \Rightarrow P_{\max} = 18,4kN$$

Bài tập 1: Cho dầm chịu lực như hình vẽ. Dầm làm bằng thép có ứng suất kéo cho phép, ứng suất nén cho phép lần lượt là $[\sigma]_k = 35 \text{ Mpa}$; $[\sigma]_n = 120 \text{ Mpa}$, xác định giới hạn của tải trọng P để dầm đỡ tải an toàn.





$$\begin{cases} y_C = 164,487mm \\ J_x = 71954423,08mm^4 \end{cases}$$

*** Theo điều kiện bền ứng suất pháp:**

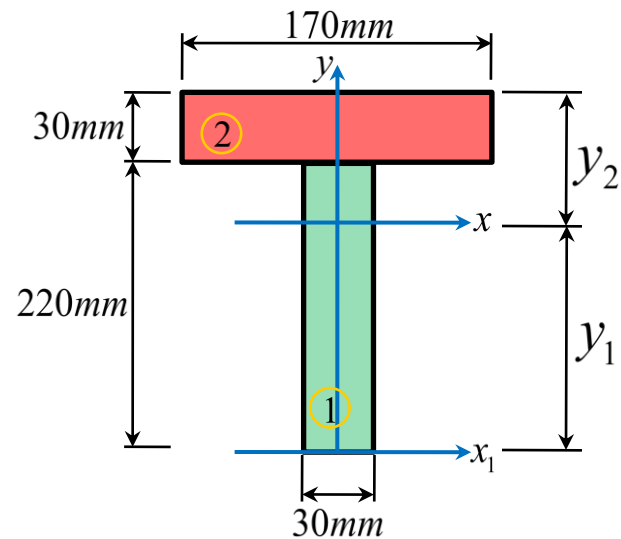
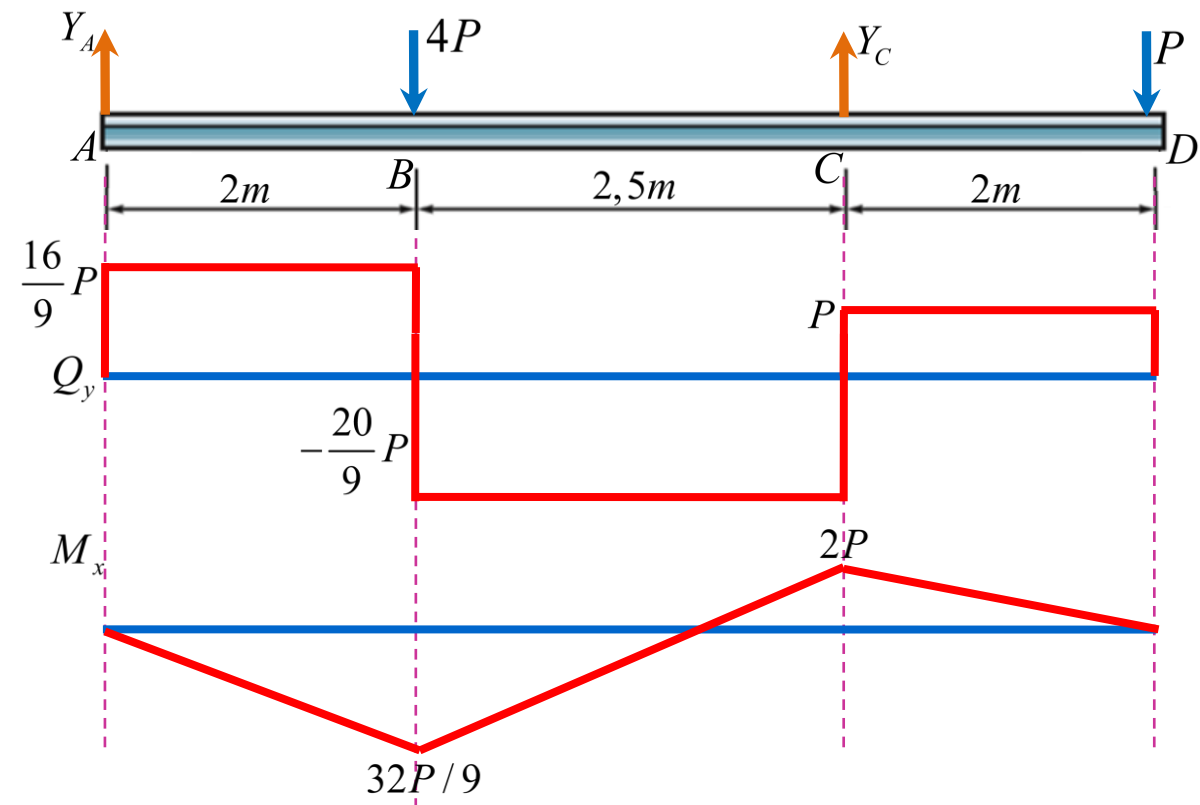
$$\begin{cases} \sigma_{\max} \leq [\sigma]_k \\ \sigma_{\min} \leq [\sigma]_n \end{cases}$$

Tại B

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = \frac{32P/9}{J_x} 164,487 \\ \sigma_{\min} = -\frac{32P/9}{J_x} (250 - 164,487) \end{cases}$$

Tại C

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = \frac{2P}{J_x} (250 - 164,487) \\ \sigma_{\min} = -\frac{2P}{J_x} 164,487 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y_C = 164,487\text{mm} \\ J_x = 71954423,08\text{mm}^4 \end{cases}$$

* Theo điều kiện bền ứng suất pháp:

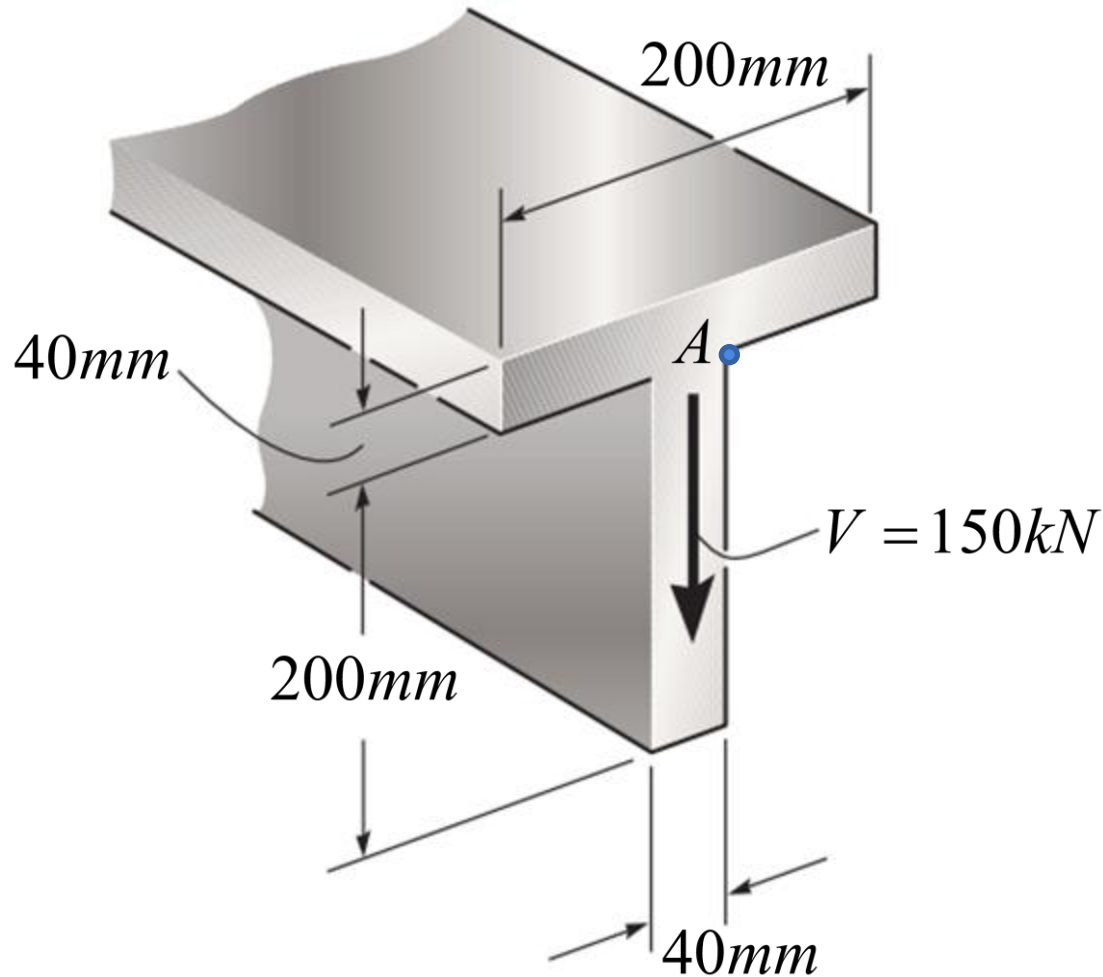
$$\begin{cases} \sigma_{\max} \leq [\sigma]_k \\ \sigma_{\min} \leq [\sigma]_n \end{cases}$$

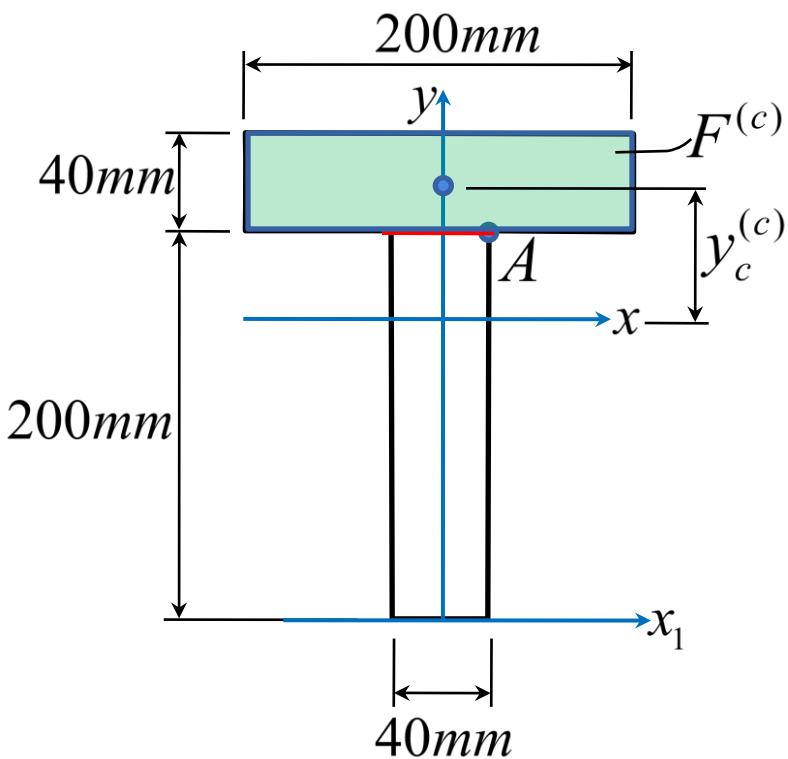
$$\begin{cases} \frac{32P/9}{71954423,08} 164,487 \leq \frac{35}{1000} \\ \frac{2P}{71954423,08} 164,487 \leq \frac{120}{1000} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P \leq 4,306\text{kN} \\ P \leq 26,246\text{kN} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{\min} = 4,3\text{kN}$$

Bài tập 1: Dầm mặt cắt chữ T chịu lực cắt $V = 150 \text{ kN}$. a) Tính ứng suất tiếp phát sinh tại điểm A thuộc bụng dầm. b) Tính ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trên mặt cắt ngang.





* **Trọng tâm hình phẳng:**

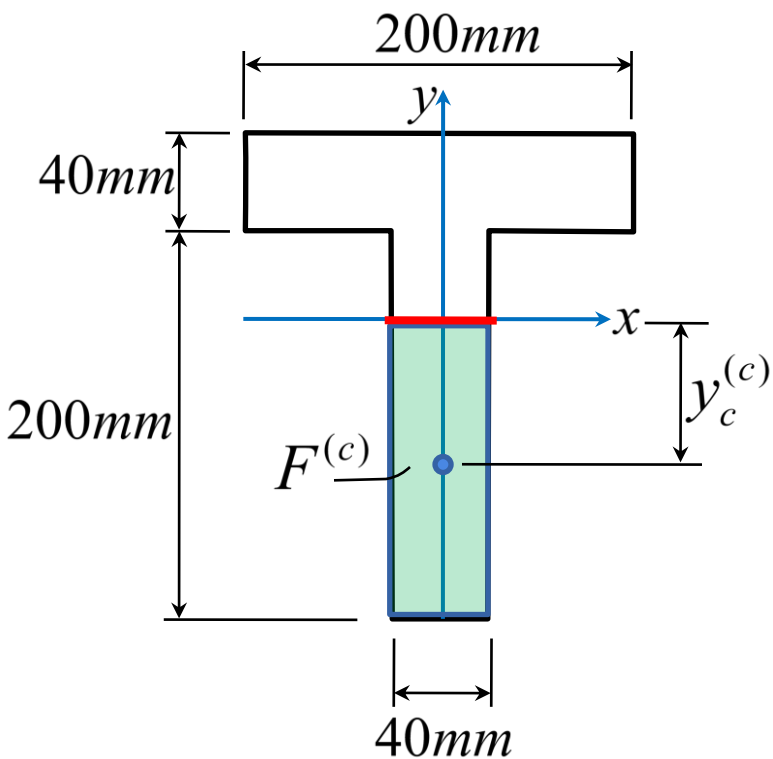
$$y_C = \frac{\sum y_{C_i} F_i}{\sum F_i} = \frac{100.40.200 + 220.200.40}{2.40.200} = 160mm$$

* **Mômen quán tính đối với trục trung hòa**

$$J_x = \frac{40.200^3}{12} + (160 - 100)^2 40.200 + \frac{200.40^3}{12} + (220 - 160)^2 40.200 = 85333333,33mm^4$$

* **Ứng suất tiếp tại điểm A:** $\tau_A = \frac{Q_y S_x^{(c)}}{J_x \cdot t}$

$$\begin{cases} Q_y = 150kN; t = 40mm; \\ S_x^{(c)} = y_c^{(c)} \cdot F^{(c)} = 60.200.40 = 480000mm^3 \end{cases} \Rightarrow \tau_A = \frac{15.48.10^4}{85333333,33.40} = 0,0021 \frac{kN}{mm^2}$$



* *Trọng tâm hình phẳng:*

$$y_c = 160mm$$

* *Mômen quán tính đối với trục trung hòa*

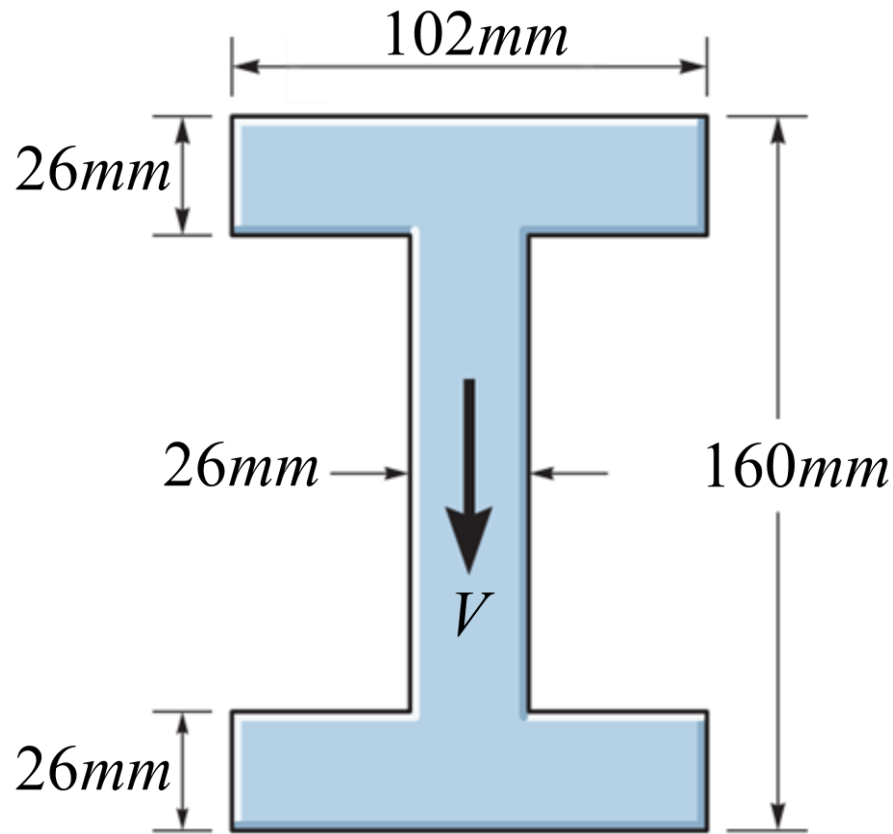
$$J_x = 85333333,33mm^4$$

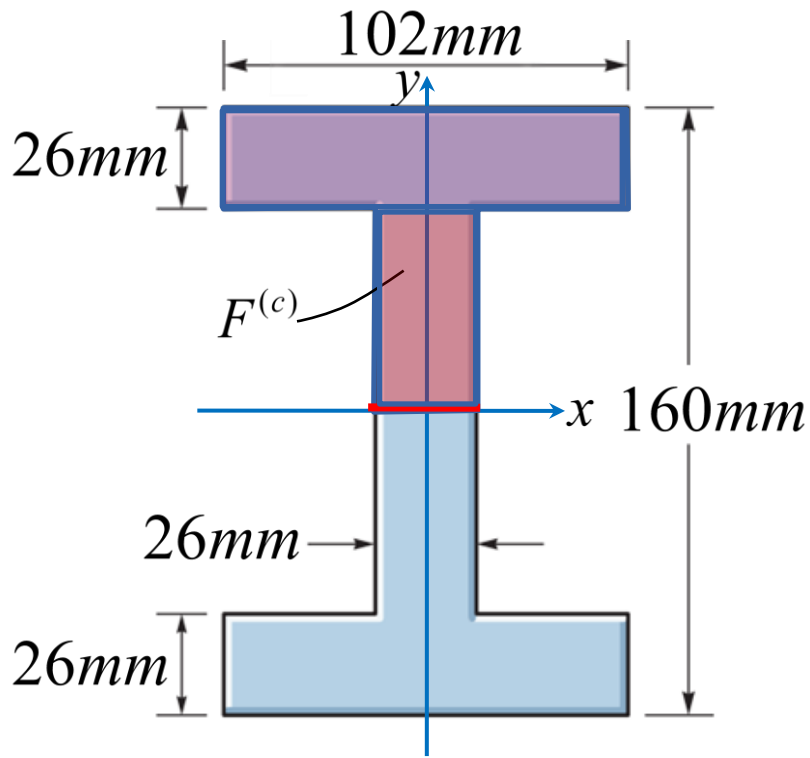
* *Ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang:* $\tau_{\max} = \frac{Q_y S_x^{(F/2)}}{J_x \cdot t}$

$$\begin{cases} Q_y = 150kN; t = 40mm; \\ S_x^{(c)} = y_c^{(c)} \cdot F^{(c)} = 80 \cdot 40 \cdot 160 = 512000mm^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tau_{\max} = \frac{15 \cdot 512000}{85333333,33 \cdot 40} = 0,00225 \frac{kN}{mm^2}$$

Bài tập 1: Dầm mặt cắt chữ *I* chịu lực cắt $V = 32 \text{ kN}$. a) Tính ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trên mặt cắt ngang. b) Xác định lực cắt bị cản bởi bụng dầm.





* Mômen quán tính đối với trục trung hòa

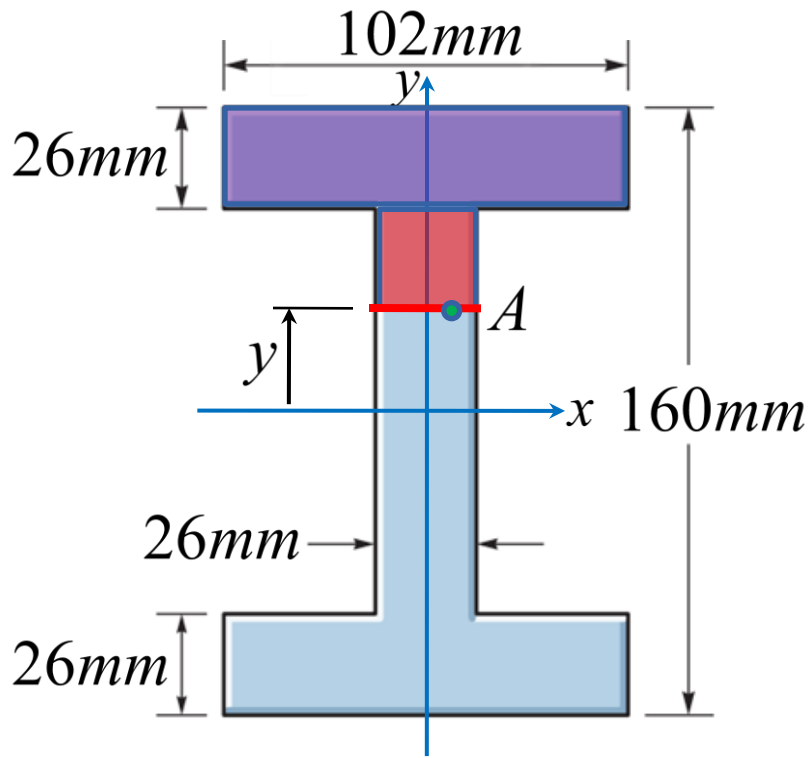
$$J_x = \frac{102 \cdot 160^3}{12} - \frac{76 \cdot 108^3}{12} = 26837824 \text{ mm}^4$$

* Ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt cắt ngang:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y S_x^{(F/2)}}{J_x \cdot t}$$

$$\begin{cases} Q_y = 32 \text{ kN}; t = 26 \text{ mm}; \\ S_x^{(c)} = \sum y_c^{(c)} \cdot F^{(c)} = 67 \cdot 102 \cdot 26 + 27 \cdot 26 \cdot 54 = 215592 \text{ mm}^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tau_{\max} = \frac{32 \cdot 215592}{26837824 \cdot 26} = 0,00988 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$$



* Mômen quán tính đối với trục trung hòa

$$J_x = 26837824 \text{ mm}^4$$

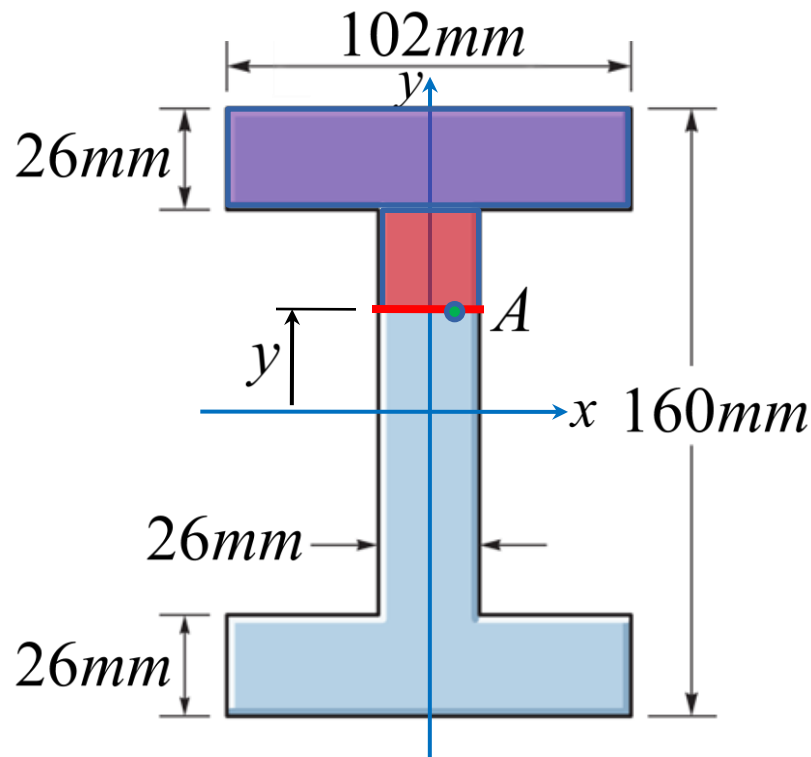
* Ứng suất tiếp tại điểm A trên bụng:

$$\tau_A = \frac{Q_y S_x^{(c)}}{J_x \cdot t}$$

$$\begin{cases} Q_y = 32 \text{ kN}; t = 26 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_x^{(c)} = \sum y_c^{(c)} \cdot F^{(c)} = 67 \cdot 102 \cdot 26 + \frac{1}{2} (y + 54) 26 (54 - y) = 215592 - 13y^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tau_A = \frac{32 \cdot (215592 - 13y^2)}{26837824 \cdot 26} = \left(-\frac{1}{1677364} y^2 + \frac{4146}{419341} \right) \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$$

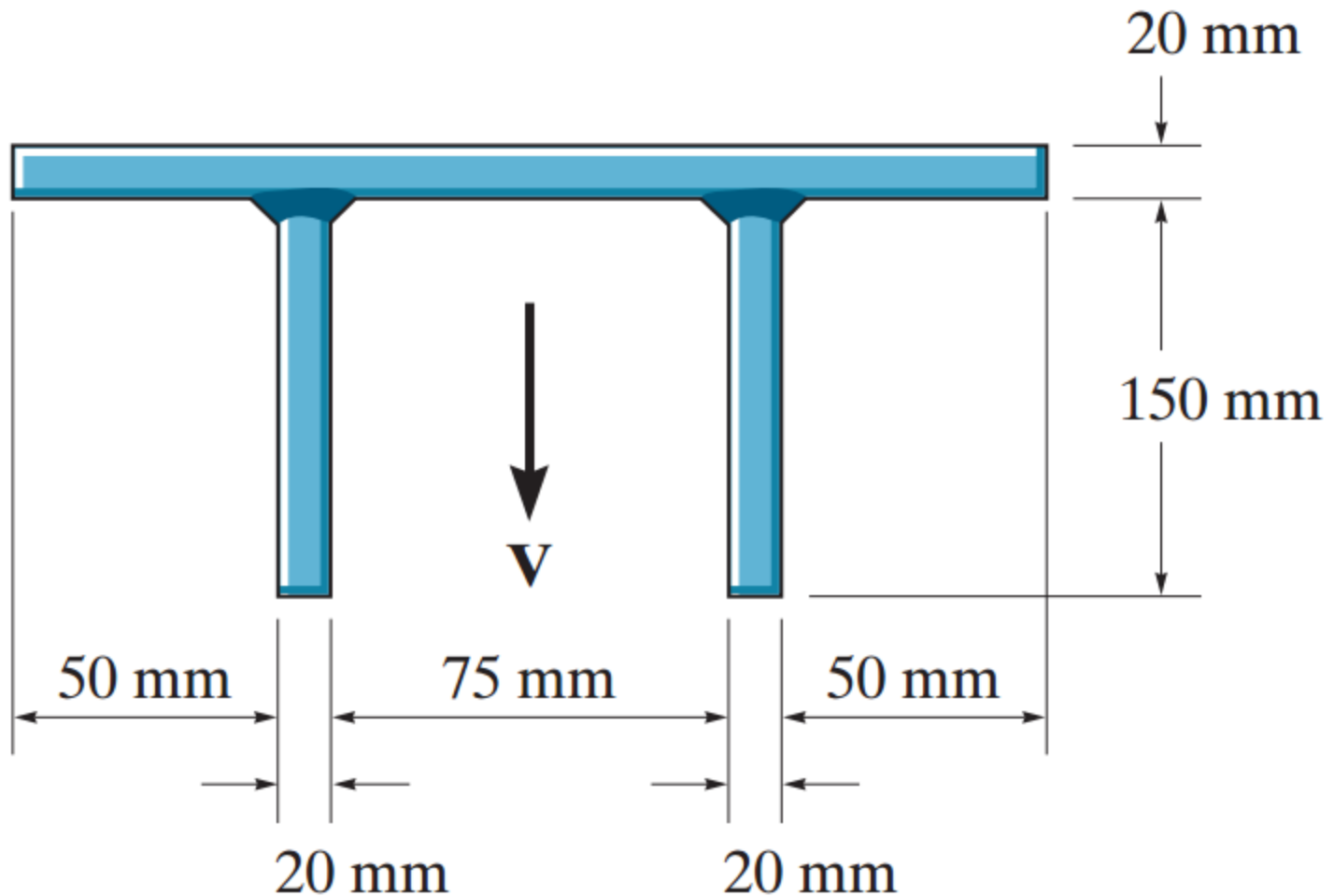


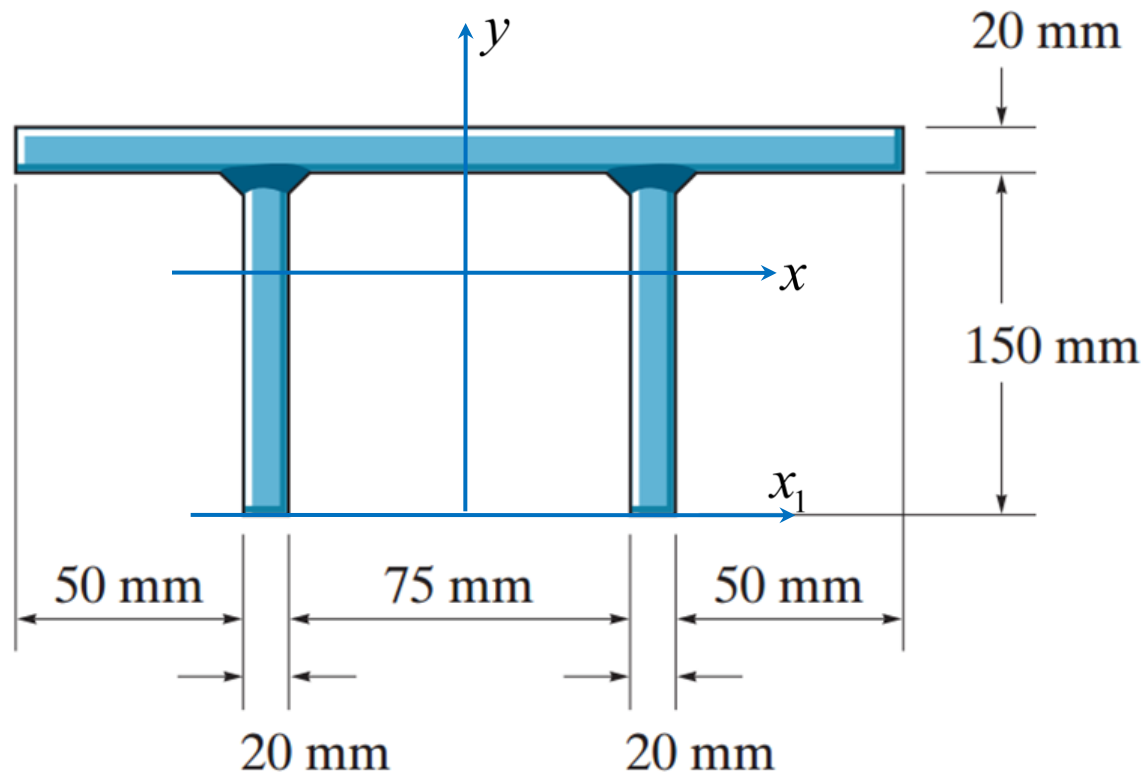
* *Ứng suất tiếp tại điểm A trên bụng:* $\tau_A = \left(-\frac{1}{1677364} y^2 + \frac{4146}{419341} \right) \frac{kN}{mm^2}$

* *Lực cắt bị cản bởi bụng:*

$$V = 2 \int_0^{54} \tau_A dF = 2 \int_0^{54} \left(-\frac{1}{1677364} y^2 + \frac{4146}{419341} \right) 26 dy = 26,135 kN$$

Bài tập 1: Dầm tổ hợp được hàn bởi ba tấm thép và chịu lực cắt $V = 80 \text{ kN}$. Xác định ứng suất tiếp phát sinh trên các mối hàn.



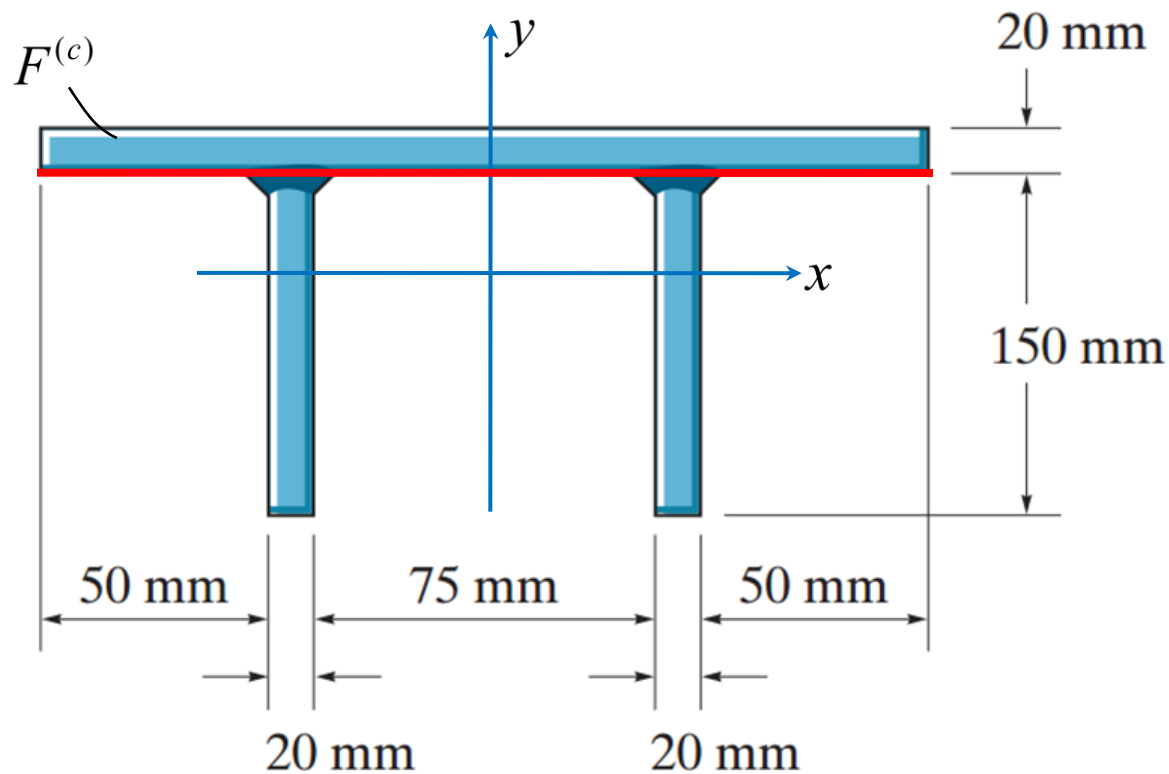


* **Trọng tâm hình phẳng:**

$$y_c = \frac{\sum y_{c_i} F_i}{\sum F_i} = \frac{2.75.20.150 + 160.215.20}{2.20.150 + 215.20} = 110,485 \text{ mm}$$

* **Mômen quán tính đối với trục trung hòa**

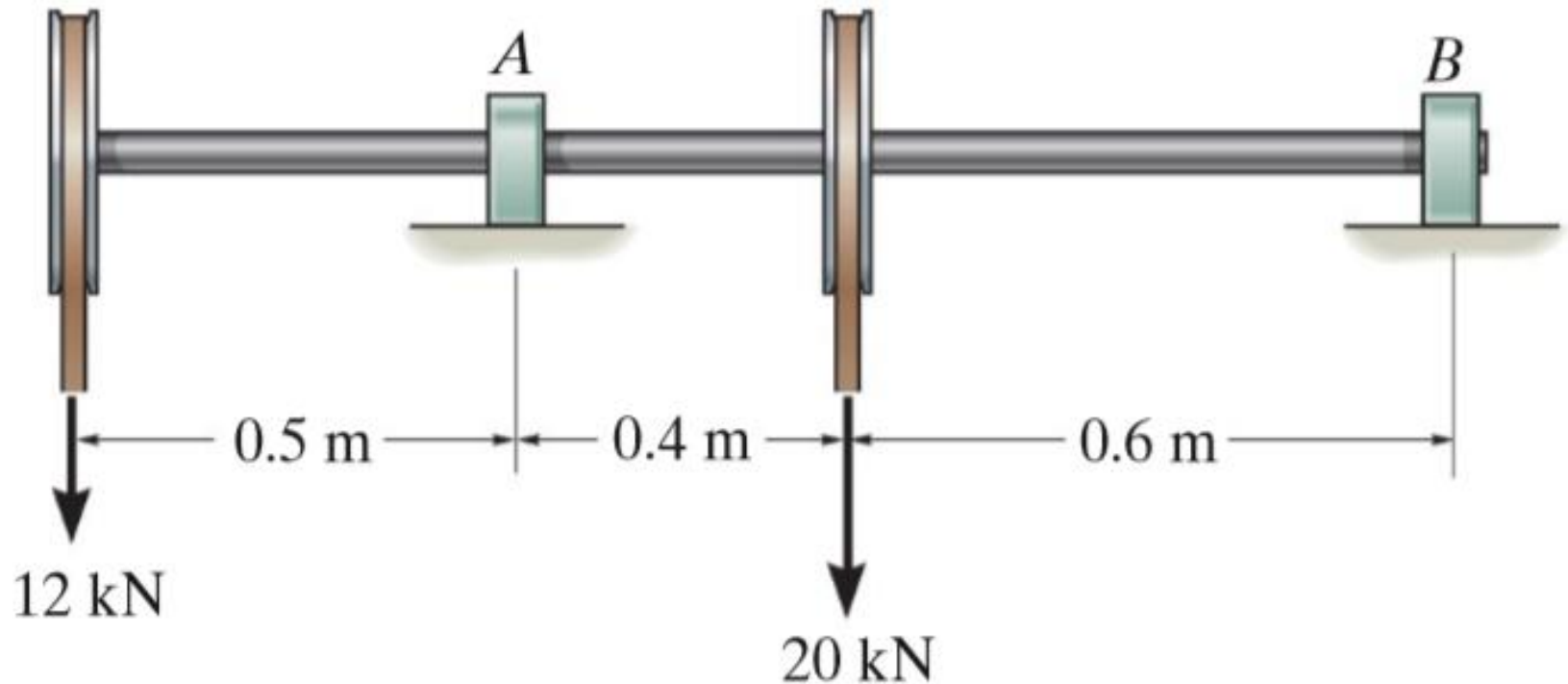
$$J_x = 2 \left[\frac{20.150^3}{12} + (110,485 - 75)^2 20.150 \right] + \frac{215.20^3}{12} + (160 - 110,485)^2 215.20 = 29490906,14 \text{ mm}^4$$

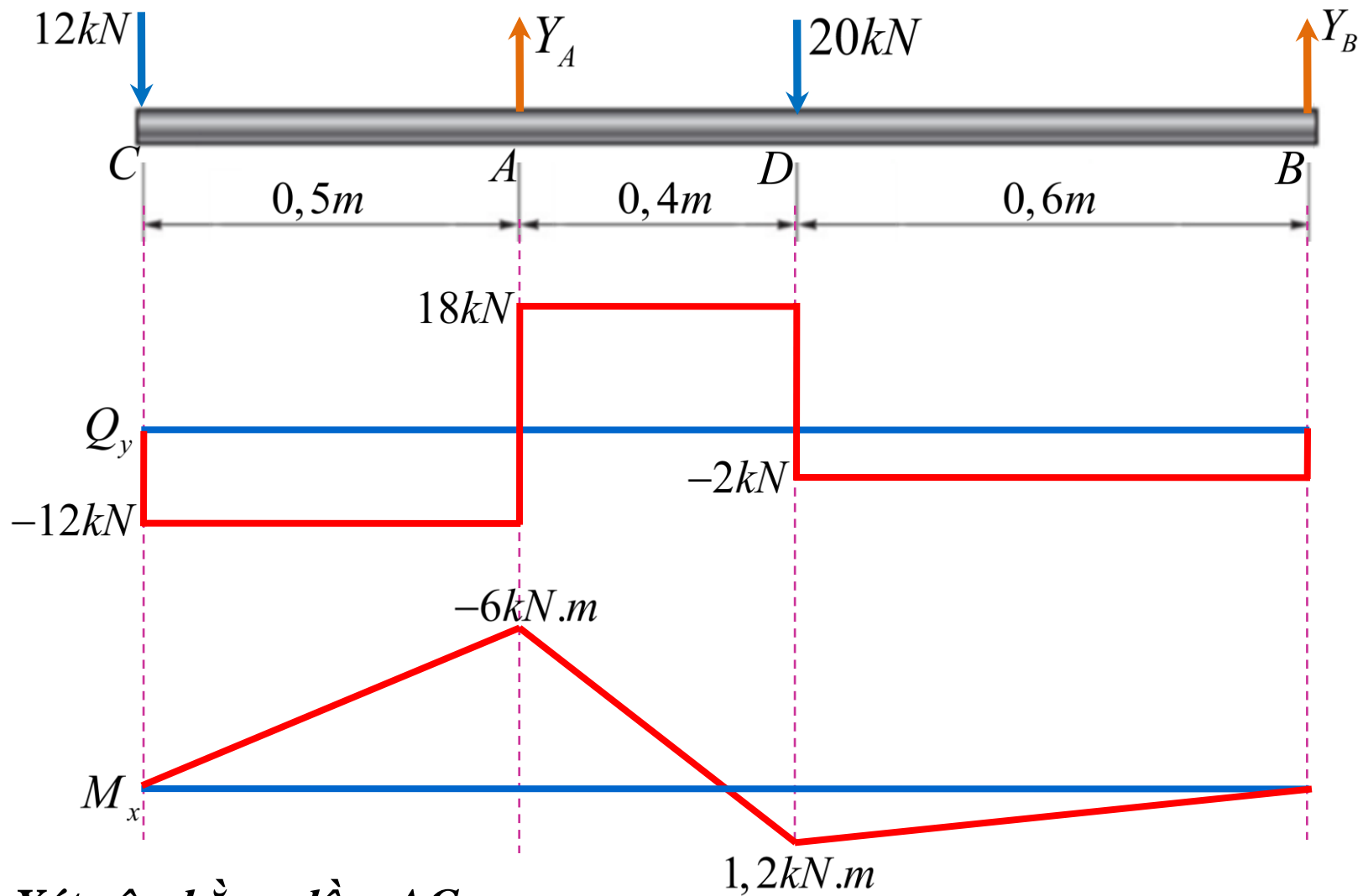


* *Ứng suất tiếp phát sinh trên mỗi hàn:*

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x^{(c)}}{J_x \cdot t} = \frac{80 \cdot (49,514 \cdot 215 \cdot 20)}{29490906,14 \cdot 40} = 0,0144 \frac{kN}{mm^2}$$

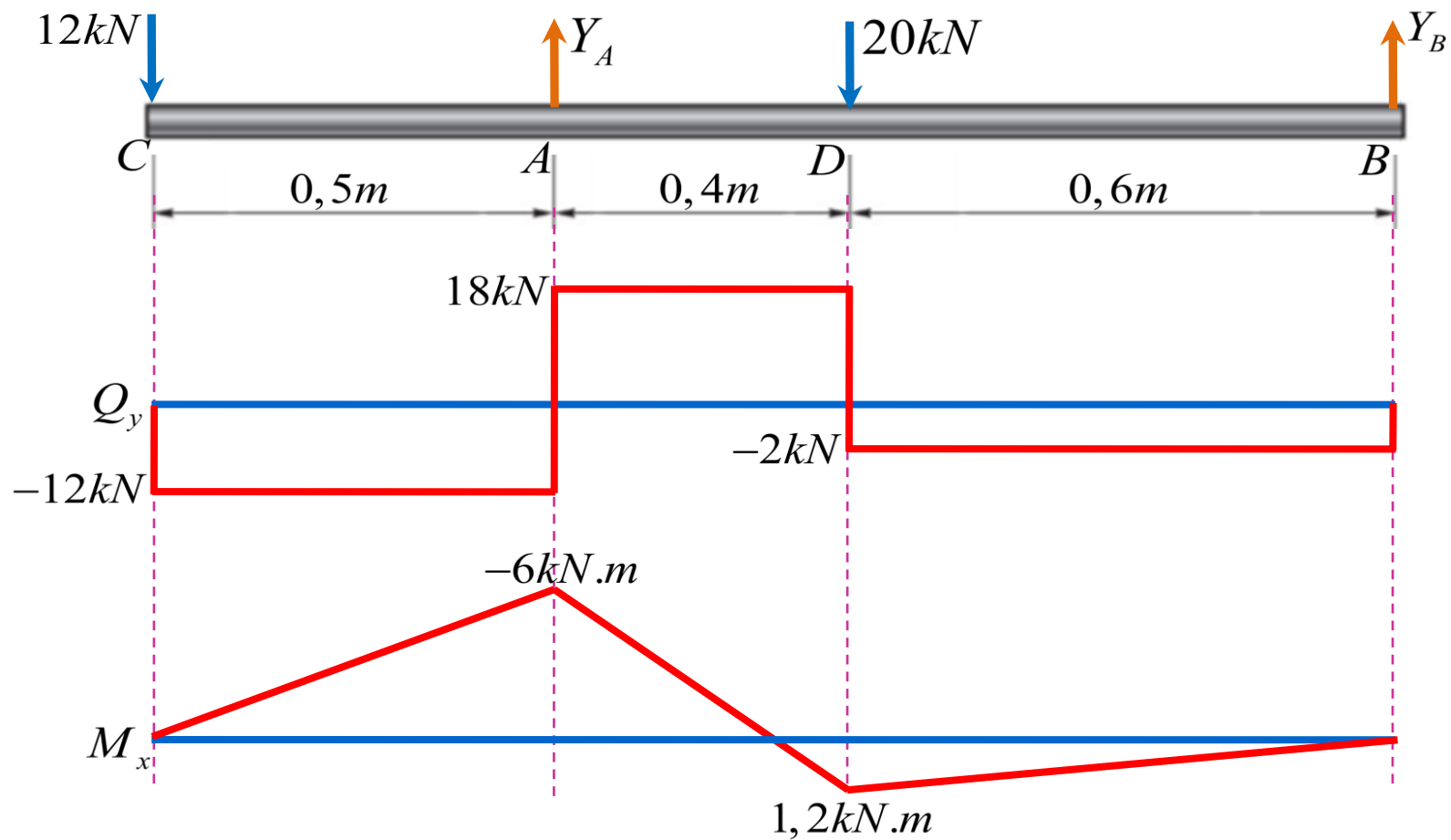
Bài tập 1: Trục tròn đặc đường kính $d = 75 \text{ mm}$ được đặt trên hai ổ lăn tại A và B. Tính ứng suất uốn lớn nhất, ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục.





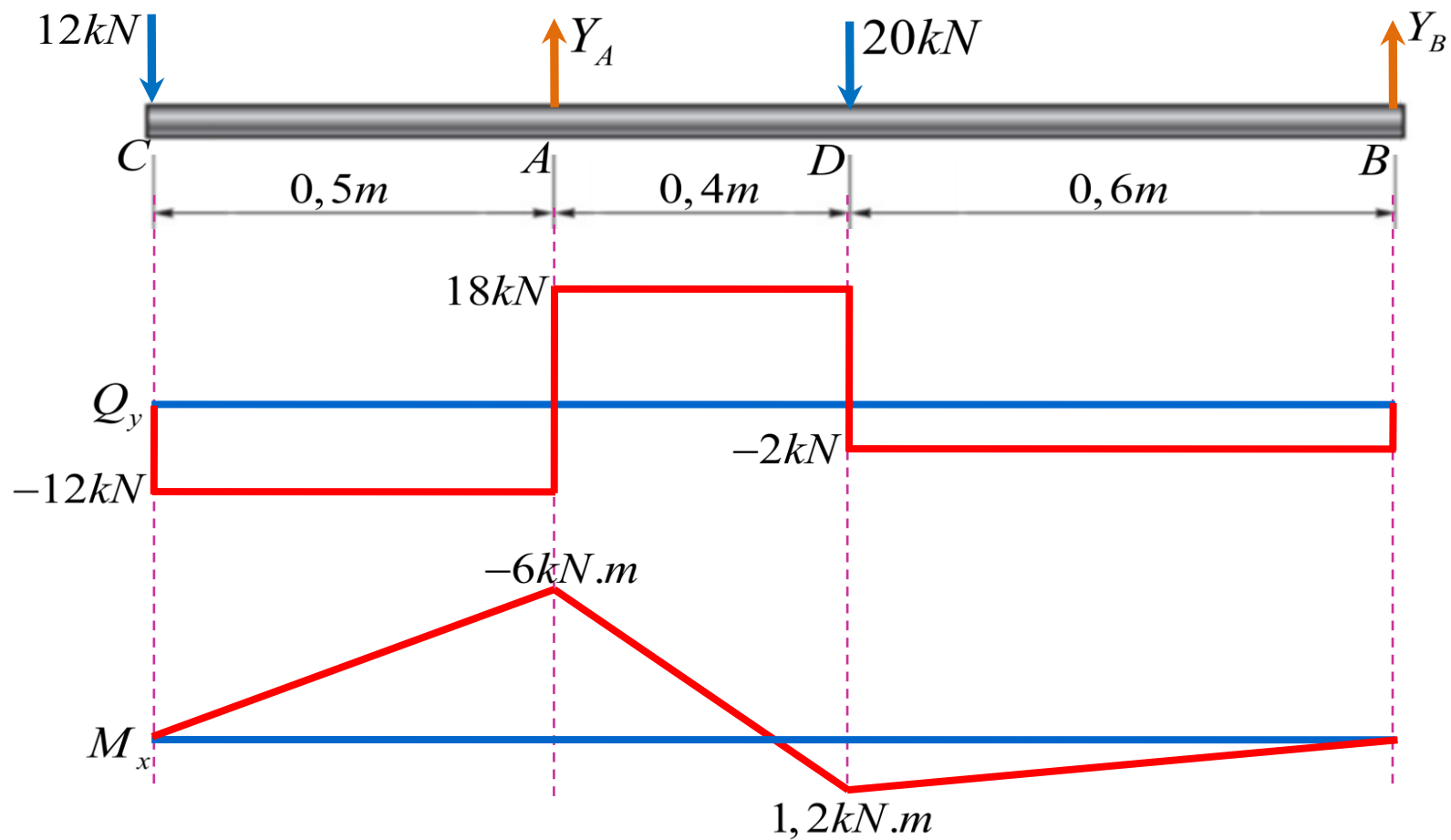
* Xét cân bằng dầm AC:

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow 12 \cdot 0,5 - 20 \cdot 0,4 + Y_B \cdot 1 = 0 \Rightarrow Y_B = 2kN \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow -12 + Y_A - 20 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_A = 30kN \end{cases}$$



* *Ứng suất uốn lớn nhất phát sinh trong trục:*

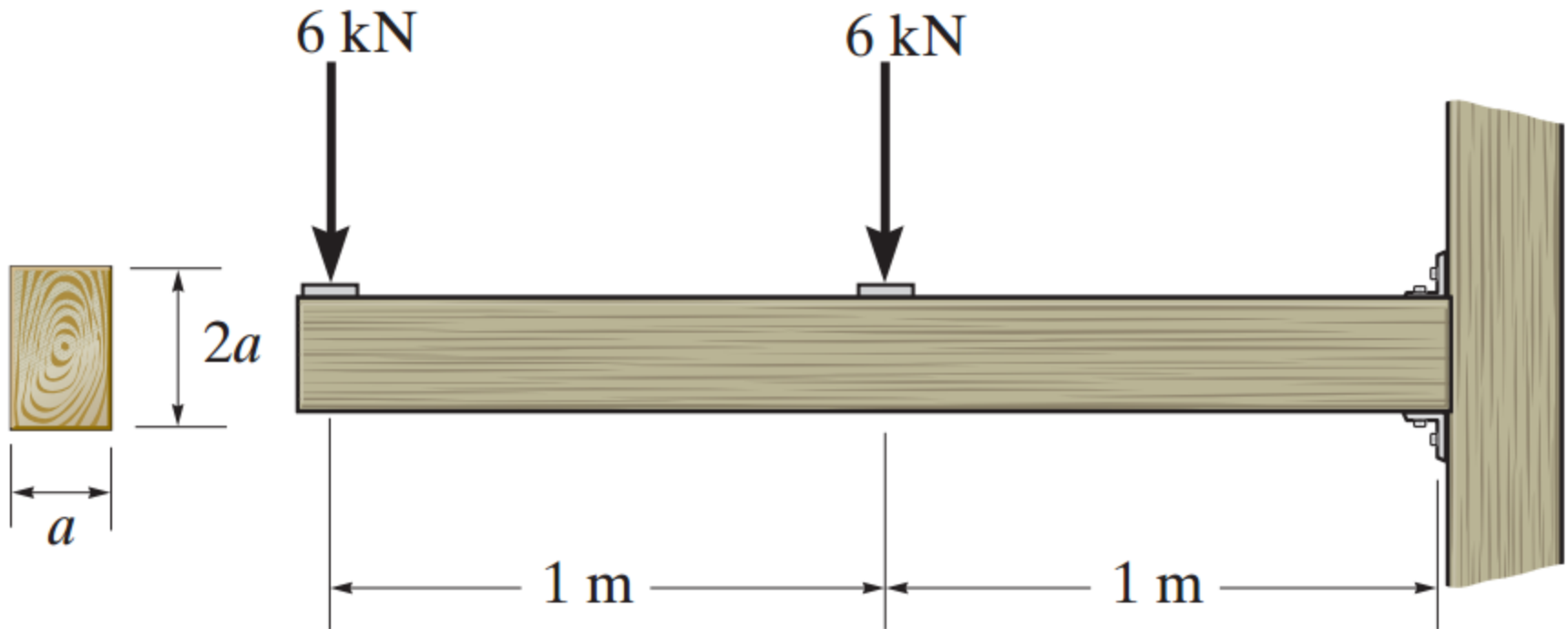
$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max} = \frac{6000}{\frac{\pi}{64} 75^4} \frac{75}{2} = 0,1448 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$$

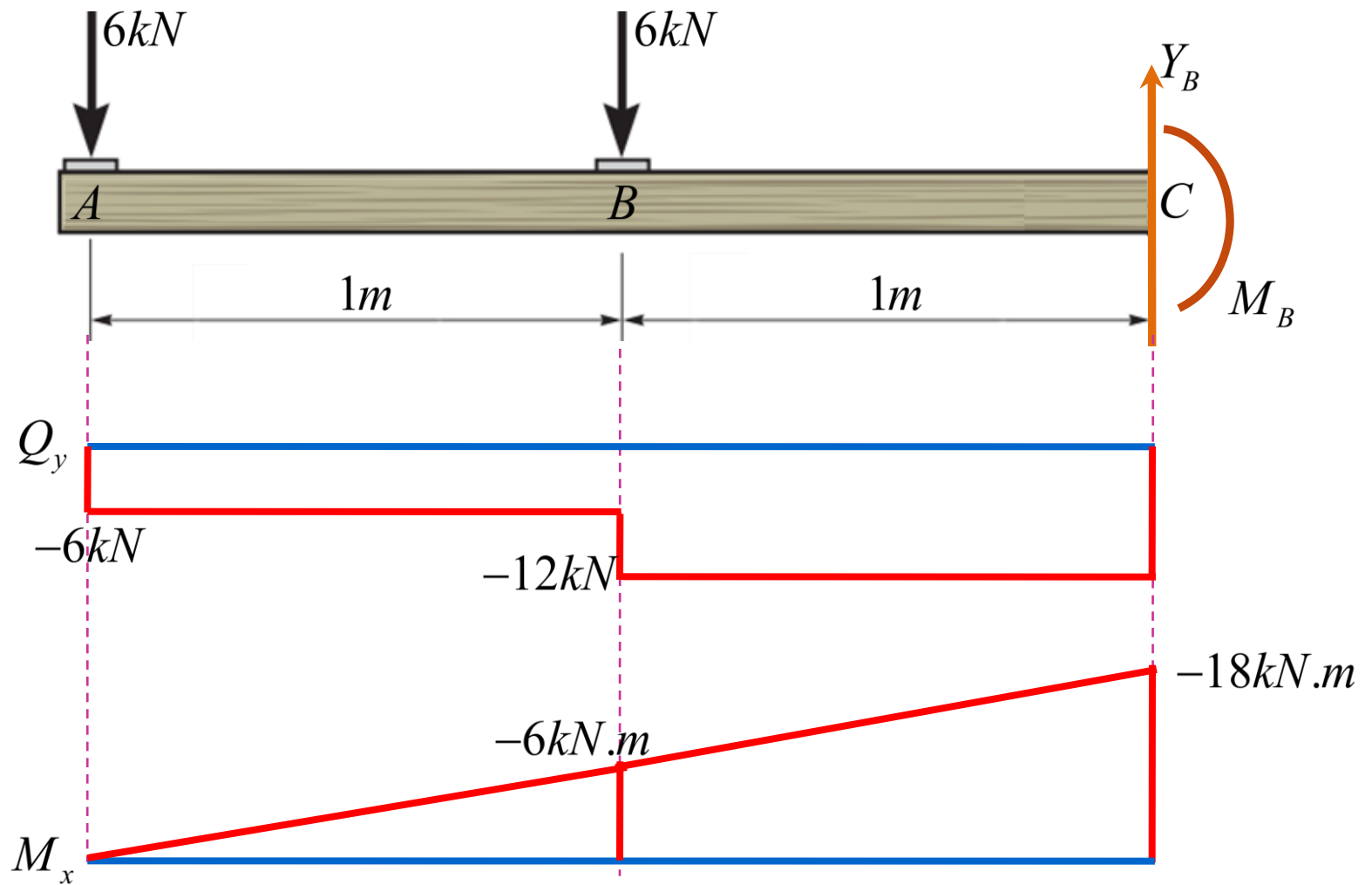


* *Ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong trục:*

$$|\tau|_{\max} = \frac{4}{3} \frac{|Q_y|_{\max}}{F} = \frac{4}{3} \frac{18}{\frac{\pi}{2} 75^2} = 0,002716 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$$

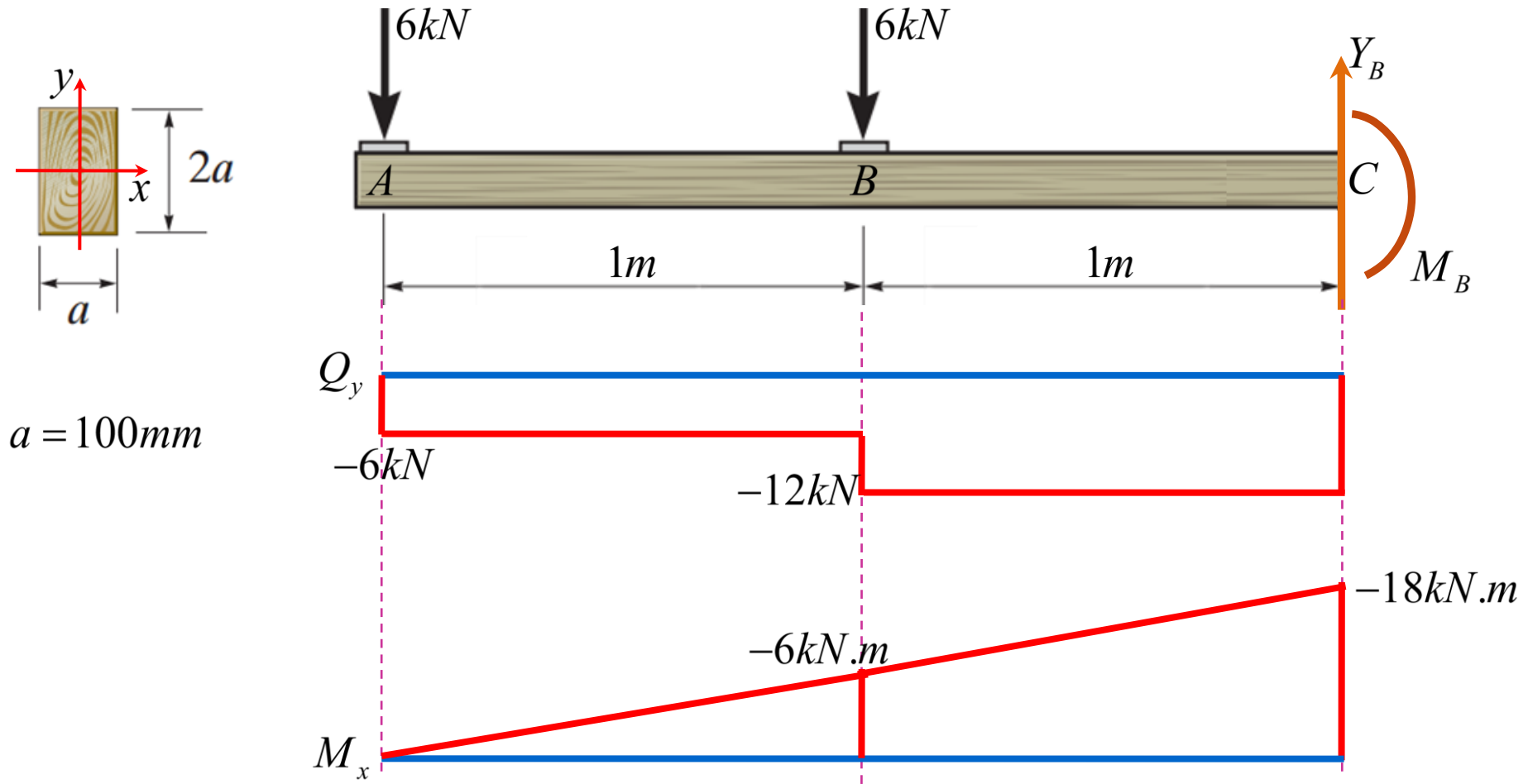
Bài tập 1: Dầm mặt cắt ngang hình chữ nhật, liên kết và chịu lực như hình vẽ. Nếu $a = 100 \text{ mm}$, tính ứng suất uốn lớn nhất và ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong dầm.





* Xét cân bằng dầm AC:

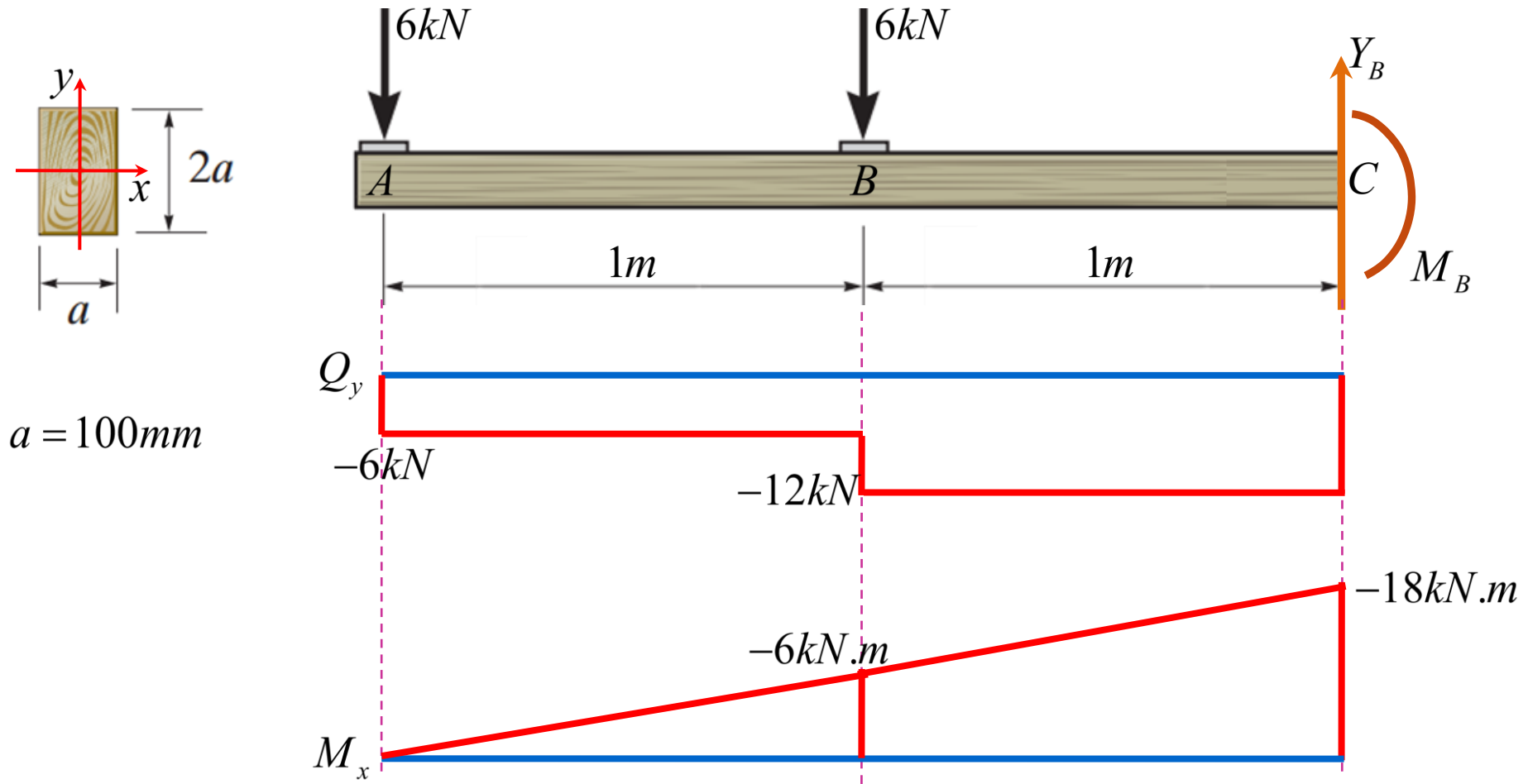
$$\begin{cases} \sum M_C = 0 \Rightarrow 6 \cdot 2 + 6 \cdot 1 - M_C = 0 \Rightarrow M_C = 18 \text{ kN.m} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow -12 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_B = 12 \text{ kN} \end{cases}$$



$a = 100mm$

* Ứng suất uốn lớn nhất phát sinh trong dầm:

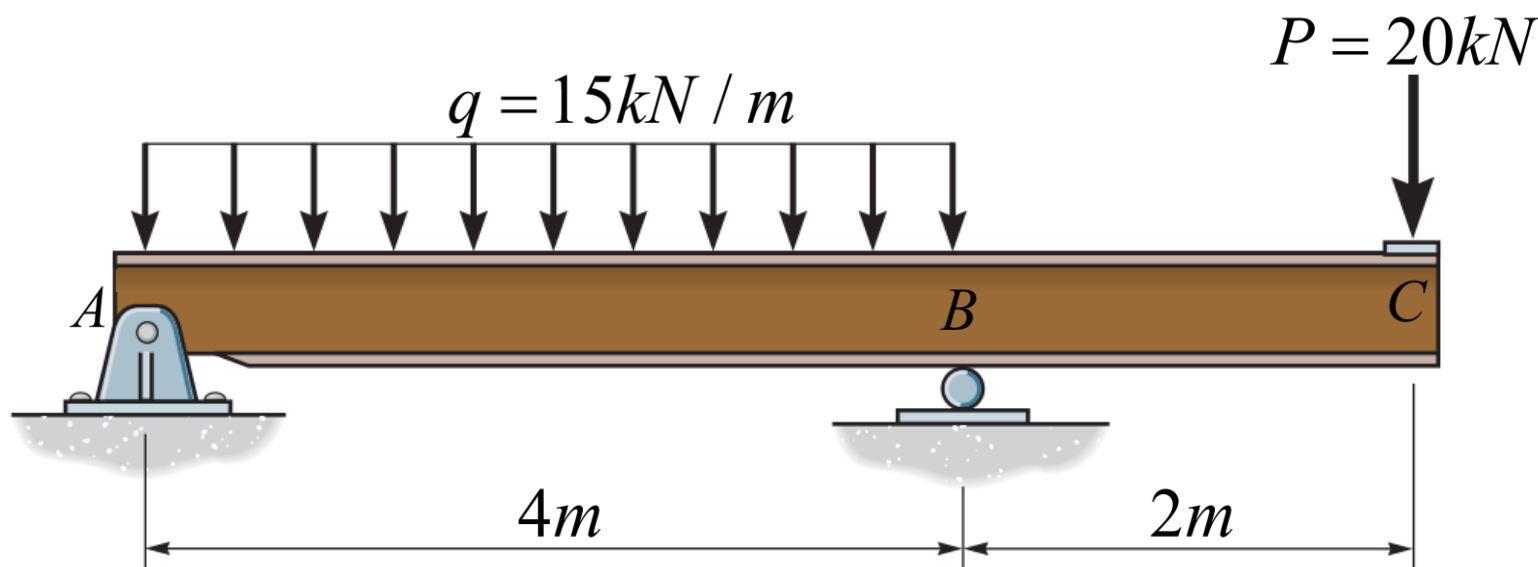
$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max} = \frac{18.1000}{\frac{100.200^3}{12}} 100 = 0,027kN / mm^2$$



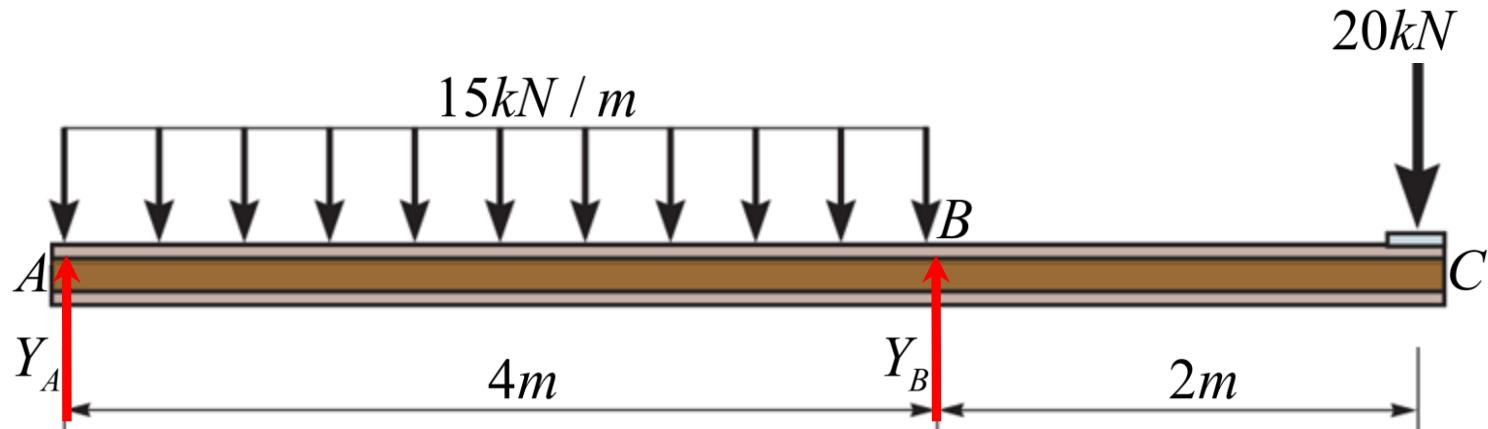
* *Ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong dầm:*

$$|\tau|_{\max} = 1,5 \frac{|Q_y|_{\max}}{F} = 1,5 \frac{12}{100.200} = 0,0009 kN / mm^2$$

Bài tập 1: Dầm mặt cắt ngang hình chữ I có liên kết và chịu lực như hình vẽ. Dầm làm bằng thép có $[\sigma] = 150 \text{ Mpa}$; $[\tau] = 75 \text{ Mpa}$.
a) Chọn số hiệu mặt cắt ngang dầm W310 có trọng lượng nhẹ nhất.
b) Kiểm tra bền dầm theo điều kiện bền ứng suất tiếp.

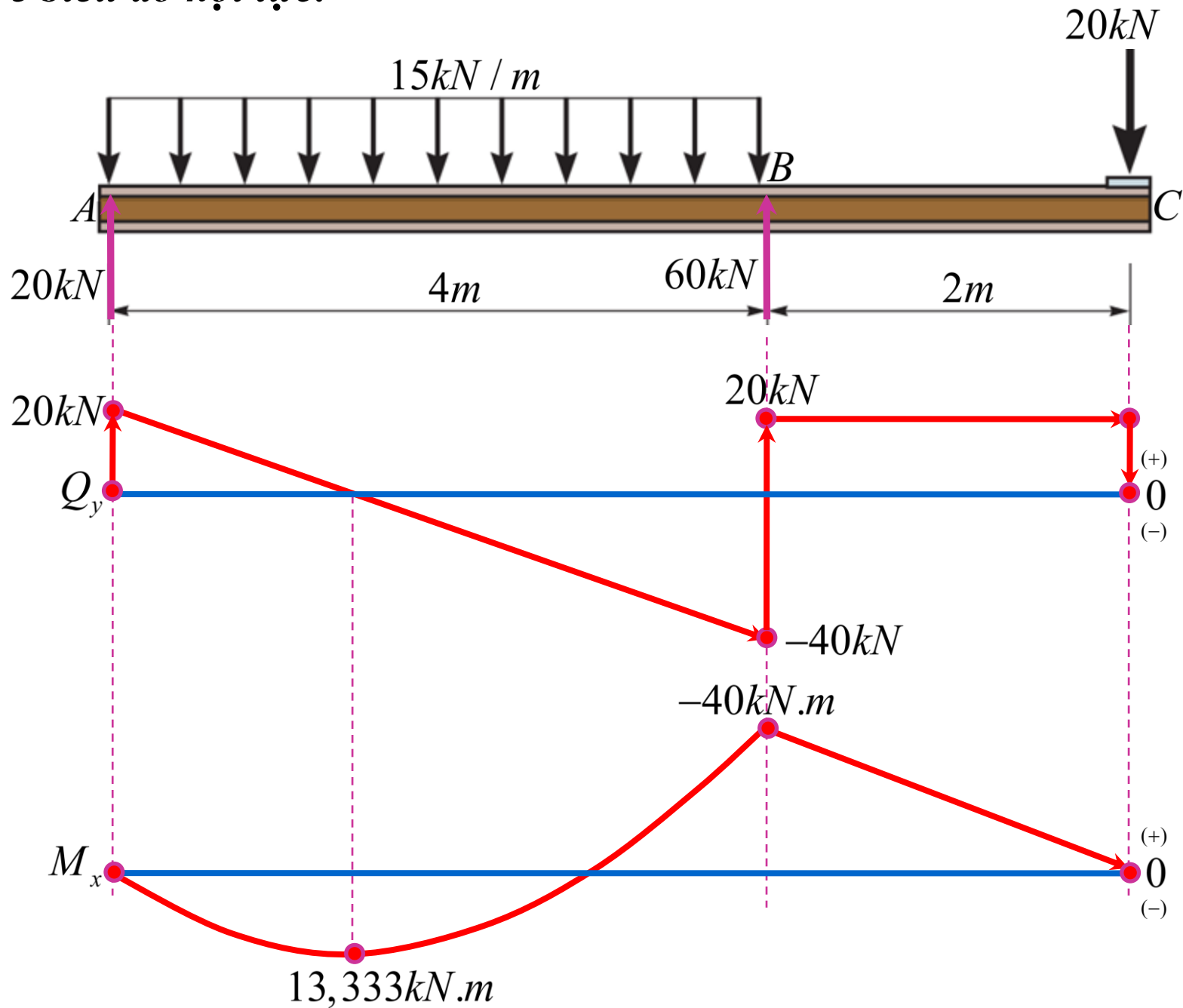


* Xét cân bằng dầm AC:



$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -15 \cdot 4 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 - 20 \cdot 6 = 0 \Rightarrow Y_B = 60\text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 15 \cdot 4 + Y_C - 20 = 0 \Rightarrow Y_A = 20\text{ kN} \end{cases}$$

* *Vẽ biểu đồ nội lực:*



* Theo điều kiện bền ứng suất pháp:
$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

$$\Leftrightarrow \frac{40.1000}{W_x} \leq \frac{150}{1000} \Rightarrow W_x \geq 266,666.10^3 \text{ mm}^3$$

Designation	Area A	Depth d	Web thickness t _w	Flange		x-x axis			y-y axis		
				width b _f	thickness t _f	I	S	r	I	S	r
mm × kg/m	mm ²	mm	mm	mm	mm	10 ⁶ mm ⁴	10 ³ mm ³	mm	10 ⁶ mm ⁴	10 ³ mm ³	mm
W310 × 129	16 500	318	13.10	308.0	20.6	308	1940	137	100	649	77.8
W310 × 74	9 480	310	9.40	205.0	16.3	165	1060	132	23.4	228	49.7
W310 × 67	8 530	306	8.51	204.0	14.6	145	948	130	20.7	203	49.3
W310 × 39	4 930	310	5.84	165.0	9.7	84.8	547	131	7.23	87.6	38.3
W310 × 33	4 180	313	6.60	102.0	10.8	65.0	415	125	1.92	37.6	21.4
W310 × 24	3 040	305	5.59	101.0	6.7	42.8	281	119	1.16	23.0	19.5
W310 × 21	2 680	303	5.08	101.0	5.7	37.0	244	117	0.986	19.5	19.2

Chọn W310 × 24 có: $d = 305\text{mm}; t_w = 5,59\text{mm}; b_f = 101\text{mm};$

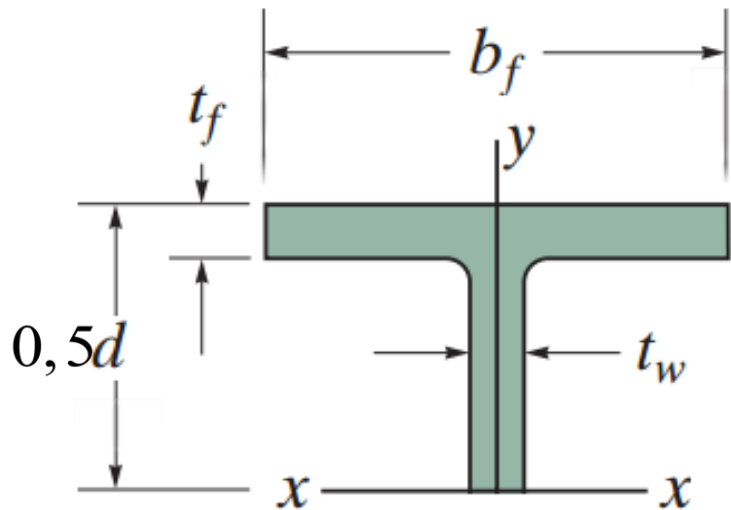
$$t_f = 6,7; J_x = 42,8.10^6 \text{ mm}^4; W_x = 281.10^3 \text{ mm}^3$$

W310 × 24 có:

$$d = 305\text{mm}; t_w = 5,59\text{mm}; b_f = 101\text{mm};$$

$$t_f = 6,7; J_x = 42,8.10^6 \text{ mm}^4; W_x = 281.10^3 \text{ mm}^3$$

**** Ứng suất tiếp lớn nhất phát sinh trong dầm:***

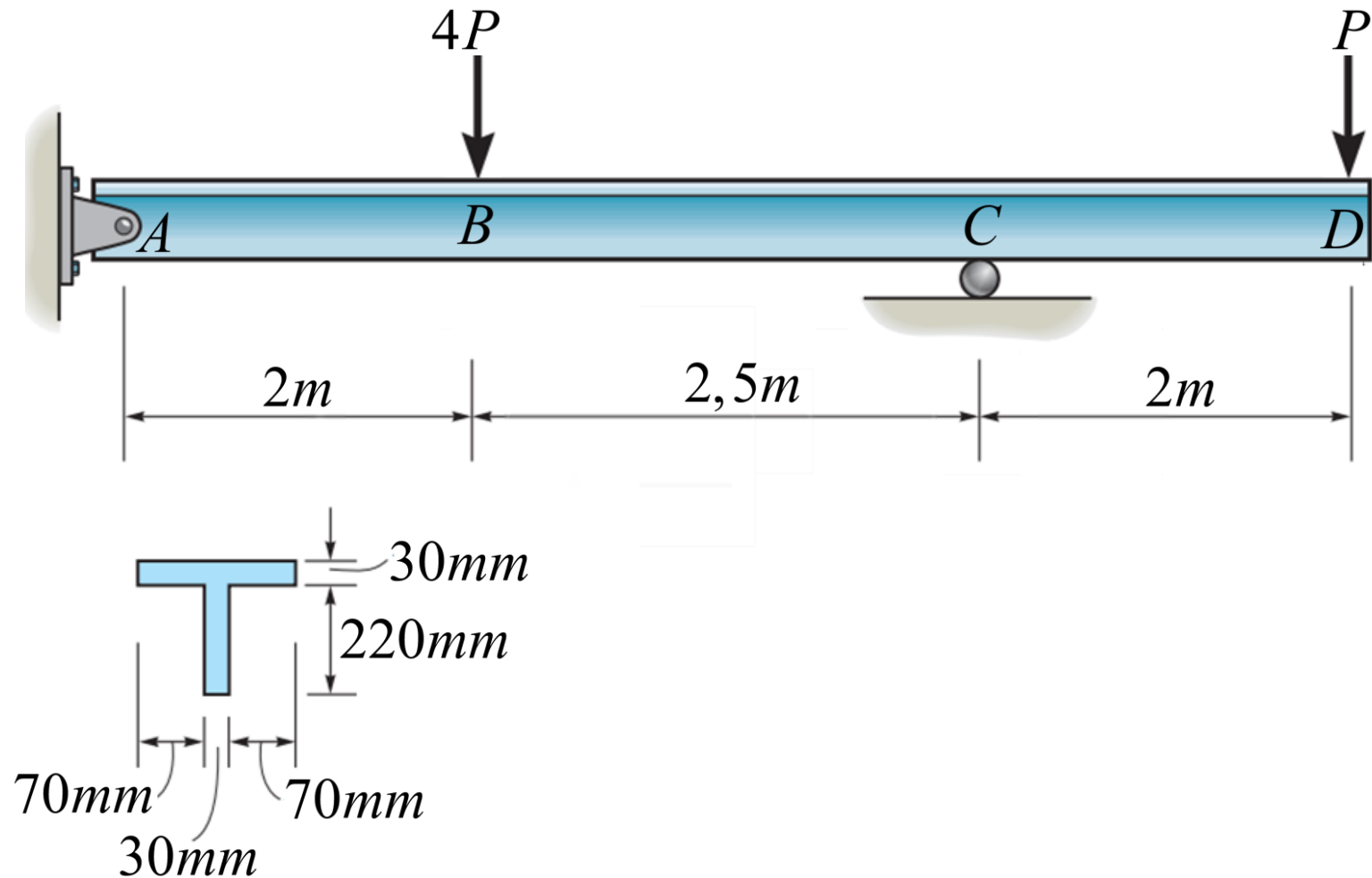


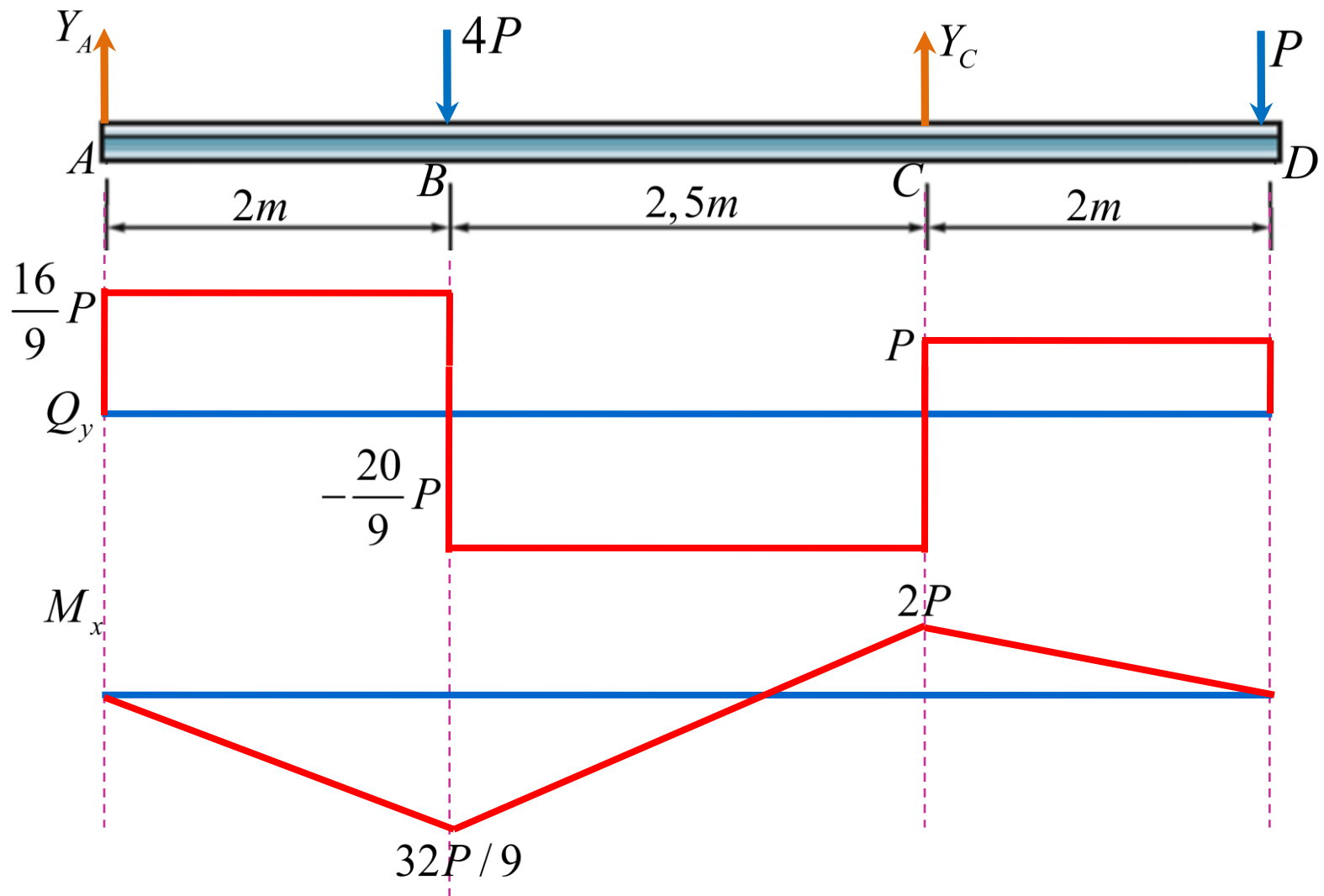
$$S_x = \left(\frac{1}{2} 305 - \frac{1}{2} 6,7 \right) 101 \cdot 6,7 + \frac{\left(\frac{1}{2} 305 - 6,7 \right)^2}{2} 5,59 = 160344,9088 \text{ mm}^3$$

Thỏa điều kiện bền ứng suất tiếp

$$|\tau|_{\max} = \frac{|Q_y|_{\max} S_x^{(F/2)}}{J_x \cdot t} = \frac{40 \cdot 160344,9088}{42,8 \cdot 10^6 \cdot 5,59} = 0,0268 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} < [\tau] = \frac{75}{1000} \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$$

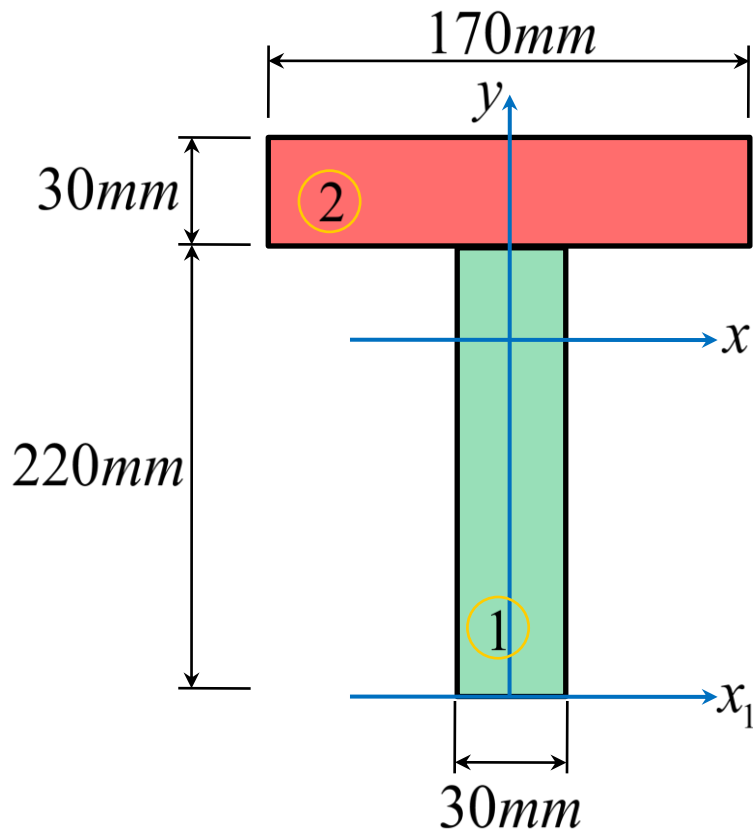
Bài tập 1: Cho dầm chịu lực như hình vẽ. Dầm làm bằng thép có $[\sigma] = 150 \text{ Mpa}$; $[\tau] = 80 \text{ Mpa}$, xác định giới hạn của tải trọng P để dầm đỡ tải an toàn.





* Xét cân bằng dầm AC:

$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -4P \cdot 2 + Y_C \cdot 4,5 - P \cdot 6,5 = 0 \Rightarrow Y_C = 29/9P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 4P + Y_C - P = 0 \Rightarrow Y_A = 16/9P \end{cases}$$



*** Trọng tâm hình phẳng:**

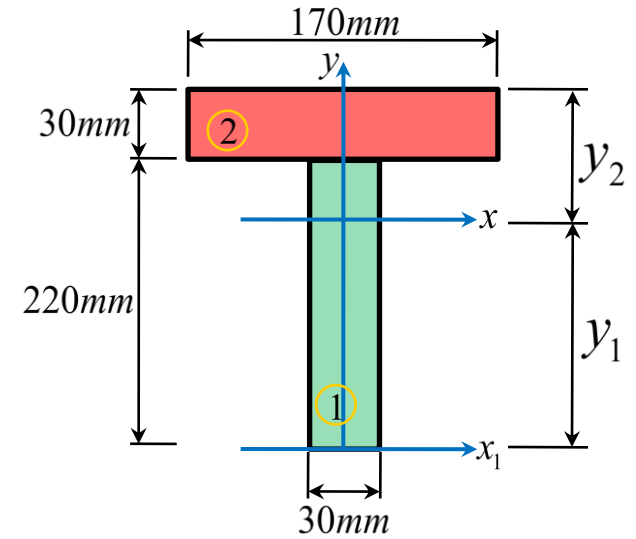
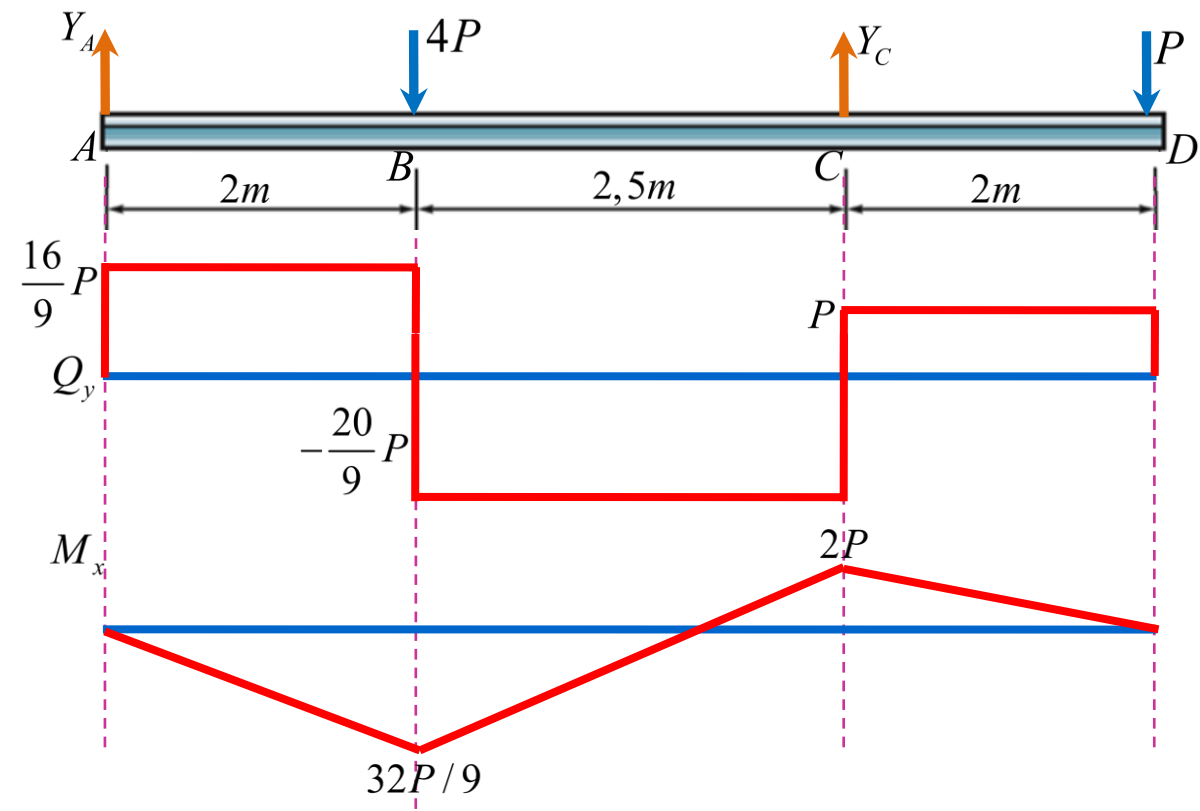
$$y_c = \frac{\sum y_{C_i} F_i}{\sum F_i} = \frac{110.30.220 + 235.170.30}{30.220 + 170.30}$$

$$\Rightarrow y_c = 164,487mm$$

*** Mômen quán tính đối với trục x :**

$$J_x = \frac{30.220^3}{12} + (164,487 - 110)^2 30.220 + \frac{170.30^3}{12} + (235 - 164,487)^2 170.30$$

$$= 71954423,08mm^4$$

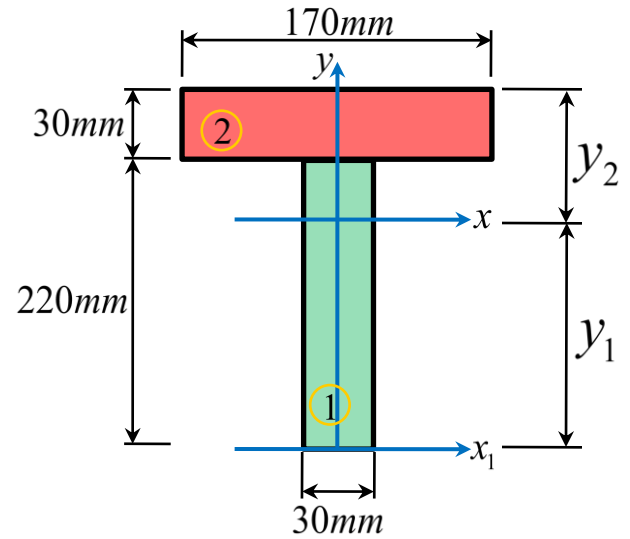
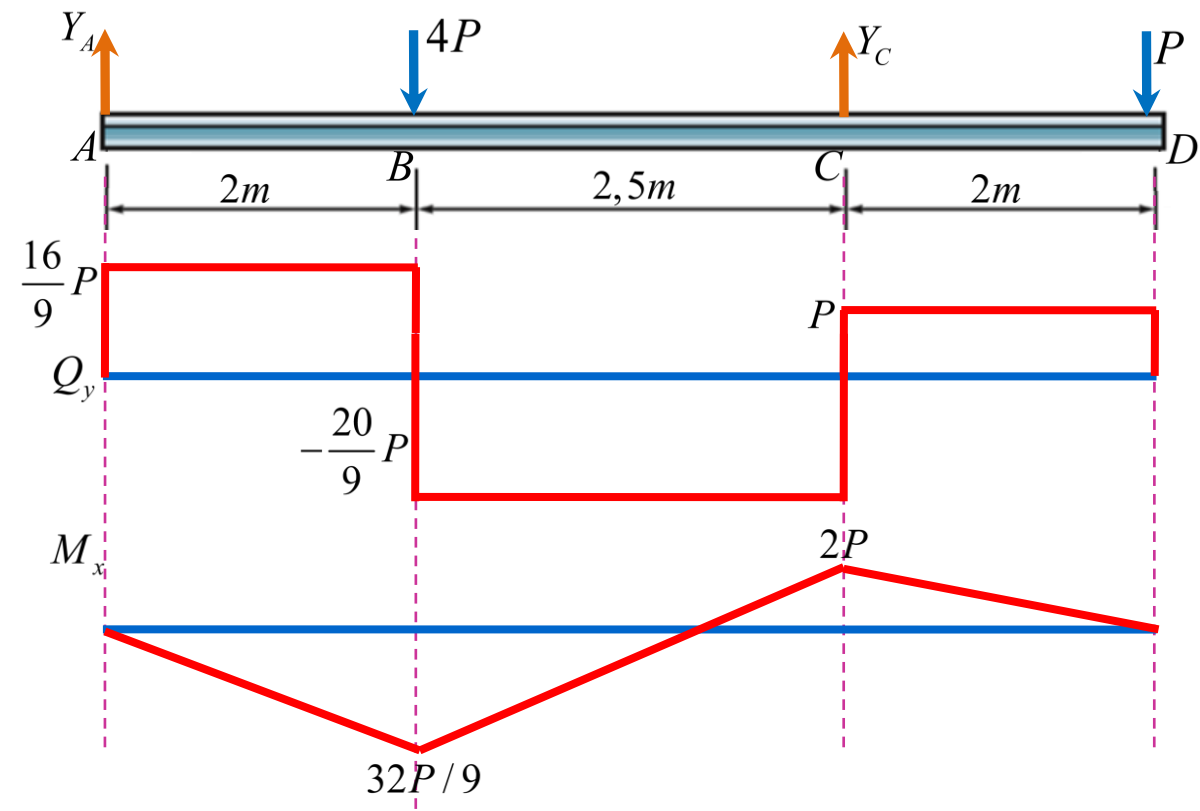


$$\begin{cases} y_C = 164,487\text{mm} \\ J_x = 71954423,08\text{mm}^4 \end{cases}$$

*** Theo điều kiện bền ứng suất pháp:**

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|_{\max}}{J_x} y_{\max} \leq [\sigma] \quad \Leftrightarrow \quad \frac{32P/9 \cdot 1000}{71954423,08} 164,487 \leq \frac{150}{1000}$$

$$\Rightarrow P \leq 18,454\text{kN} \quad \Rightarrow P_{\max} = 18,4\text{kN}$$



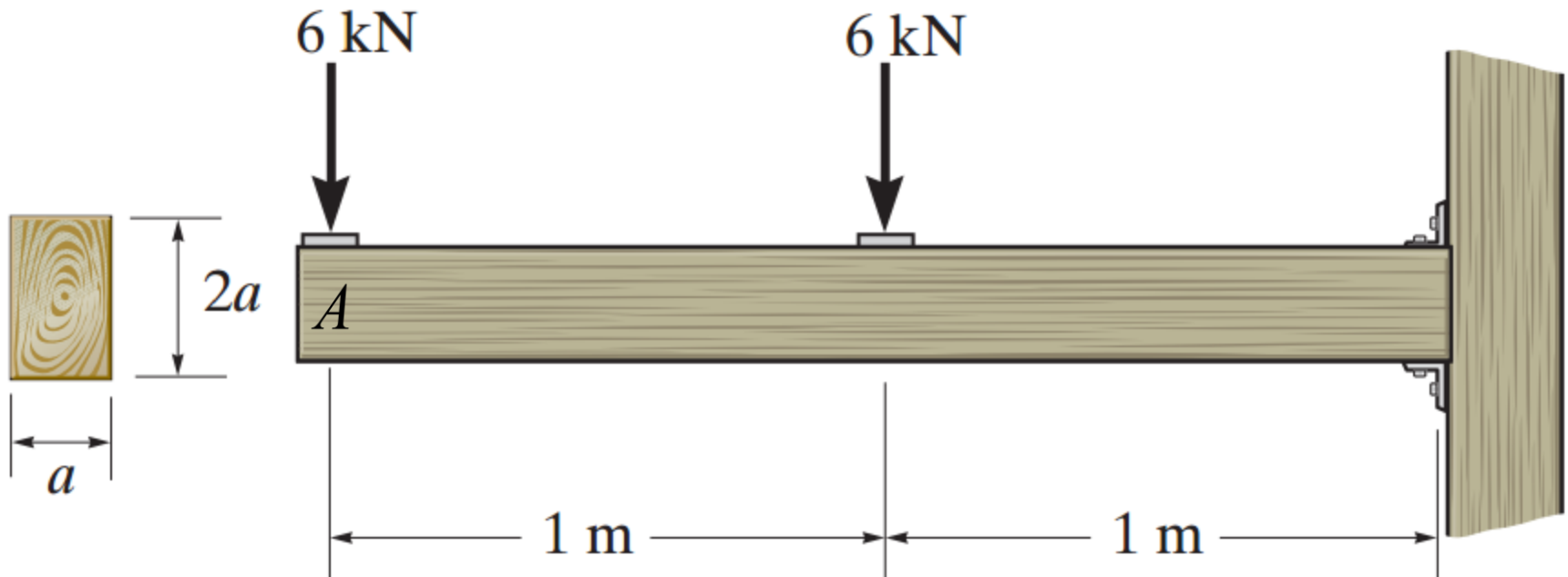
$$\begin{cases} y_C = 164,487\text{mm} \\ J_x = 71954423,08\text{mm}^4 \end{cases}$$

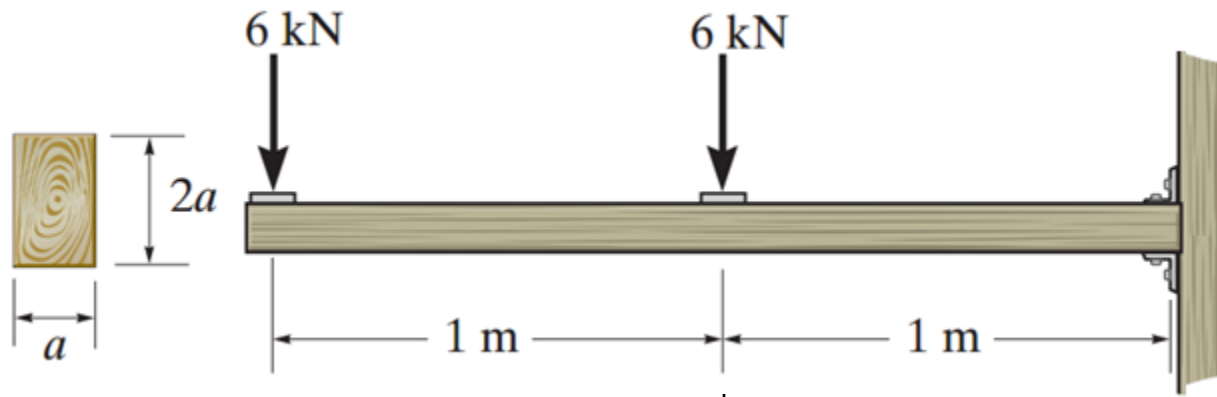
* *Kiểm tra bền theo điều kiện bền ứng suất tiếp:*

$$|\tau|_{\max} = \frac{|Q_y|_{\max} S_x^{(F/2)}}{J_x \cdot t} = \frac{\left(\frac{20}{9} 18,4\right) \left(\frac{164,487^2}{2} 30\right)}{71954423,08 \cdot 30} = 0,007687 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$$

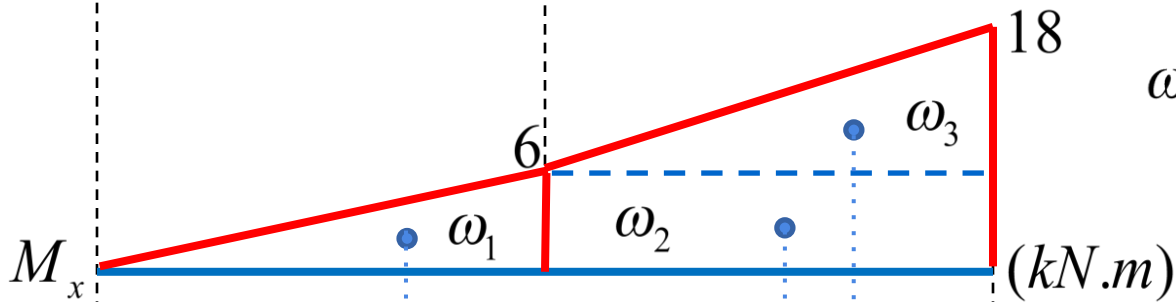
$$|\tau|_{\max} = 0,007687 \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} < [\tau] = \frac{80}{1000} \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2} \quad \text{Thỏa điều kiện bền ứng suất tiếp}$$

Bài tập : Cho dầm chịu lực như hình vẽ. Dầm làm bằng gỗ có $E = 10 \text{ GPa}$. Tính độ võng và góc xoay của dầm tại A. Cho $a = 150 \text{ mm}$.

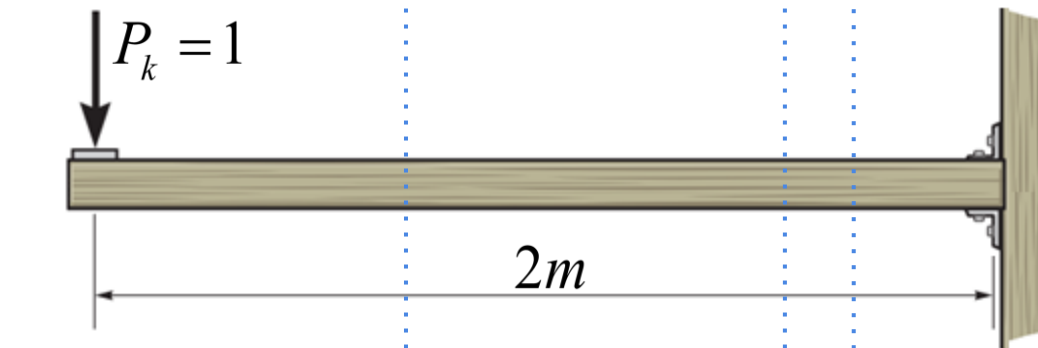




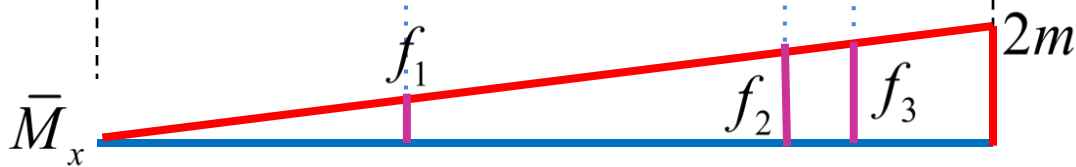
$$\omega_1 = \frac{1}{2} 6.1; \quad \frac{f_1}{2} = \frac{\frac{2}{3} 1}{2}$$

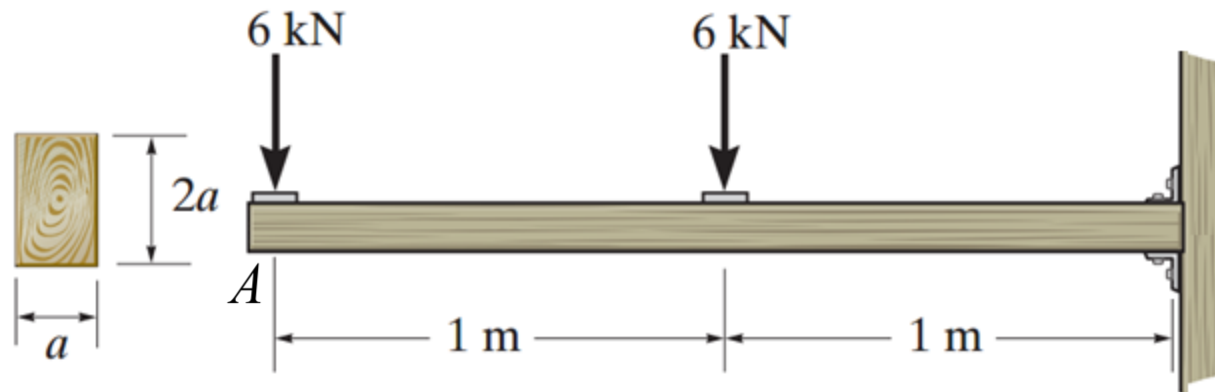


$$\omega_2 = 6.1; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{1.5}{2}$$



$$\omega_3 = \frac{1}{2} 12.1; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{1 + \frac{2}{3} 1}{2}$$

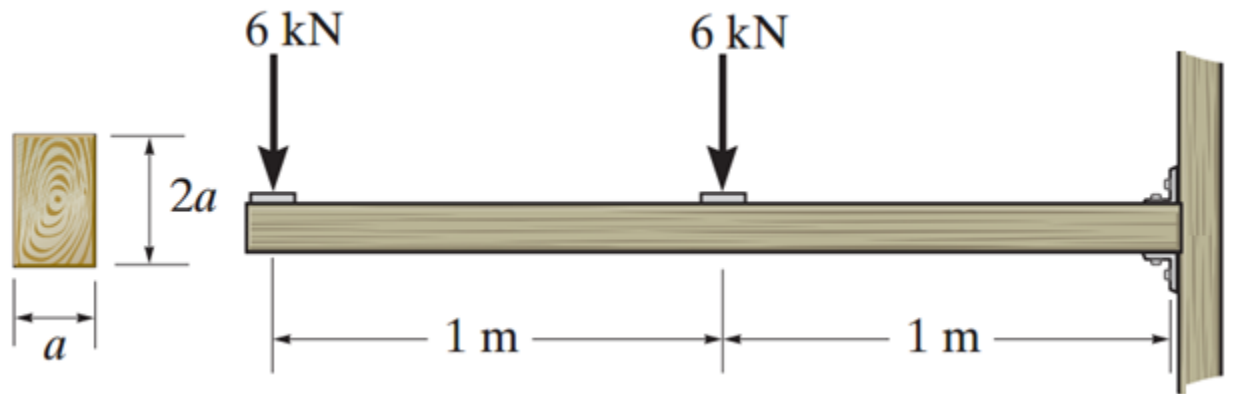




Độ võng của dầm tại A:

$$\Delta_A = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^3 (\omega \cdot f)_i = \frac{10^9}{10 \cdot \frac{150 \cdot 300^3}{12}} \left(3 \cdot \frac{2}{3} + 6 \cdot 1,5 + 6 \cdot \frac{5}{3} \right) = 6.222 \text{ mm}$$

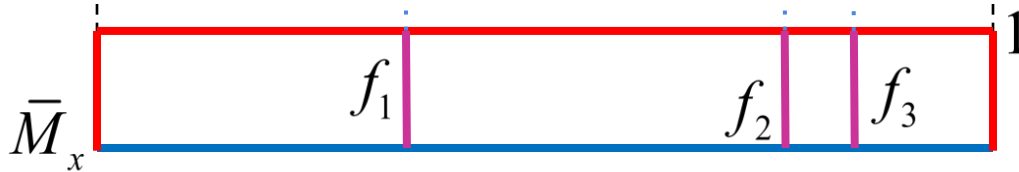
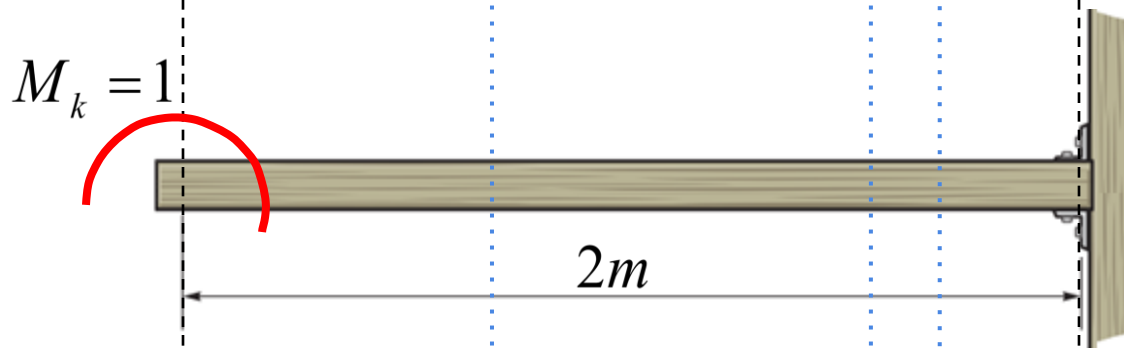
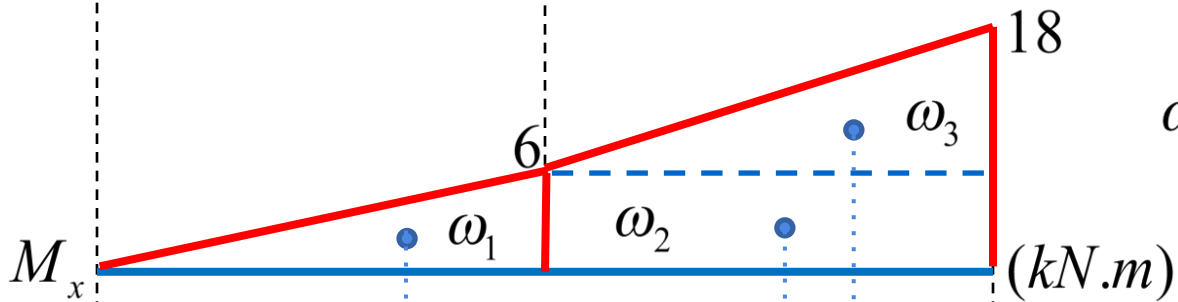
$$\omega_1 = \frac{1}{2} 6 \cdot 1; \quad \frac{f_1}{2} = \frac{\frac{2}{3} 1}{2} \quad \omega_2 = 6 \cdot 1; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{1,5}{2} \quad \omega_3 = \frac{1}{2} 12 \cdot 1; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{1 + \frac{2}{3} 1}{2}$$

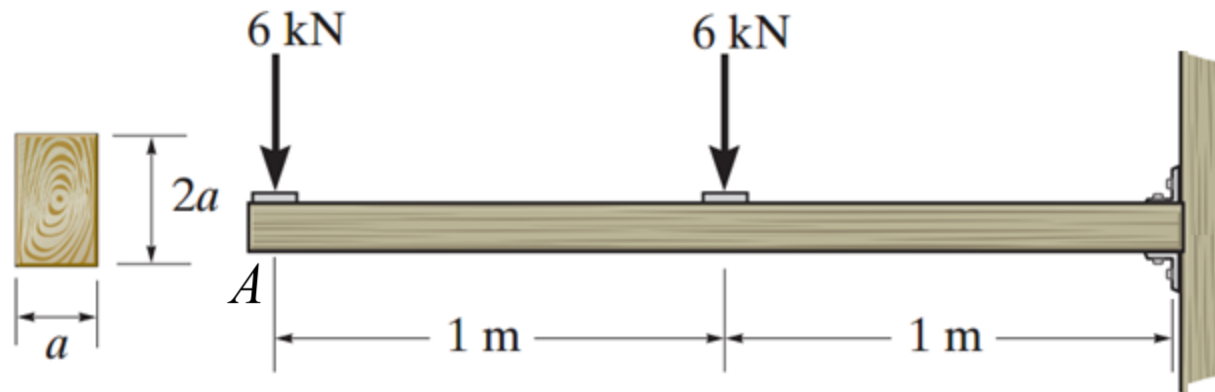


$$\omega_1 = \frac{1}{2} 6.1; \quad f_1 = 1$$

$$\omega_2 = 6.1; \quad f_2 = 1$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} 12.1; \quad f_3 = 1$$



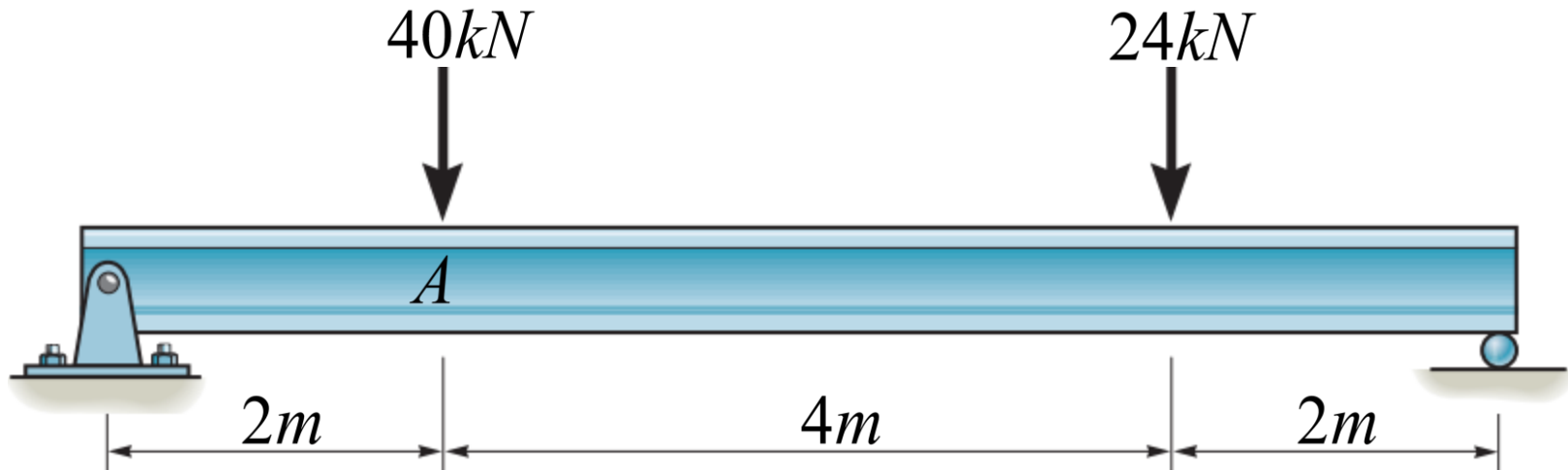


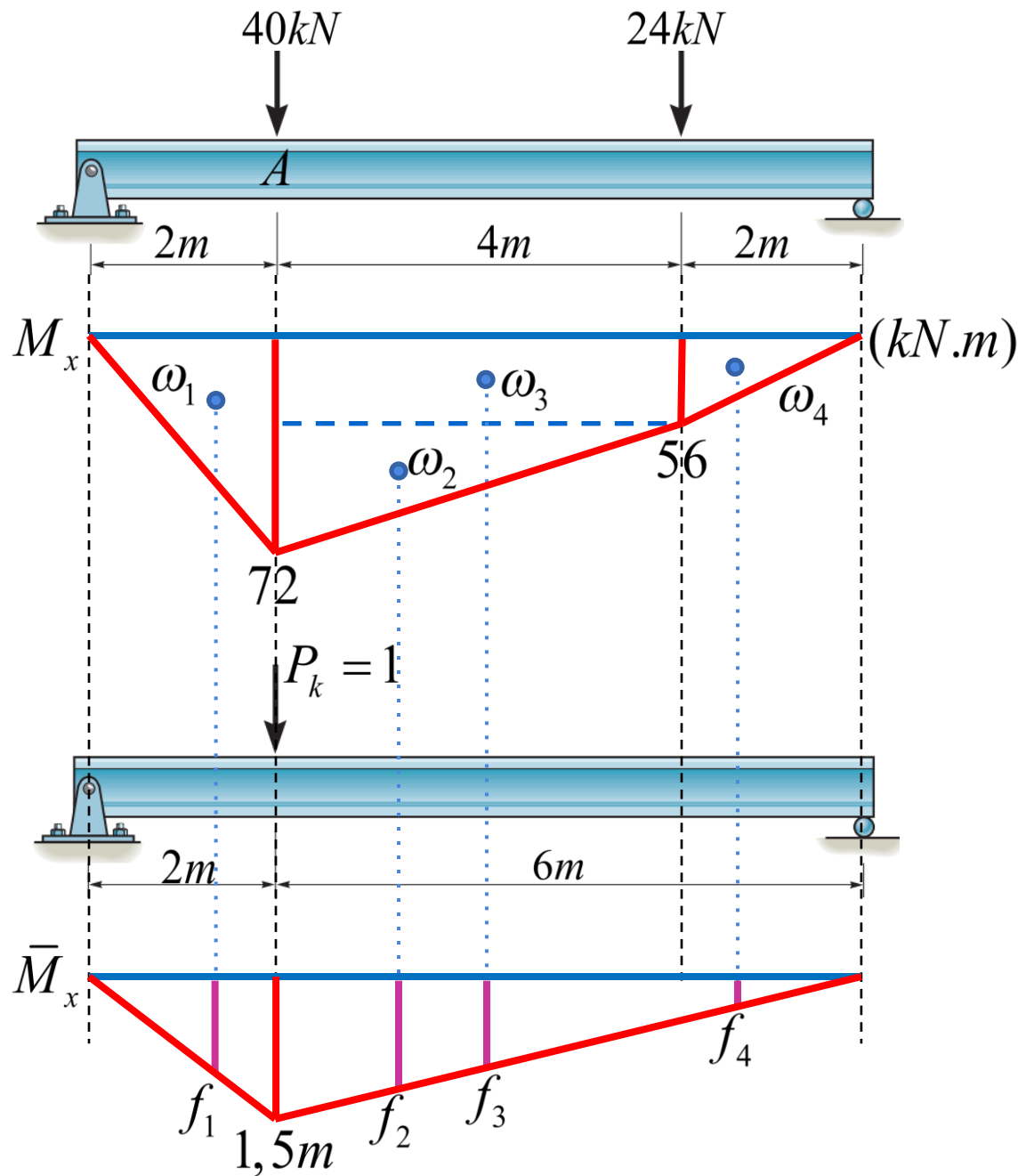
Góc xoay của dầm tại A:

$$\varphi_A = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^3 (\omega \cdot f)_i = \frac{10^6}{10 \cdot \frac{150.300^3}{12}} (3.1 + 6.1 + 6.1) = 0,0044 rad$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2} 6.1; \quad f_1 = 1 \quad \omega_2 = 6.1; \quad f_2 = 1 \quad \omega_3 = \frac{1}{2} 12.1; \quad f_3 = 1$$

Bài tập : Dầm thép có $E = 200 \text{ Gpa}$; $J_x = 980.10^6 \text{ mm}^4$. Tính độ võng của dầm tại A.



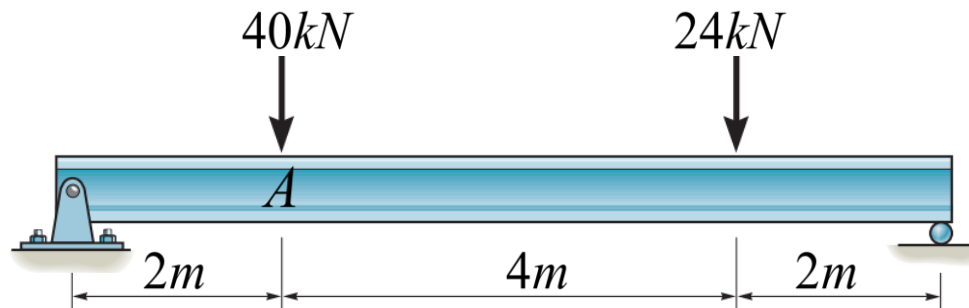


$$\omega_1 = \frac{1}{2} 72.2; \quad \frac{f_1}{1,5} = \frac{\frac{2}{3} 2}{2}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} 16.4; \quad \frac{f_2}{1,5} = \frac{2 + \frac{2}{3} 4}{6}$$

$$\omega_3 = 56.4; \quad \frac{f_3}{1,5} = \frac{4}{6}$$

$$\omega_4 = \frac{1}{2} 56.2; \quad \frac{f_4}{1,5} = \frac{\frac{2}{3} 2}{6}$$



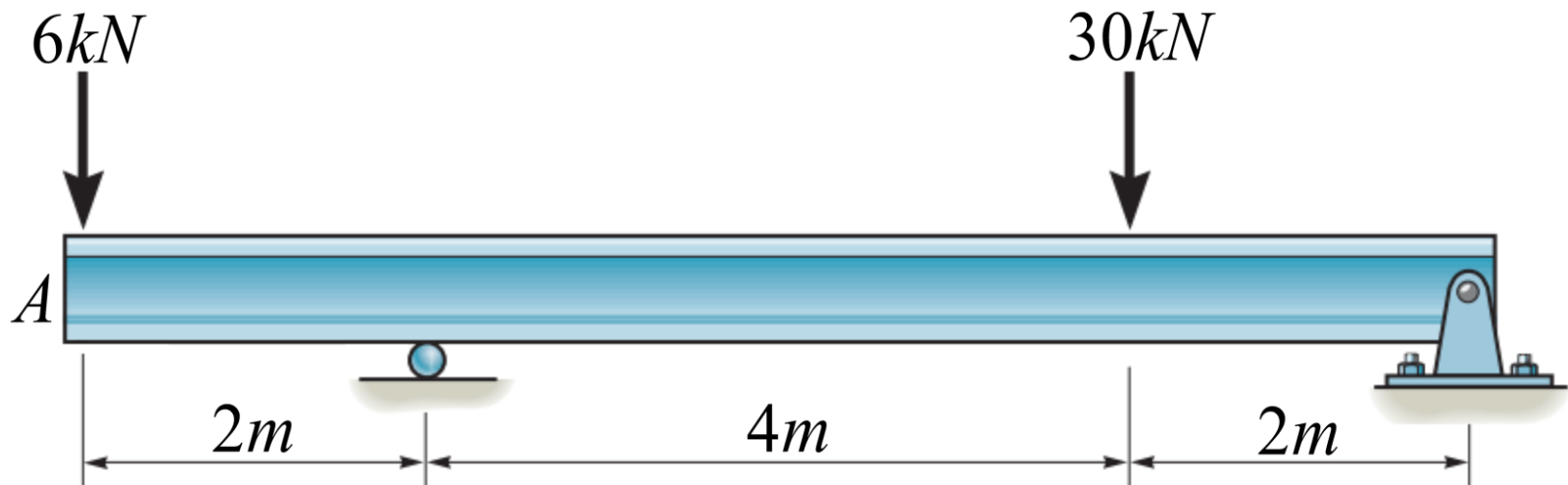
Độ võng của dầm tại A:

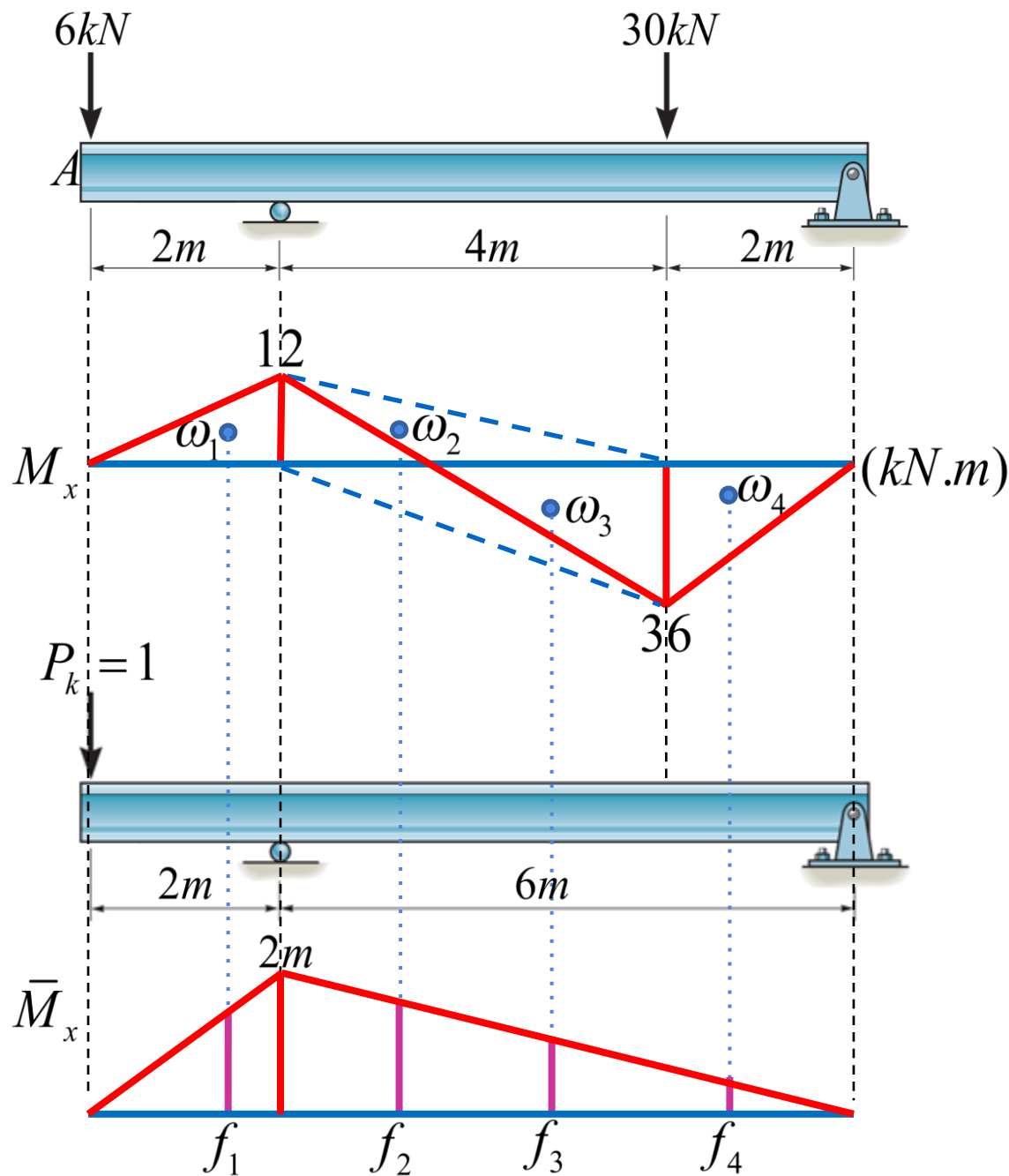
$$\Delta_A = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^4 (\omega \cdot f)_i = \frac{10^9}{200.980.10^6} \left(72.1 + 32. \frac{7}{6} + 224.1 + 56. \frac{1}{3} \right)$$

$$= 1,795 \text{ mm}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2} 72.2; \quad \frac{f_1}{1,5} = \frac{\frac{2}{3} 2}{2} \quad \omega_2 = \frac{1}{2} 16.4; \quad \frac{f_2}{1,5} = \frac{2 + \frac{2}{3} 4}{6} \quad \omega_3 = 56.4; \quad \frac{f_3}{1,5} = \frac{4}{6} \quad \omega_4 = \frac{1}{2} 56.2; \quad \frac{f_4}{1,5} = \frac{\frac{2}{3} 2}{6}$$

Bài tập : Dầm thép có $E = 200 \text{ Gpa}$; $J_x = 980.10^6 \text{ mm}^4$. Tính độ võng và góc xoay của dầm tại A.



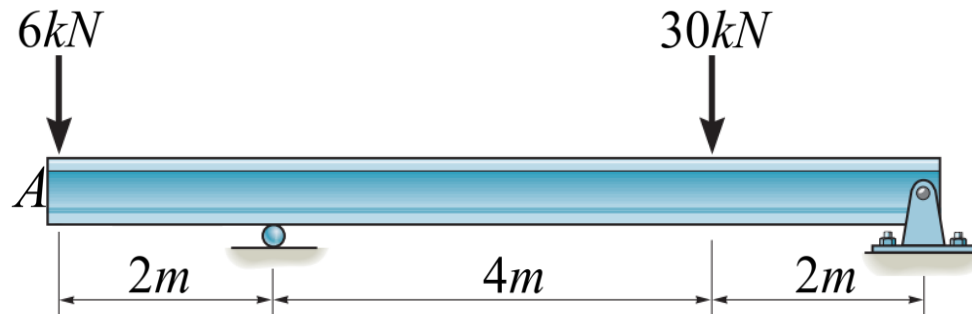


$$\omega_1 = \frac{1}{2} 12.2; \quad \frac{f_1}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{2}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} 12.4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{2 + \frac{2}{3} 4}{6}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} 36.4; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{2 + \frac{1}{3} 4}{6}$$

$$\omega_4 = \frac{1}{2} 36.2; \quad \frac{f_4}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{6}$$

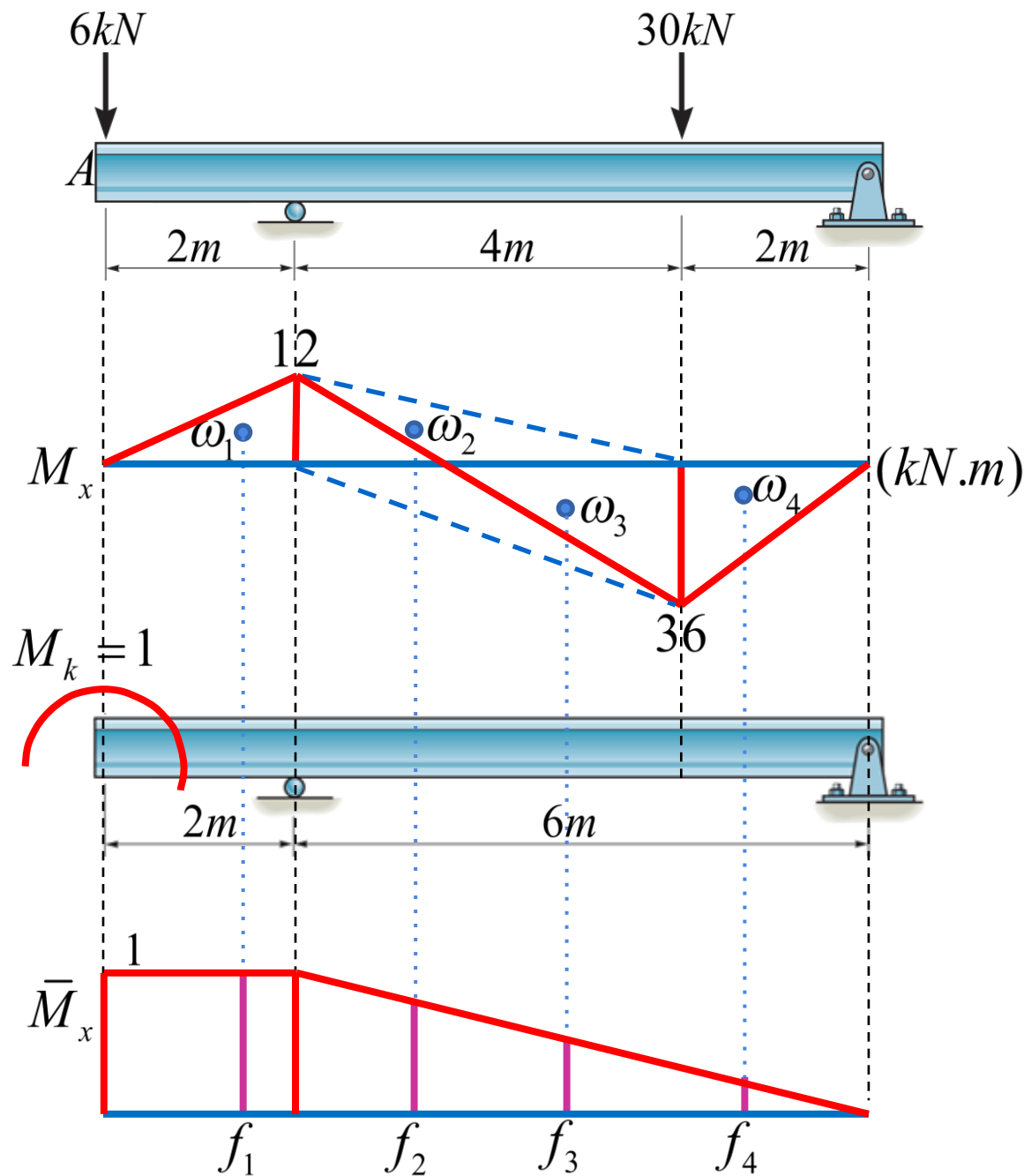


Độ võng của dầm tại A:

$$\Delta_A = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^4 (\omega \cdot f)_i = \frac{10^9}{200.980.10^6} \left(12 \cdot \frac{4}{3} + 24 \cdot \frac{14}{9} - 72 \cdot \frac{10}{9} - 36 \cdot \frac{4}{9} \right)$$

$$= -0,217mm$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2}12.2; \quad \frac{f_1}{2} = \frac{\frac{2}{3}2}{2} \quad \omega_2 = \frac{1}{2}12.4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{2 + \frac{2}{3}4}{6} \quad \omega_3 = \frac{1}{2}36.4; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{2 + \frac{1}{3}4}{6} \quad \omega_4 = \frac{1}{2}36.2; \quad \frac{f_4}{2} = \frac{\frac{2}{3}2}{6}$$

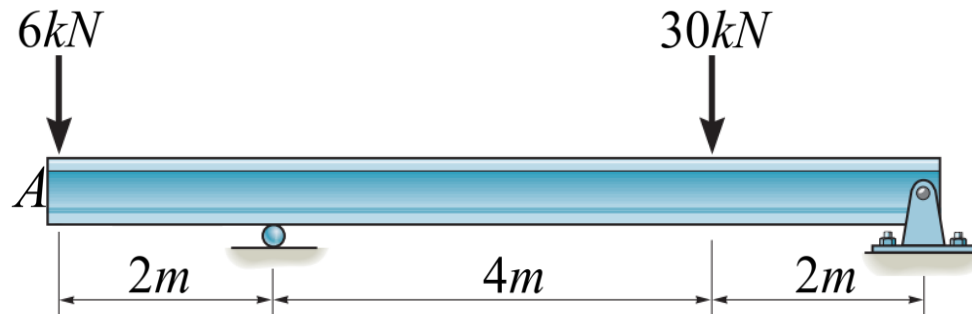


$$\omega_1 = \frac{1}{2} 12.2; \quad f_1 = 1$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} 12.4; \quad \frac{f_2}{1} = \frac{2 + \frac{2}{3} 4}{6}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} 36.4; \quad \frac{f_3}{1} = \frac{2 + \frac{1}{3} 4}{6}$$

$$\omega_4 = \frac{1}{2} 36.2; \quad \frac{f_4}{1} = \frac{\frac{2}{3} 2}{6}$$



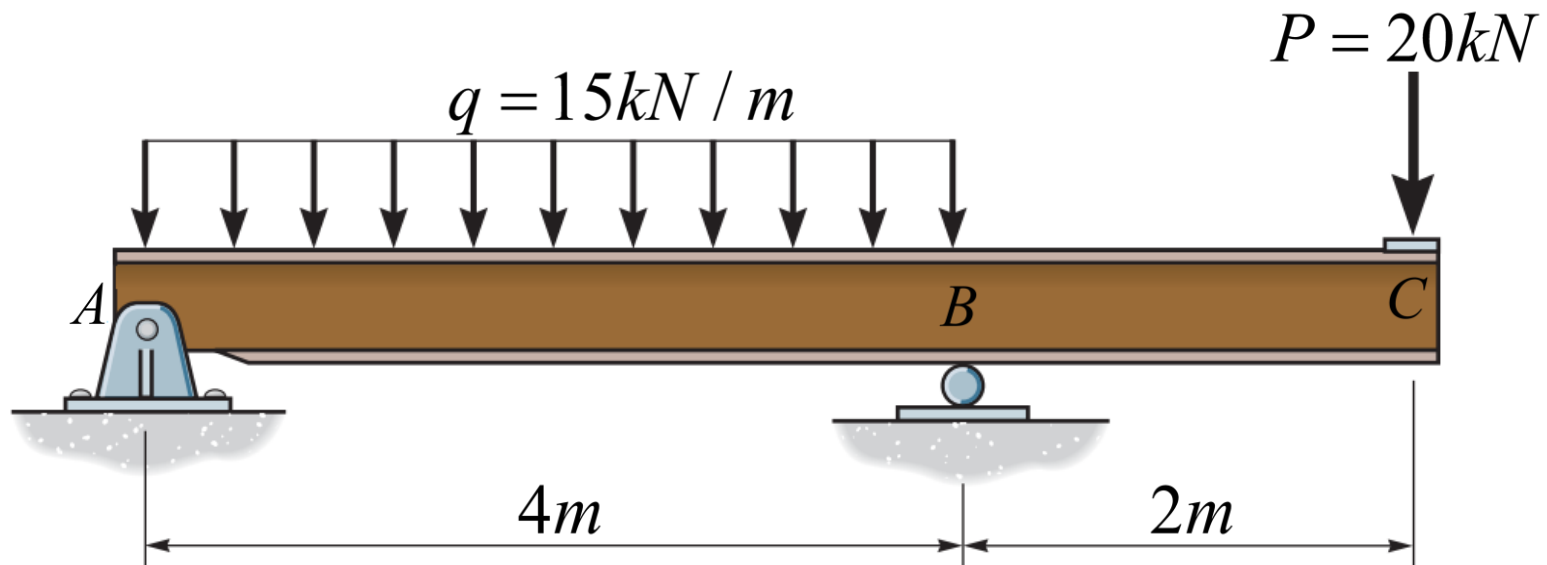
Góc xoay của dầm tại A:

$$\varphi_A = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^4 (\omega \cdot f)_i = \frac{10^6}{200.980.10^6} \left(12.1 + 24 \cdot \frac{7}{9} - 72 \cdot \frac{5}{9} - 36 \cdot \frac{2}{9} \right)$$

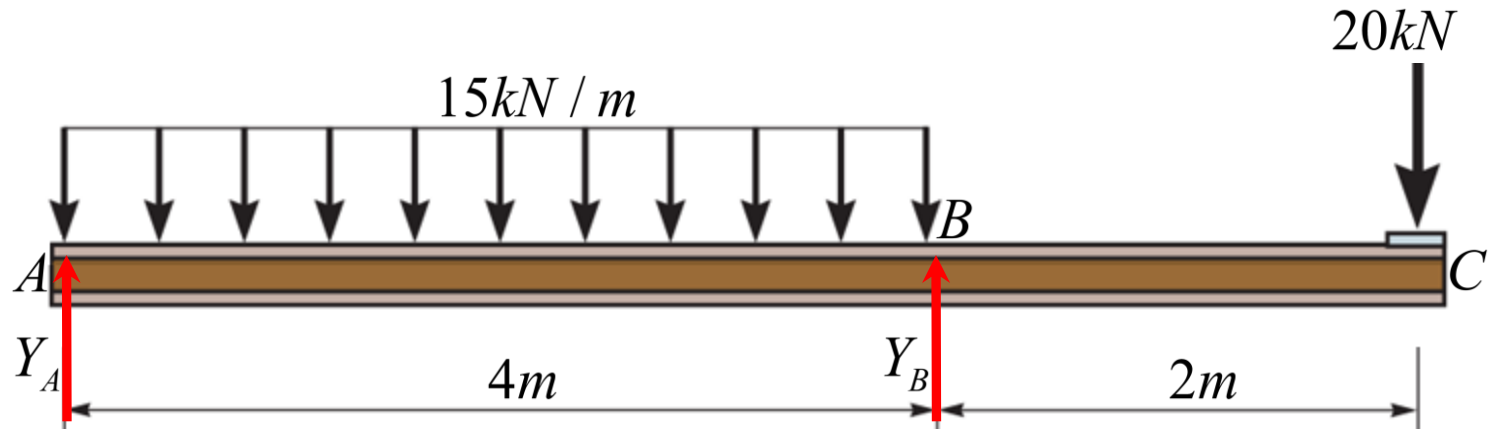
$$= -8,84.10^{-5} \text{ rad}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2} 12.2; \quad f_1 = 1 \quad \omega_2 = \frac{1}{2} 12.4; \quad \frac{f_2}{1} = \frac{2 + \frac{2}{3} 4}{6} \quad \omega_3 = \frac{1}{2} 36.4; \quad \frac{f_3}{1} = \frac{2 + \frac{1}{3} 4}{6} \quad \omega_4 = \frac{1}{2} 36.2; \quad \frac{f_4}{1} = \frac{\frac{2}{3} 2}{6}$$

Bài tập : Dầm thép có $E = 200 \text{ GPa}$; $I_x = 980.10^6 \text{ mm}^4$. Tính độ võng của dầm tại C.

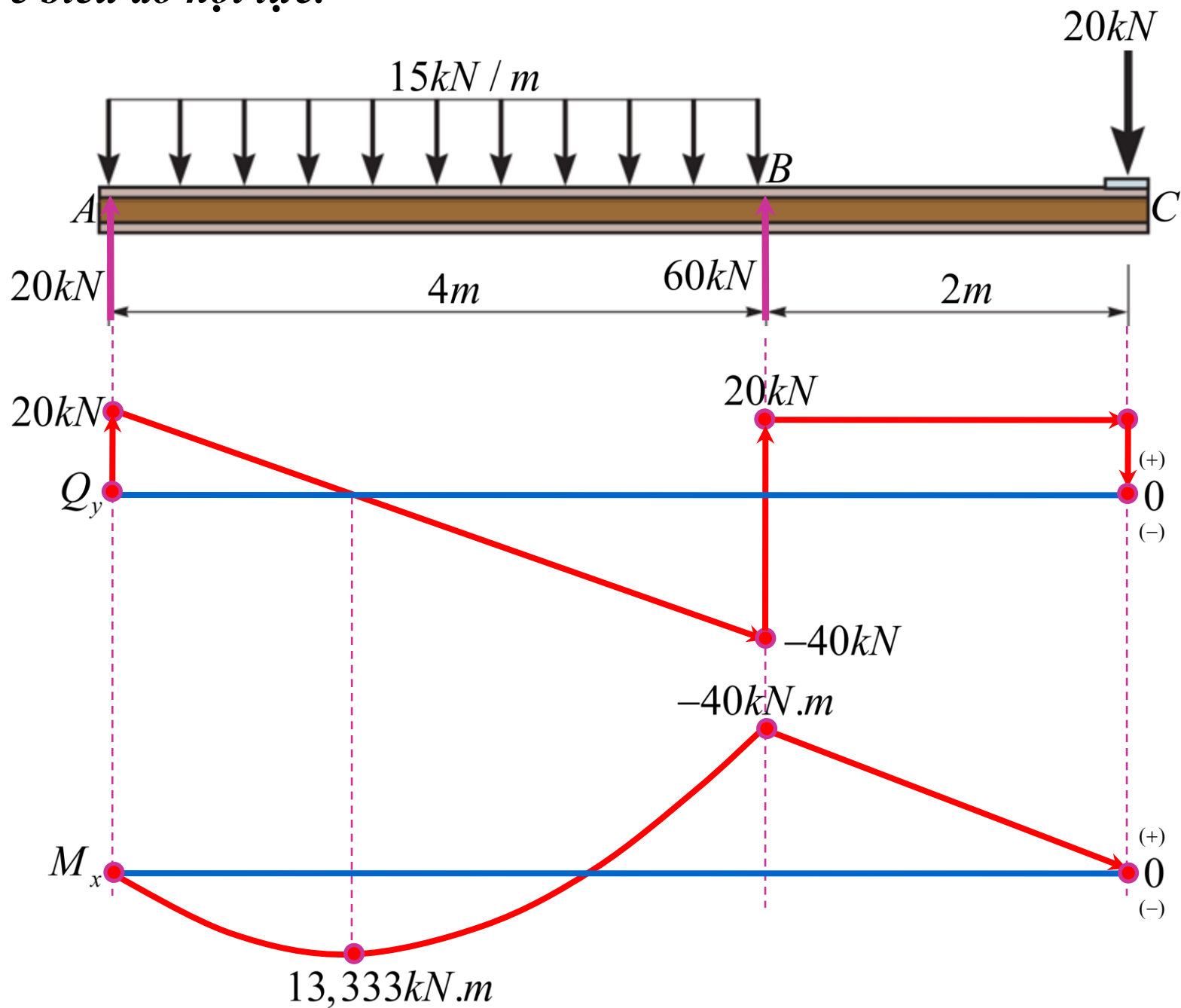


* Xét cân bằng dầm AC:

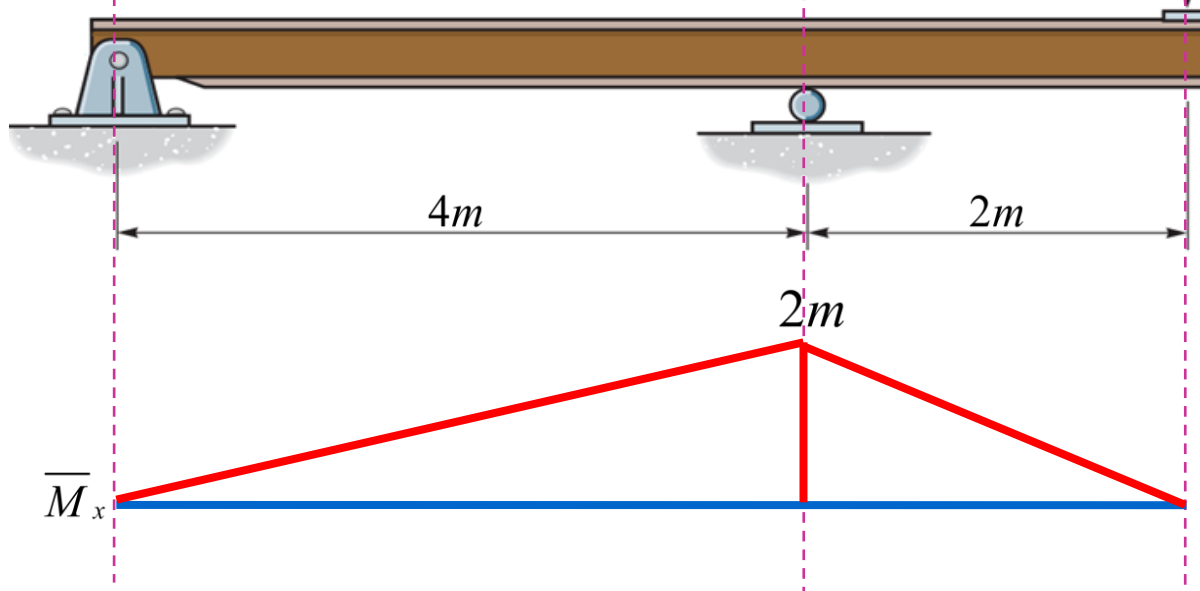
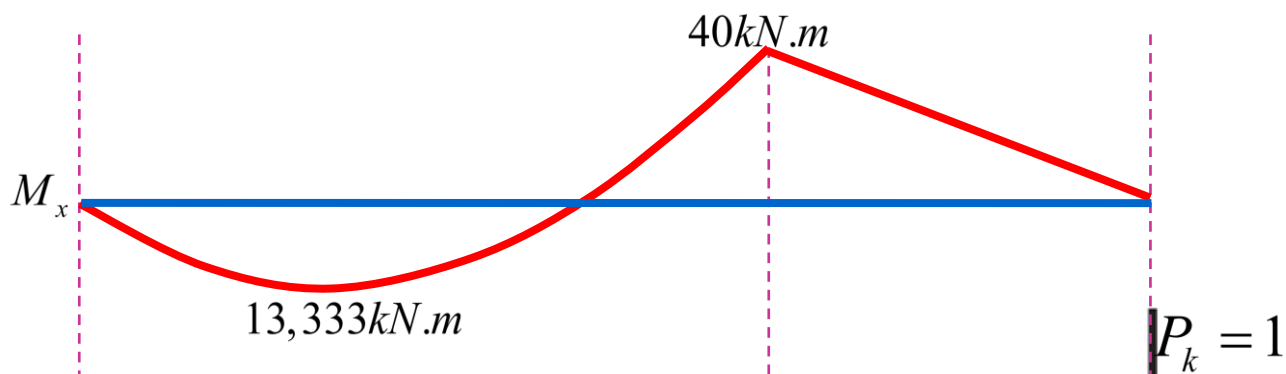
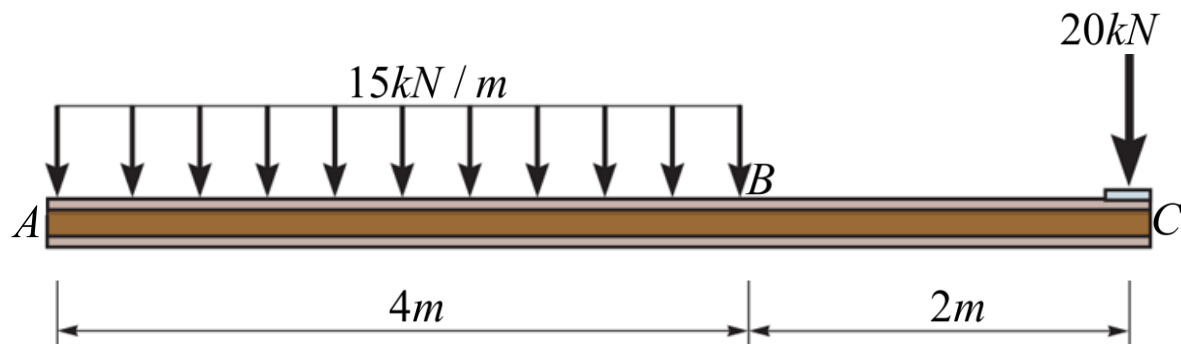


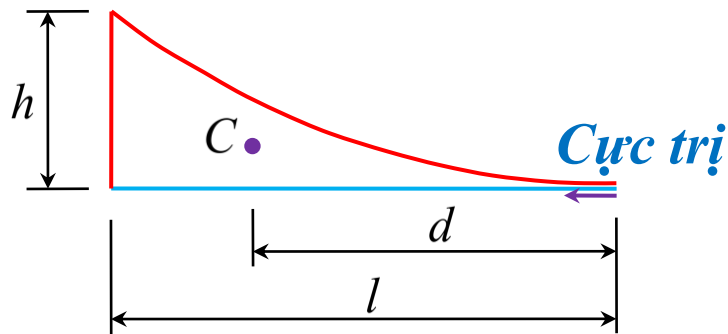
$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -15 \cdot 4 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 - 20 \cdot 6 = 0 \Rightarrow Y_B = 60\text{ kN} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - 15 \cdot 4 + Y_C - 20 = 0 \Rightarrow Y_A = 20\text{ kN} \end{cases}$$

* *Vẽ biểu đồ nội lực:*

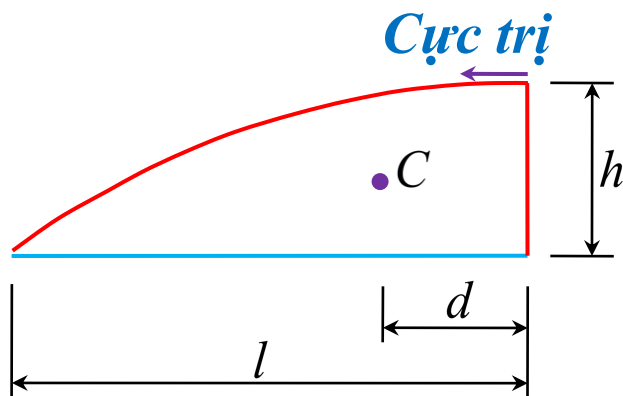


* *Tính độ võng tại C*

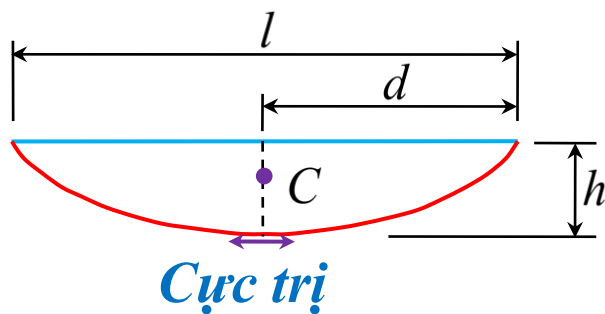




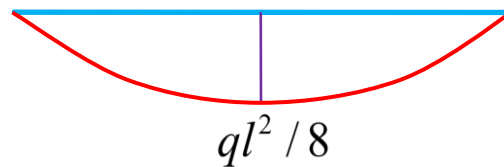
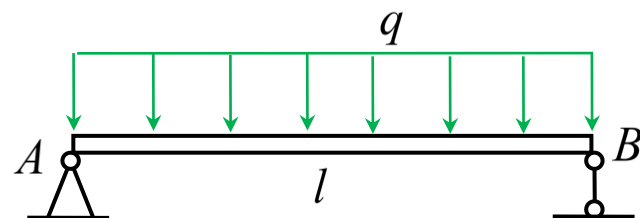
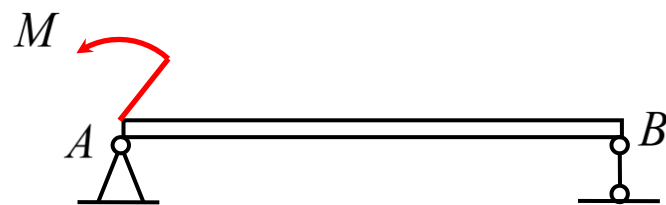
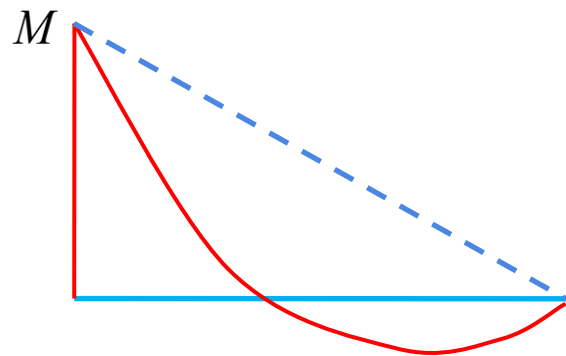
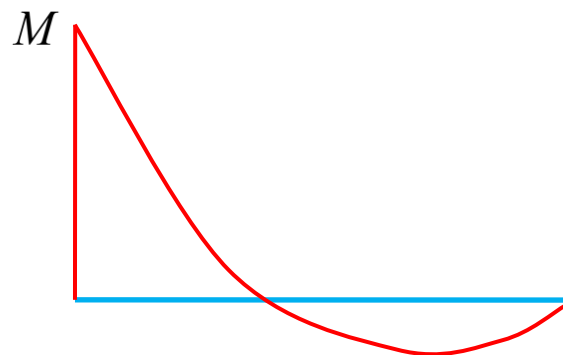
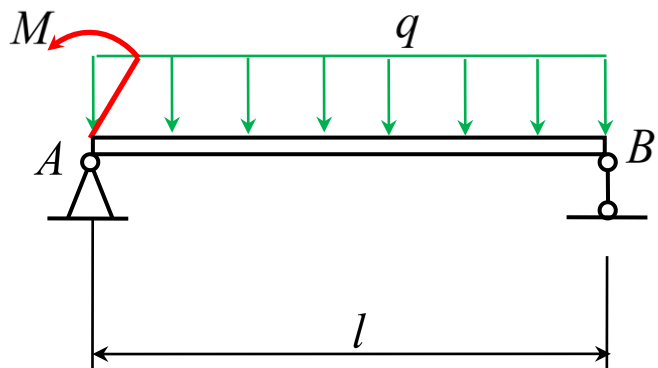
$$\begin{cases} \omega = \frac{1}{3}hl \\ d = \frac{3}{4}l \end{cases}$$



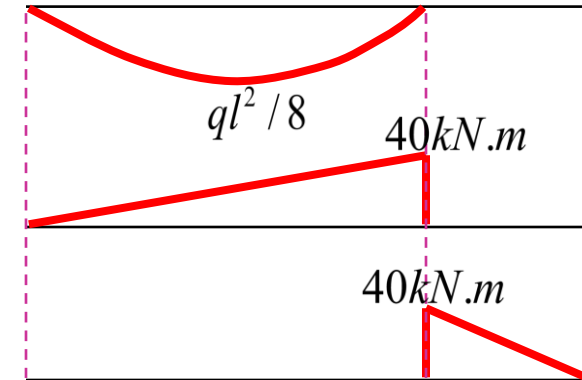
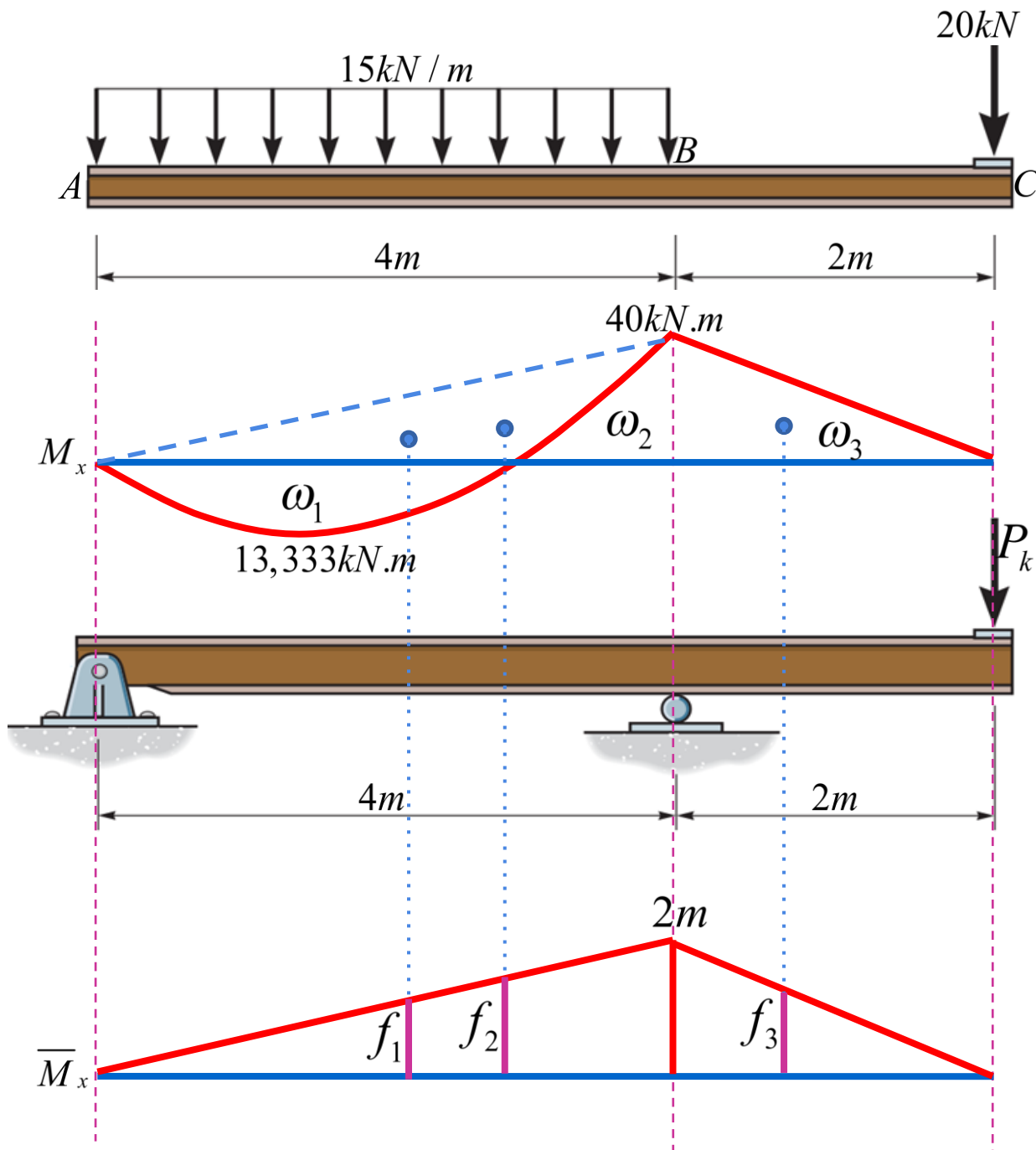
$$\begin{cases} \omega = \frac{2}{3}hl \\ d = \frac{3}{8}l \end{cases}$$



$$\begin{cases} \omega = \frac{2}{3}hl \\ d = \frac{1}{2}l \end{cases}$$



* *Tính độ võng tại C*



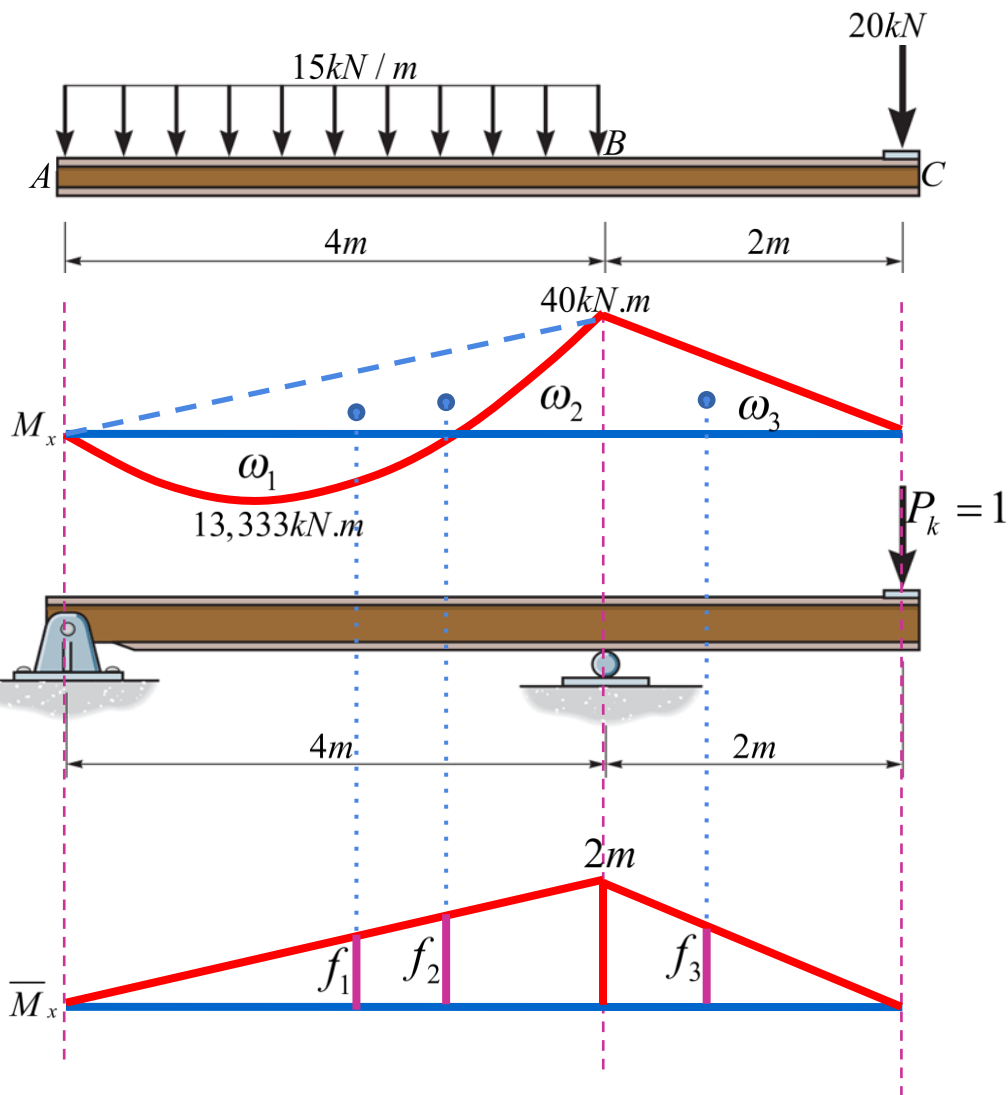
$$\omega_1 = \frac{2}{3} h.l;$$

$$l = 4\text{m}; h = \frac{ql^2}{8} = \frac{15.4^2}{8}$$

$$\omega_1 = \frac{2}{3} \frac{15.4^2}{8} 4; \quad f_1 = 1\text{m}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} 40.4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{\frac{2}{3} 4}{4}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} 40.2; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{2}$$



* *Tính độ võng tại C*

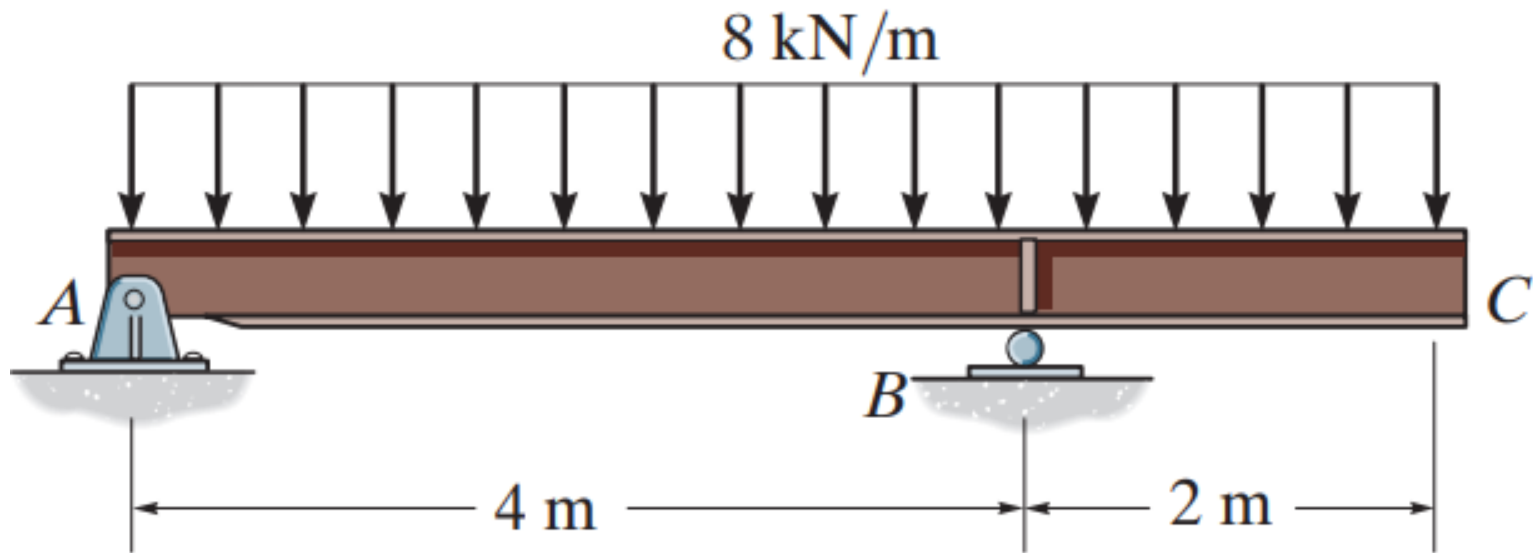
$$\omega_1 = \frac{2}{3} \frac{15 \cdot 4^2}{8} 4; \quad f_1 = 1m$$

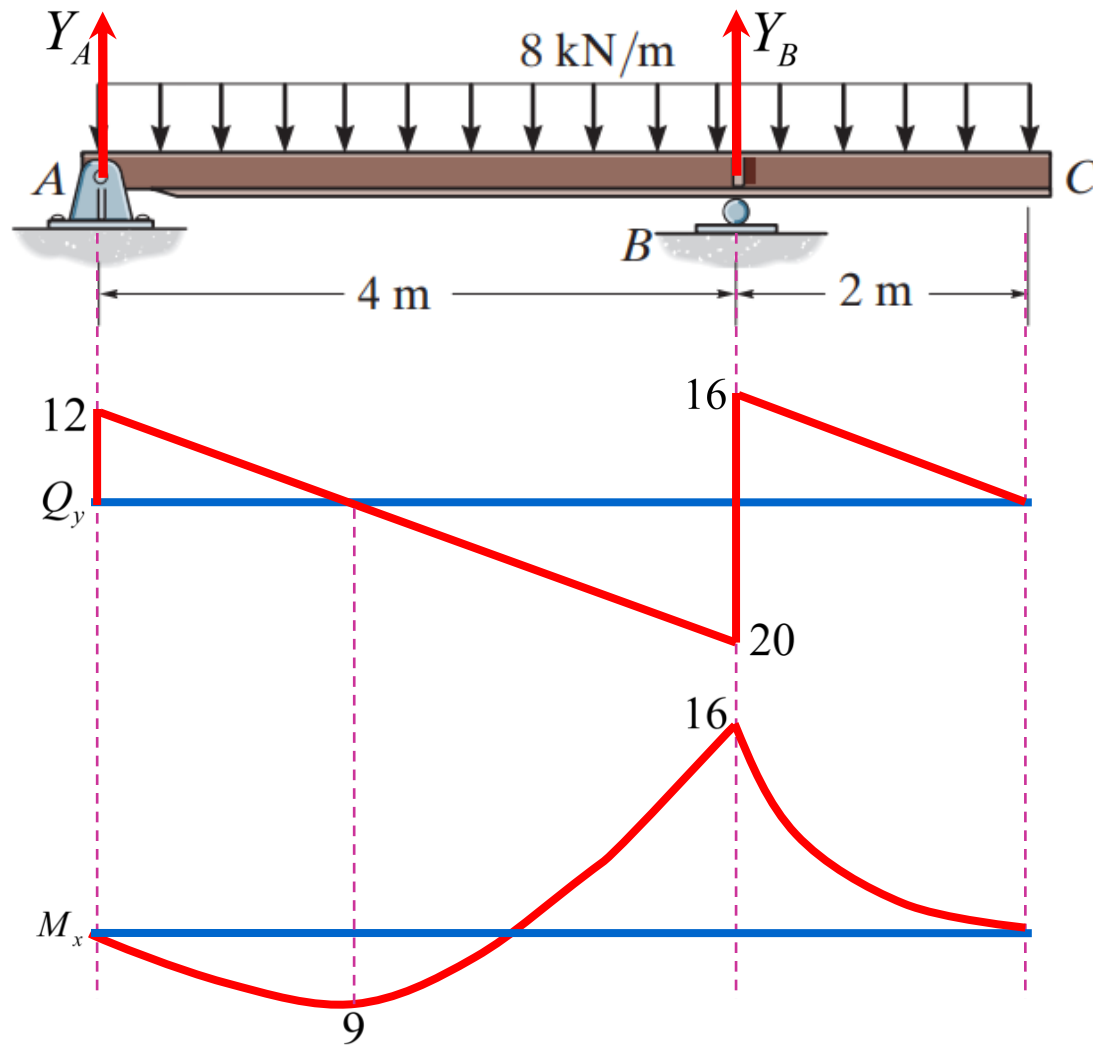
$$\omega_2 = \frac{1}{2} 40.4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{\frac{2}{3} 4}{4}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} 40.2; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{2}$$

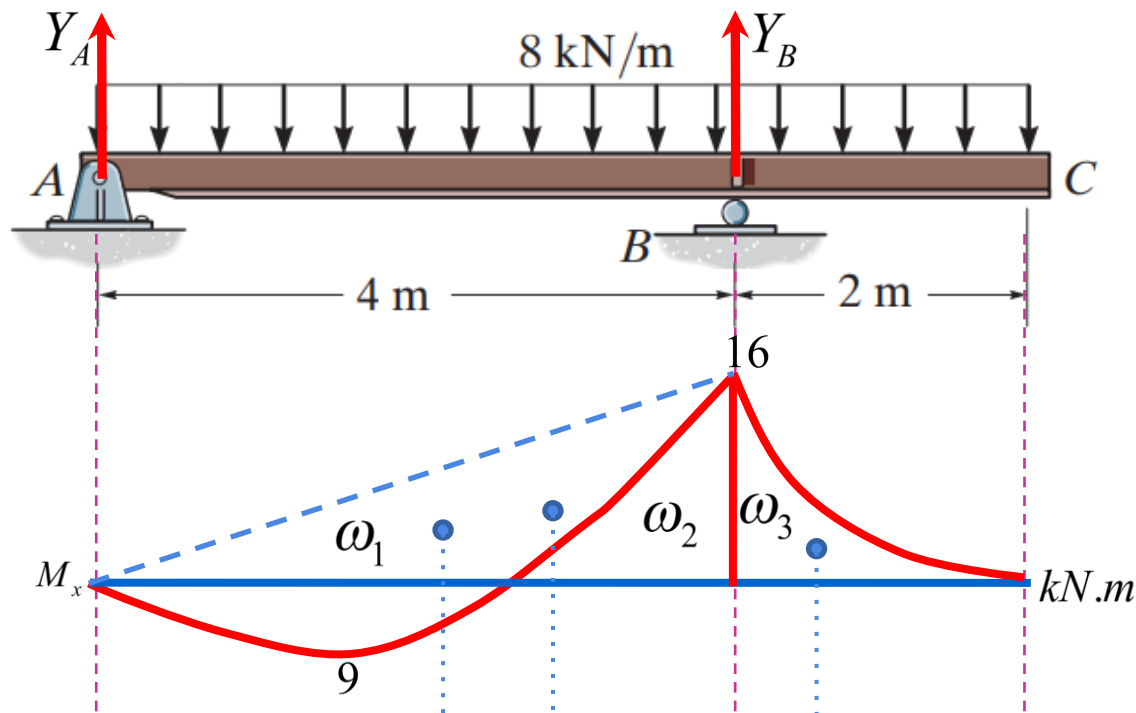
$$\Delta_C = \frac{1}{EI_x} \sum_{i=1}^3 (\omega \cdot f)_i = \frac{10^9}{200.980.10^6} \left(-\frac{240}{3} \cdot 1 + 80 \cdot \frac{4}{3} + 40 \cdot \frac{4}{3} \right) = -0,408 \text{ mm}$$

Bài tập : *Dầm thép có $E = 200 \text{ GPa}$; $I_x = 980.10^6 \text{ mm}^4$. Tính độ võng của dầm tại C.*

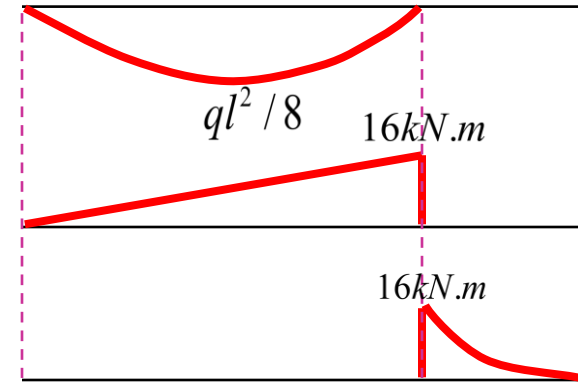




$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -8.6.3 + Y_B.4 = 0 \Rightarrow Y_B = 36kN \\ \sum F_A = 0 \Rightarrow Y_A - 8.6 + Y_B = 0 \Rightarrow Y_A = 12kN \end{cases}$$



* *Tính độ võng tại C*



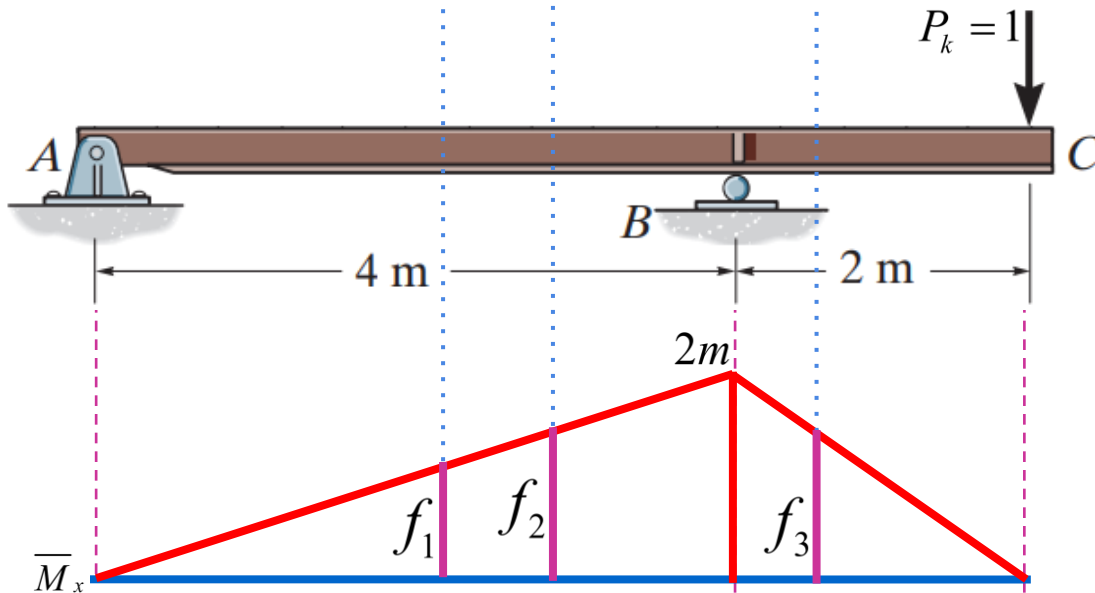
$$\omega_1 = \frac{2}{3} h.l;$$

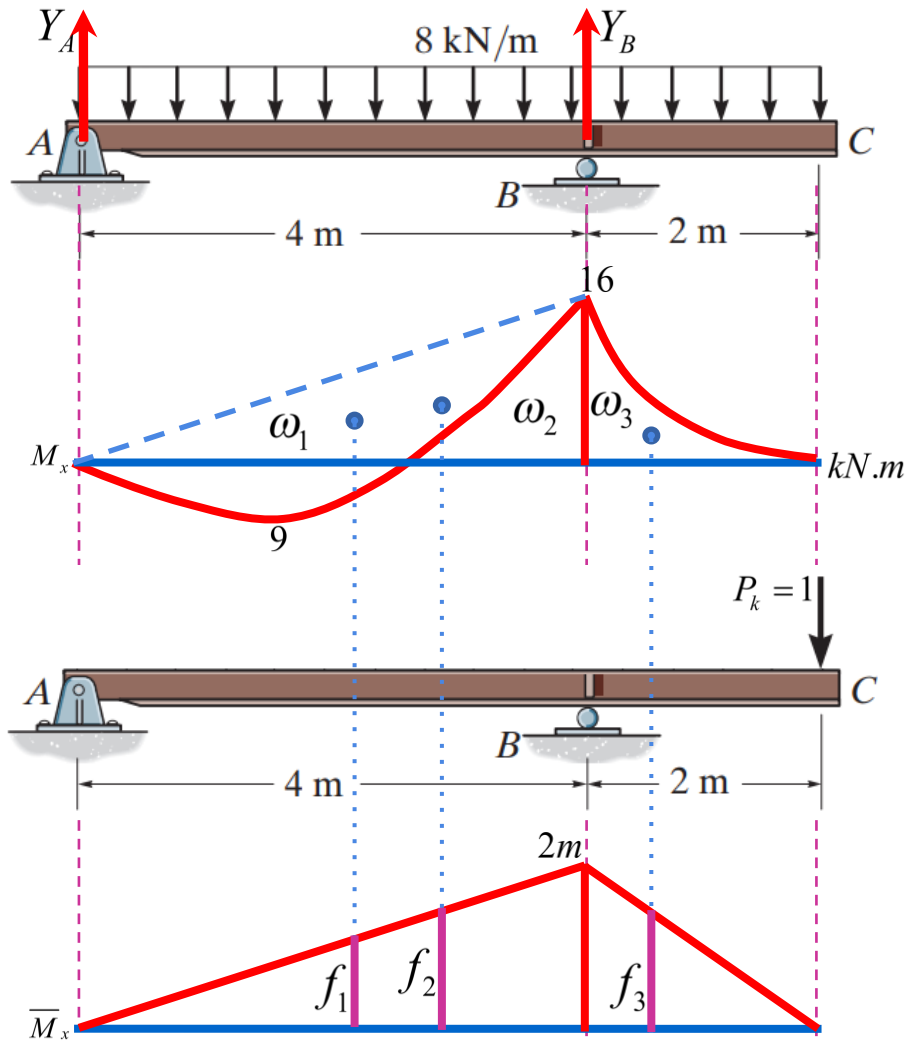
$$l = 4 \text{ m}; h = \frac{ql^2}{8} = \frac{8.4^2}{8}$$

$$\omega_1 = \frac{2}{3} \frac{8.4^2}{8} 4; \quad f_1 = 1 \text{ m}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} 16.4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{\frac{2}{3} 4}{4}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{3} 16.2; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{\frac{3}{4} 2}{2}$$





* *Tính độ võng tại C*

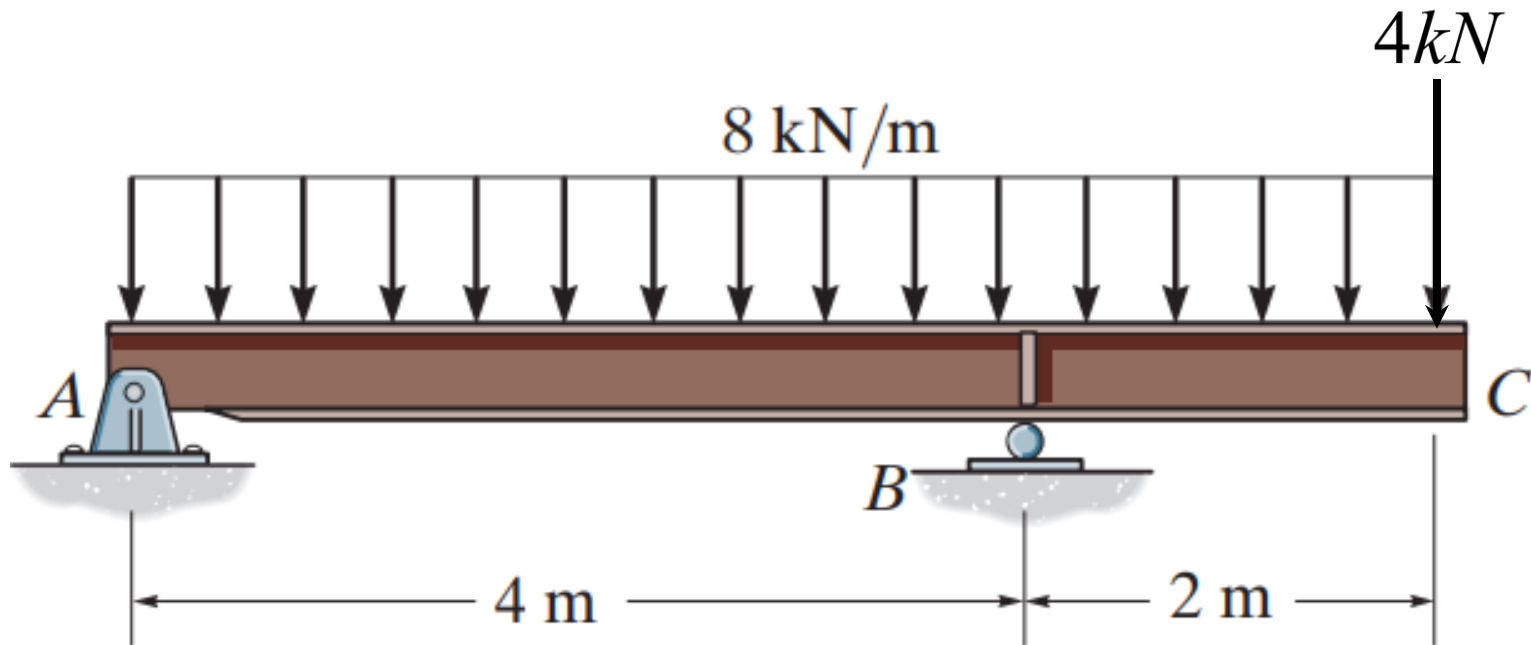
$$\omega_1 = \frac{2}{3} \frac{8.4^2}{8} 4; \quad f_1 = 1m$$

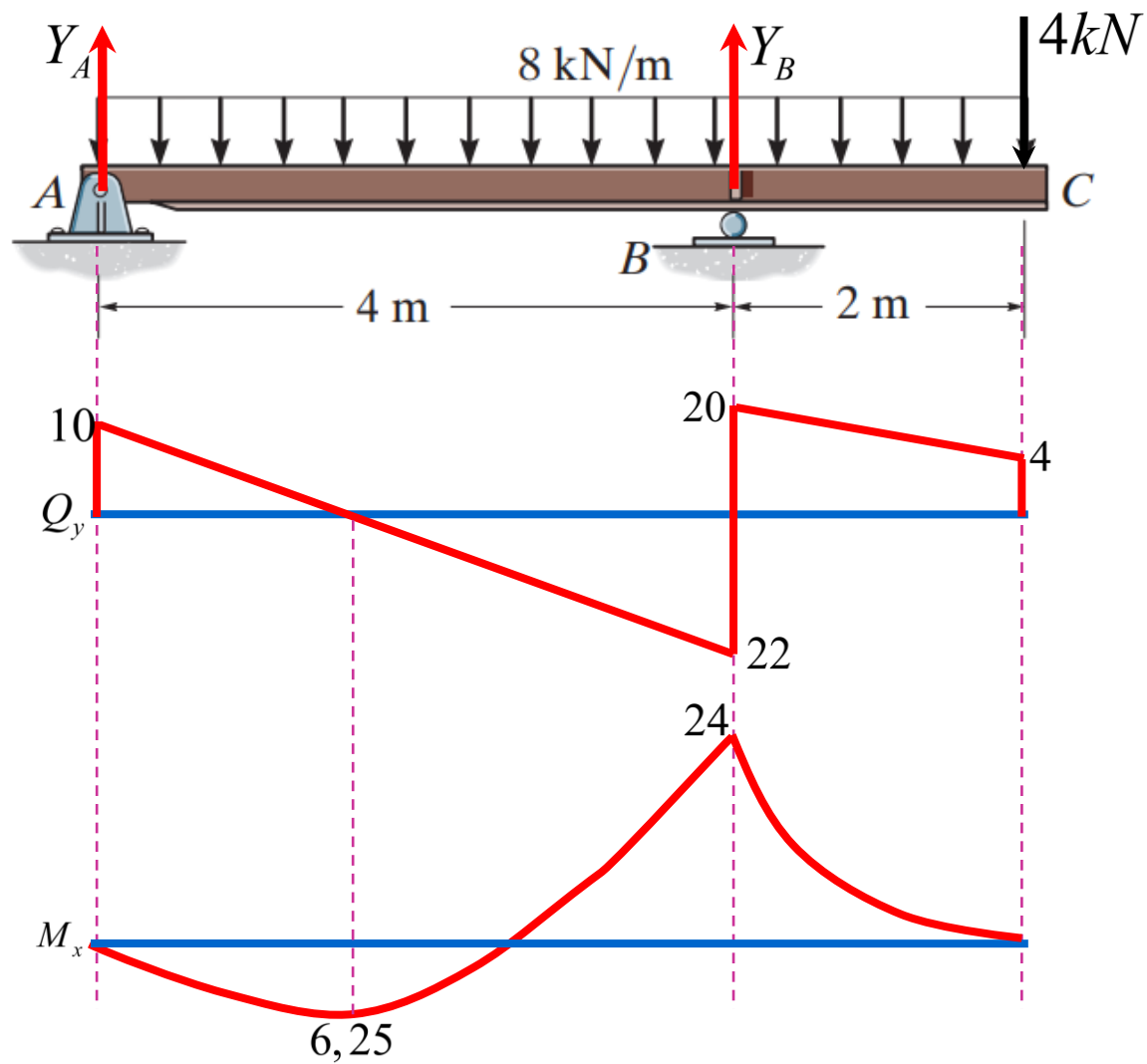
$$\omega_2 = \frac{1}{2} 16.4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{\frac{2}{3} 4}{4}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{3} 16.2; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{\frac{3}{4} 2}{2}$$

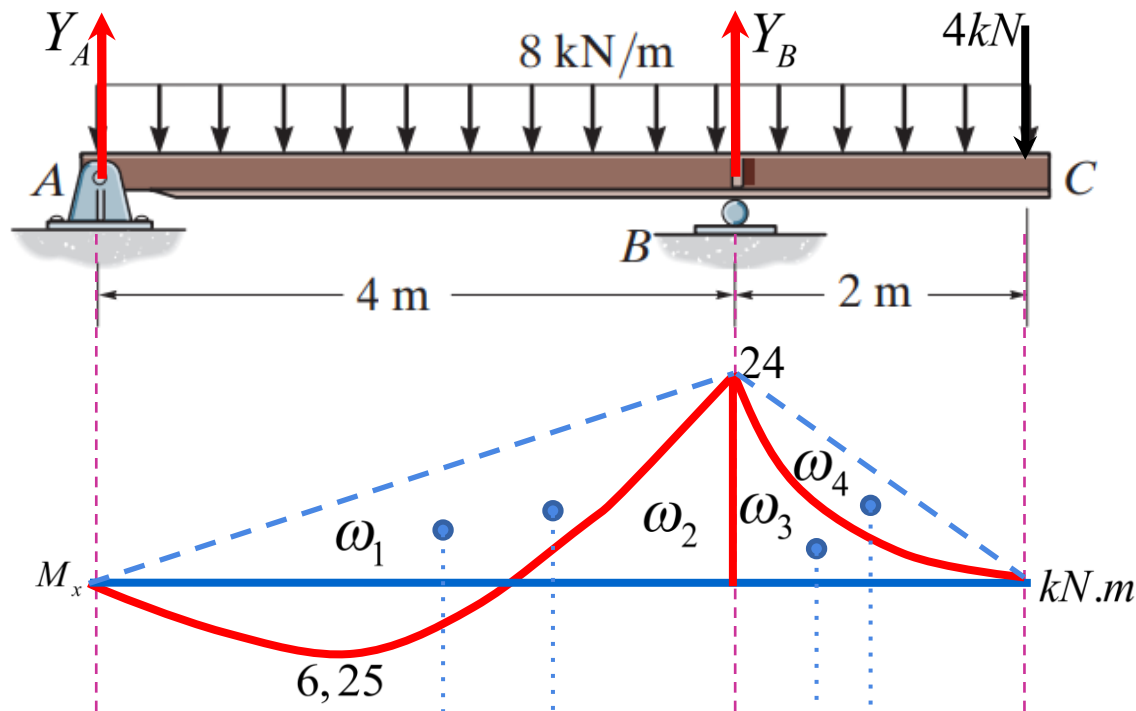
$$\Delta_C = \frac{1}{EI_x} \sum_{i=1}^3 (\omega \cdot f)_i = \frac{10^9}{200.980.10^6} \left(-\frac{128}{3} \cdot 1 + 32 \cdot \frac{4}{3} + \frac{32}{3} \cdot \frac{3}{2} \right) = 0,081mm$$

Bài tập : Dầm thép có $E = 200 \text{ GPa}$; $I_x = 980.10^6 \text{ mm}^4$. Tính độ võng của dầm tại C.

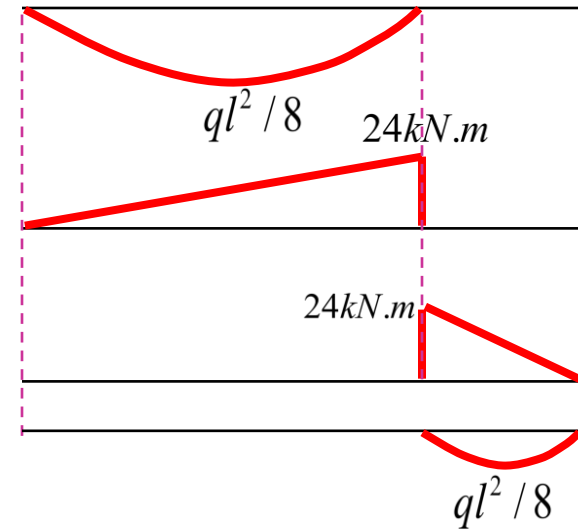




$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -8 \cdot 6 \cdot 3 + Y_B \cdot 4 - 4 \cdot 8 = 0 \Rightarrow Y_B = 42 \text{ kN} \\ \sum F_A = 0 \Rightarrow Y_A - 8 \cdot 6 + Y_B - 4 = 0 \Rightarrow Y_A = 10 \text{ kN} \end{cases}$$



* *Tính độ võng tại C*

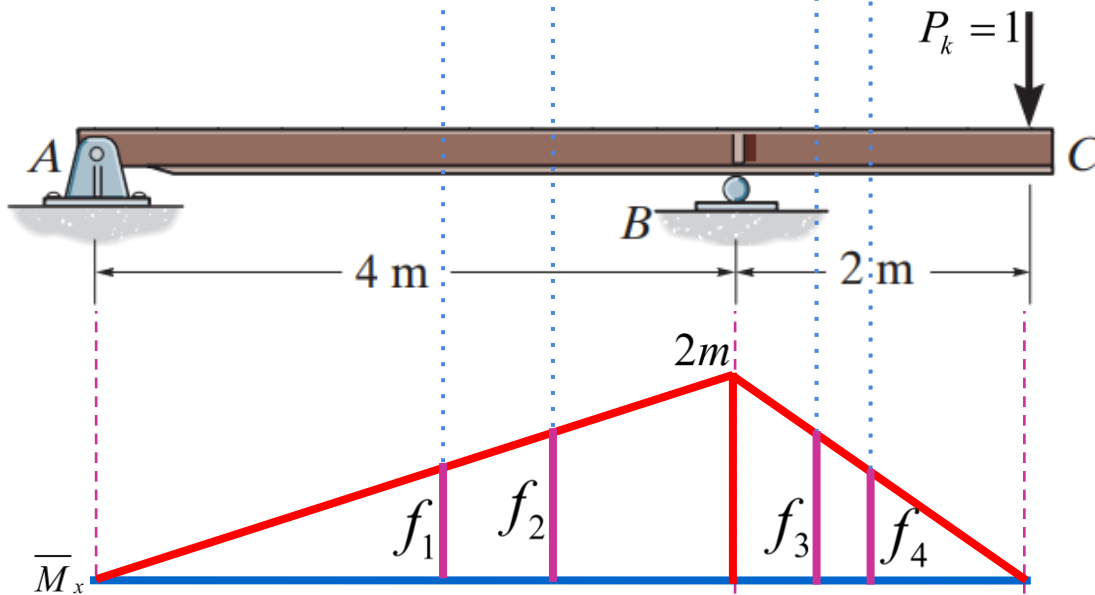


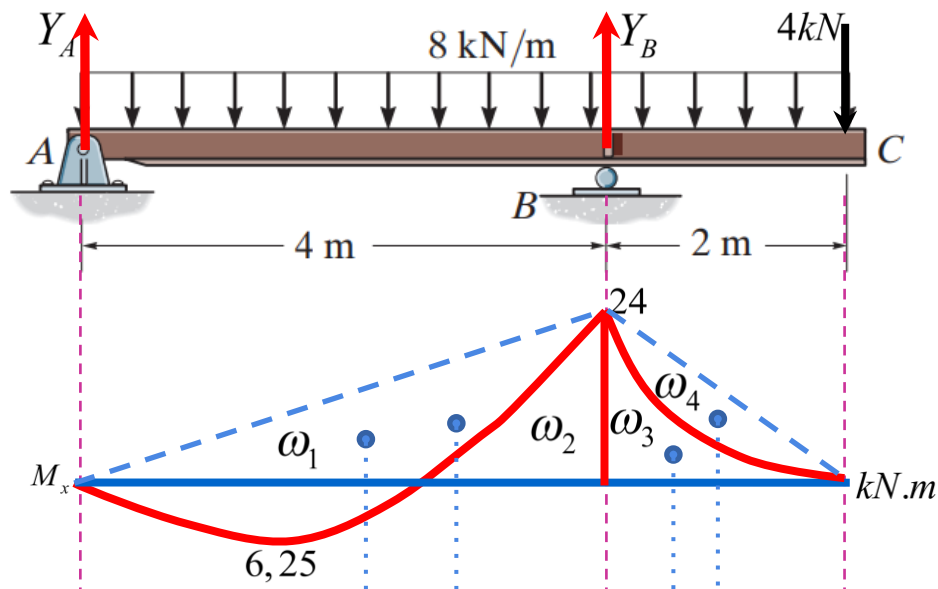
$$\omega_1 = \frac{2}{3} \frac{8 \cdot 4^2}{8} 4; \quad f_1 = 1m$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} 24 \cdot 4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{\frac{2}{3} 4}{4}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} 24 \cdot 2; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{2}$$

$$\omega_4 = \frac{2}{3} \frac{8 \cdot 2^2}{8} 2; \quad f_4 = 1m$$





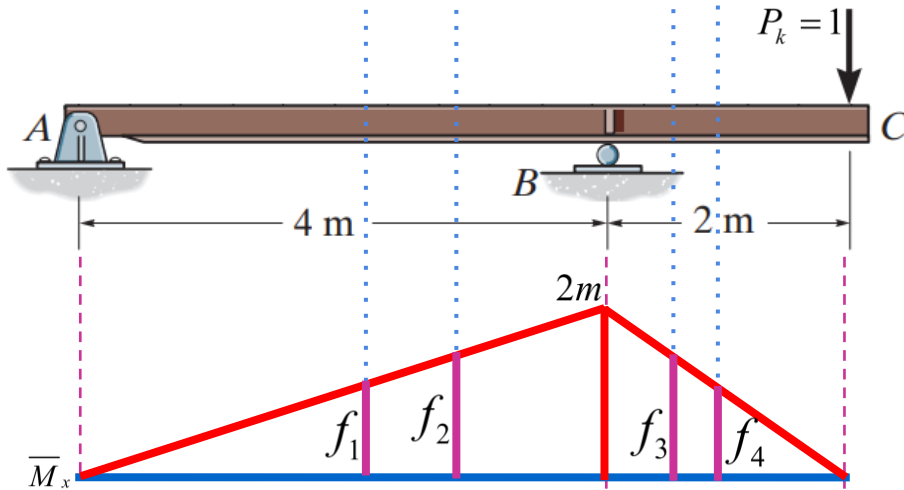
* *Tính độ võng tại C*

$$\omega_1 = \frac{2}{3} \frac{8.4^2}{8} 4; \quad f_1 = 1m$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} 24.4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{\frac{2}{3} 4}{4}$$

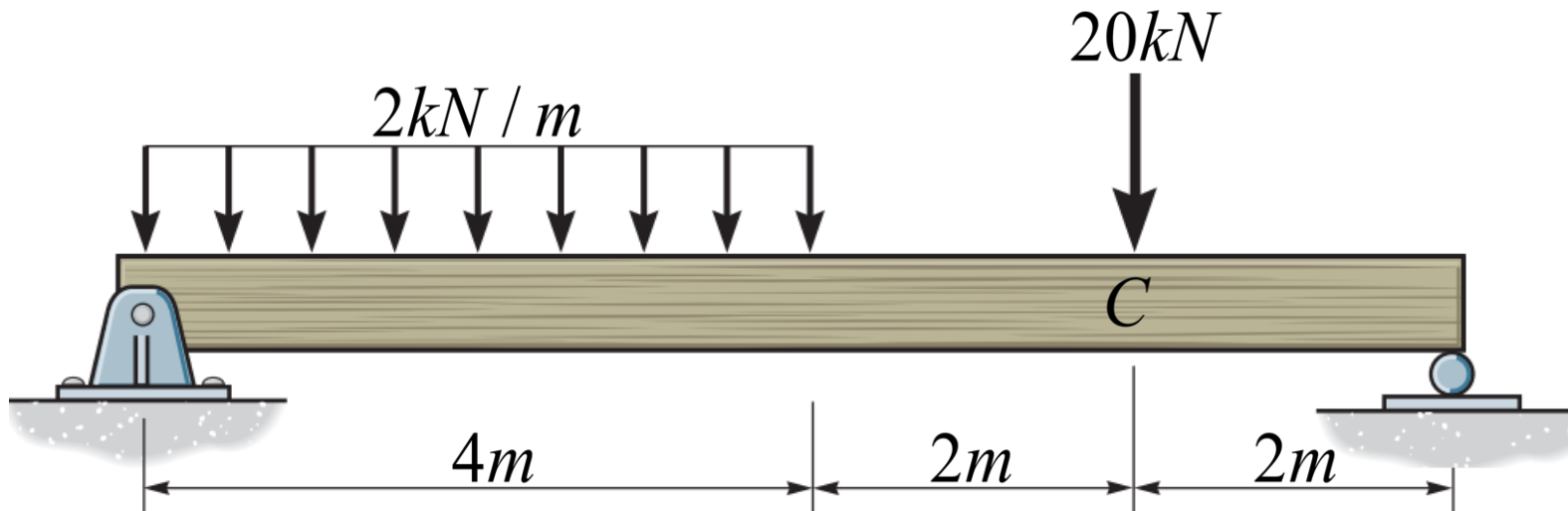
$$\omega_3 = \frac{1}{2} 24.2; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{2}$$

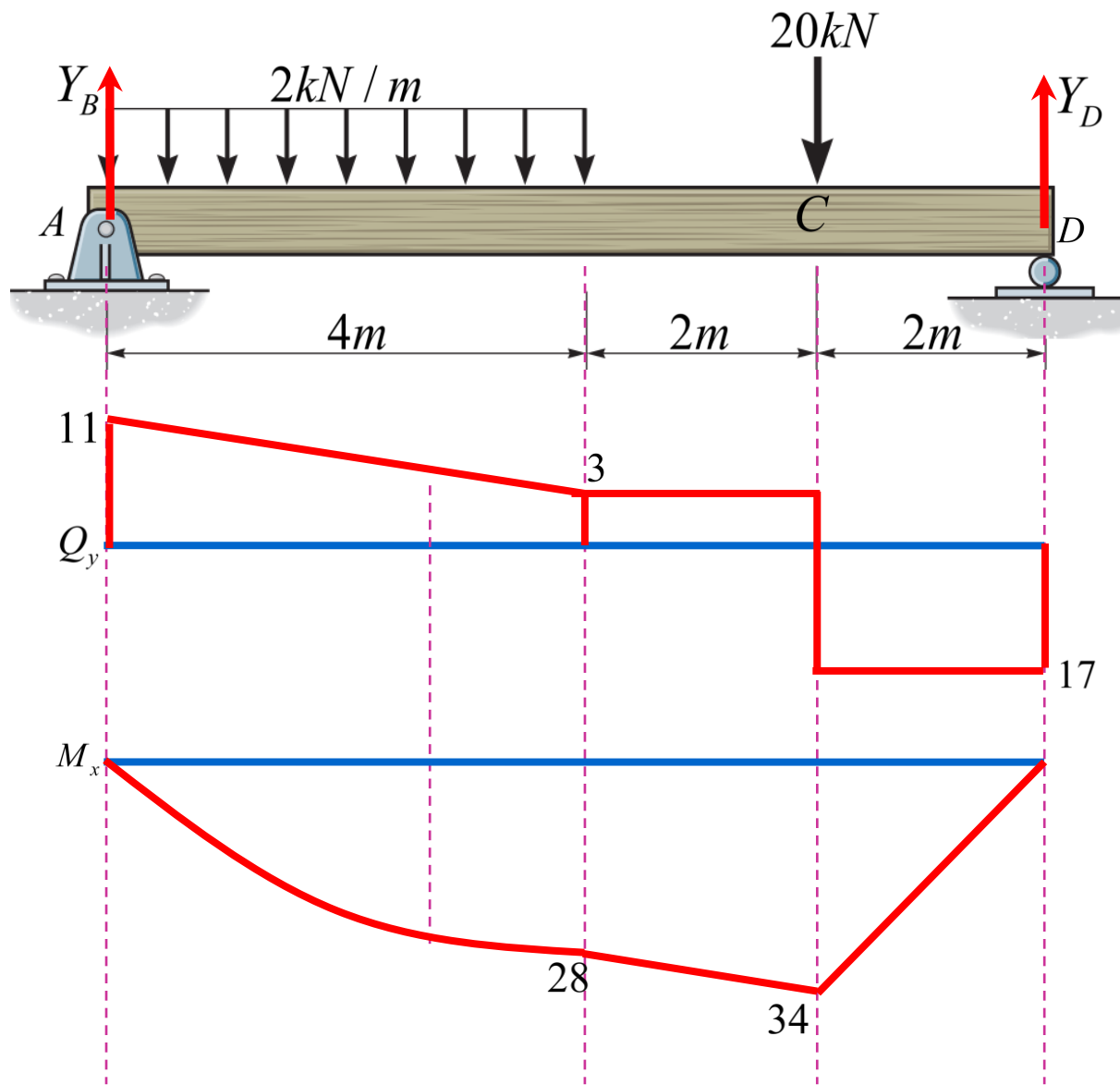
$$\omega_4 = \frac{2}{3} \frac{8.2^2}{8} 2; \quad f_4 = 1m$$



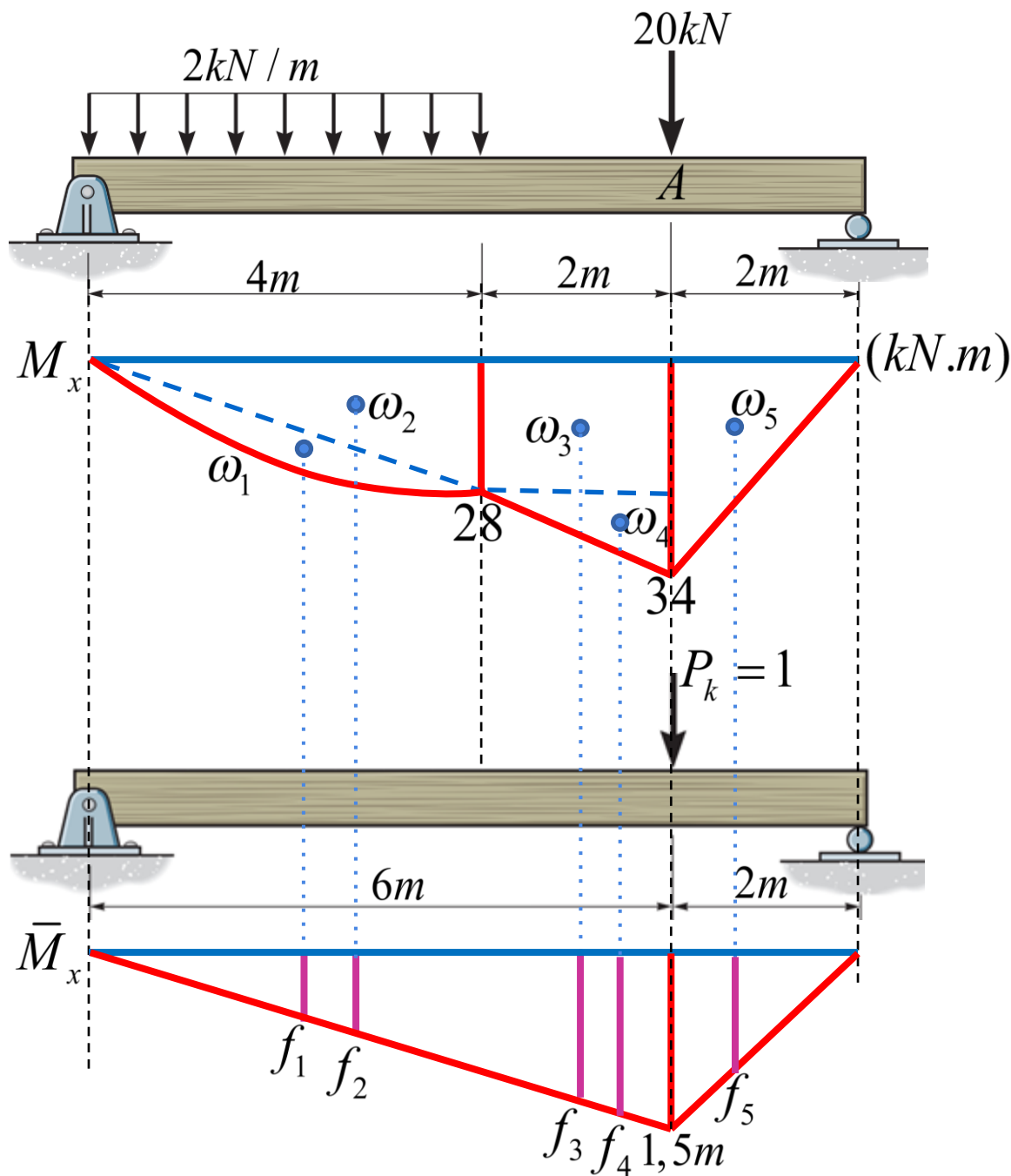
$$\Delta_C = \frac{1}{EI_x} \sum_{i=1}^4 (\omega \cdot f)_i = \frac{10^9}{200.980.10^6} \left(-\frac{128}{3} \cdot 1 + 48 \cdot \frac{4}{3} + 24 \cdot \frac{4}{3} - \frac{16}{3} \cdot 1 \right) = 0,244mm$$

Bài tập : Dầm có $E = 200 \text{ Gpa}$; $J_x = 980.10^6 \text{ mm}^4$. Tính độ võng của dầm tại A.





$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow -2.4 \cdot 2 - 20 \cdot 6 + Y_D \cdot 8 = 0 \Rightarrow Y_D = 17\text{ kN} \\ \sum F_A = 0 \Rightarrow Y_A - 2.4 - 20 + Y_D = 0 \Rightarrow Y_A = 11\text{ kN} \end{cases}$$



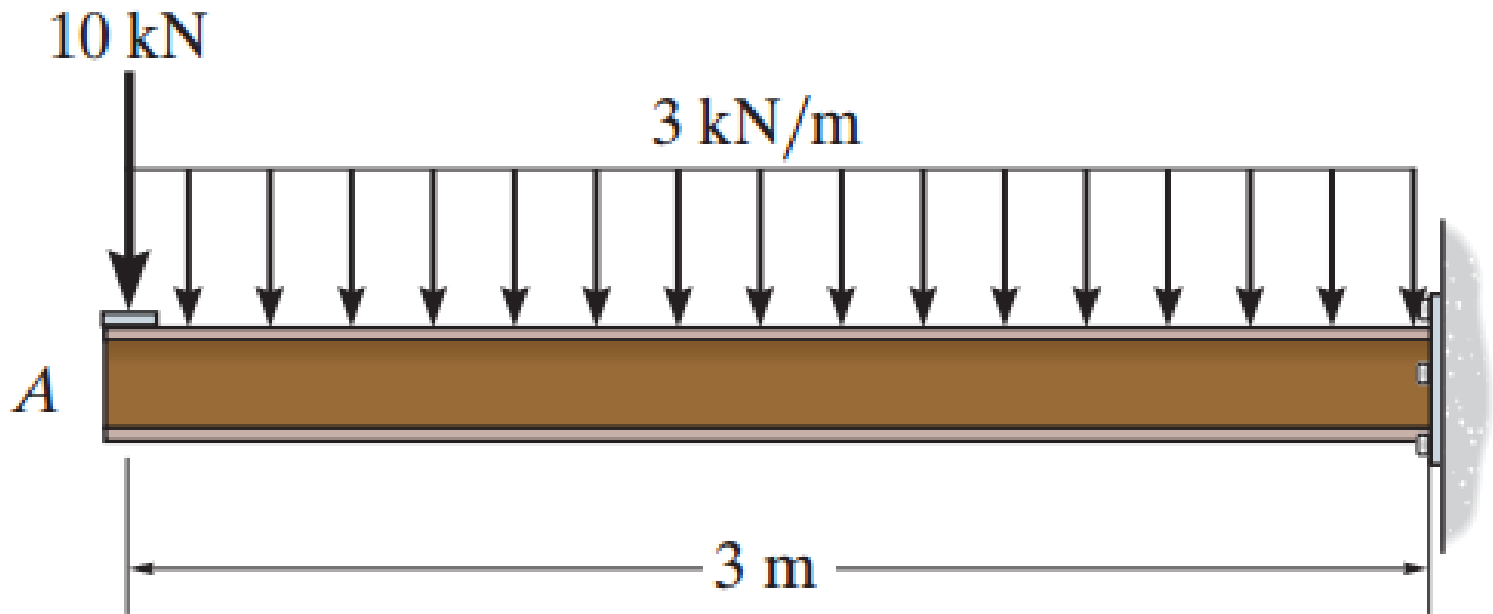
$$\omega_1 = \frac{1}{2} 12.2; \quad \frac{f_1}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{2}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} 12.4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{2 + \frac{2}{3} 4}{6}$$

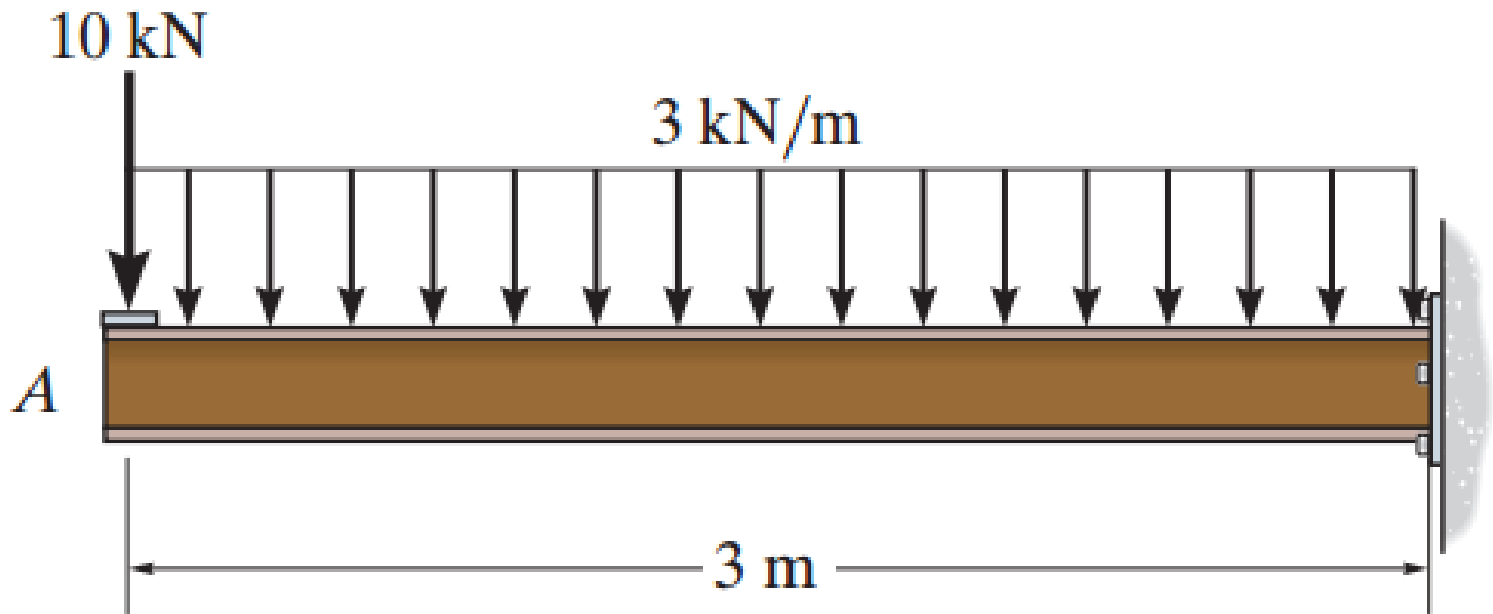
$$\omega_3 = \frac{1}{2} 36.4; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{2 + \frac{1}{3} 4}{6}$$

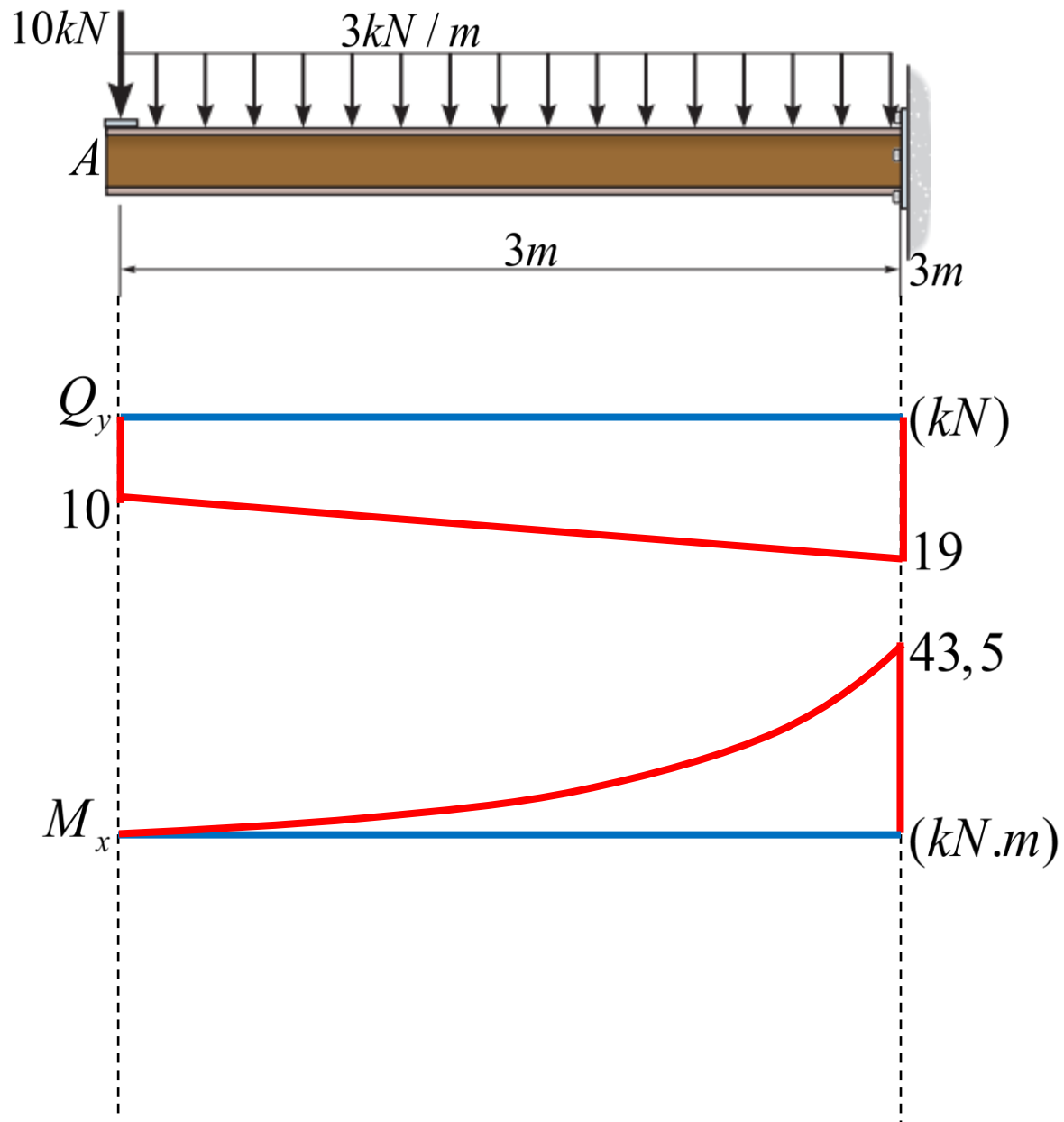
$$\omega_4 = \frac{1}{2} 36.2; \quad \frac{f_4}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{6}$$

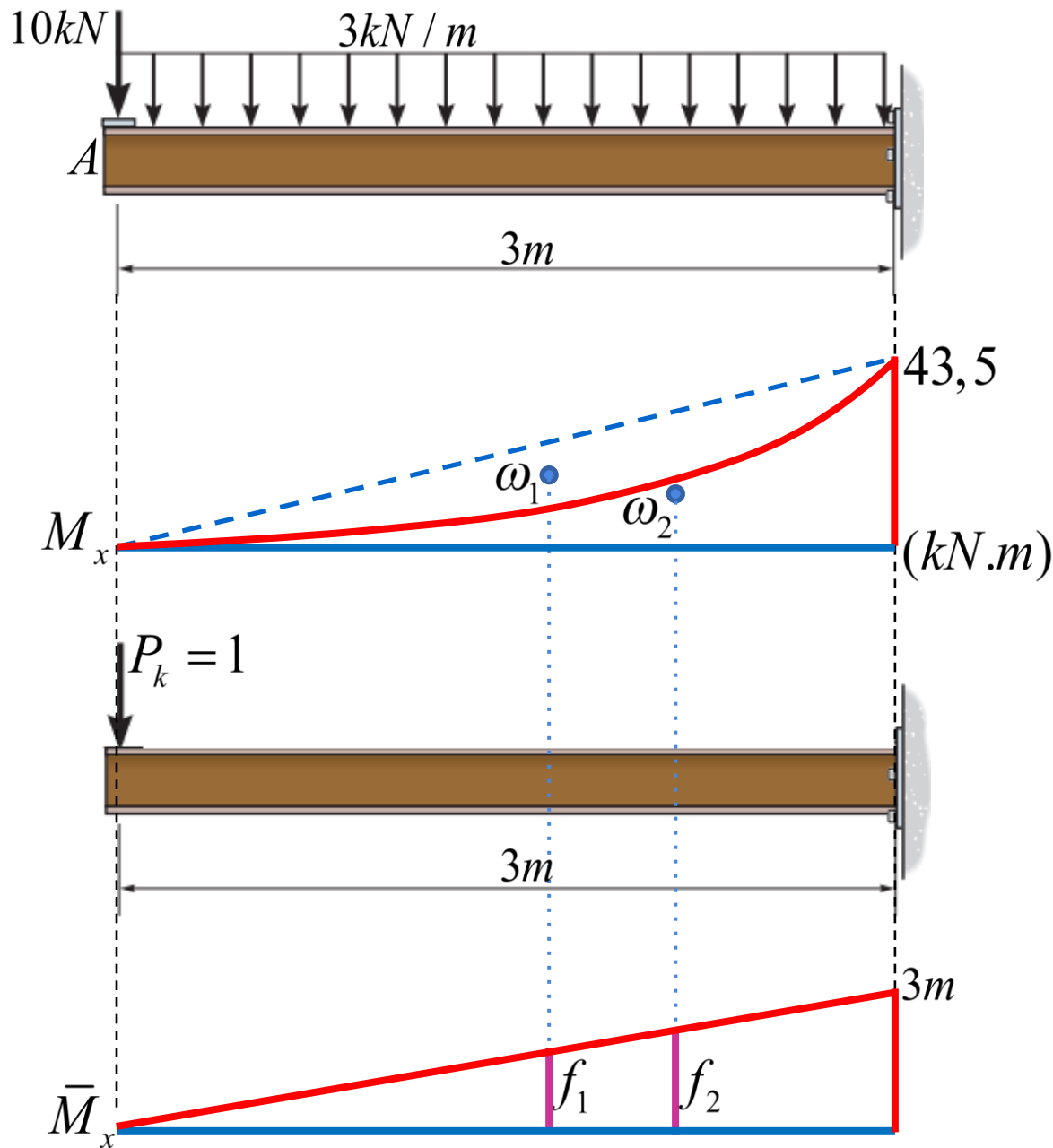
Bài tập : *Dầm thép có $E = 200 \text{ Gpa}$; $J_x = 980.10^6 \text{ mm}^4$. Tính độ võng của dầm tại A.*



Bài tập : *Dầm thép có $E = 200 \text{ Gpa}$; $J_x = 980.10^6 \text{ mm}^4$. Tính độ võng của dầm tại A.*







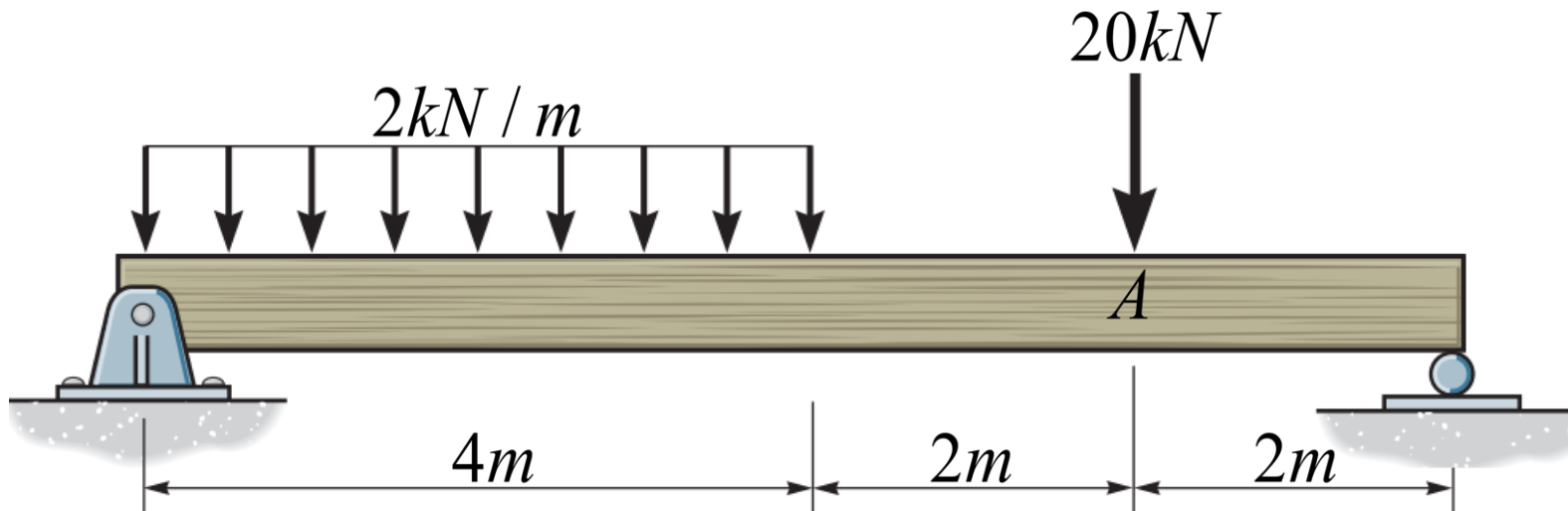
$$\omega_1 = \frac{1}{2} 12.2; \quad f_1 = 1$$

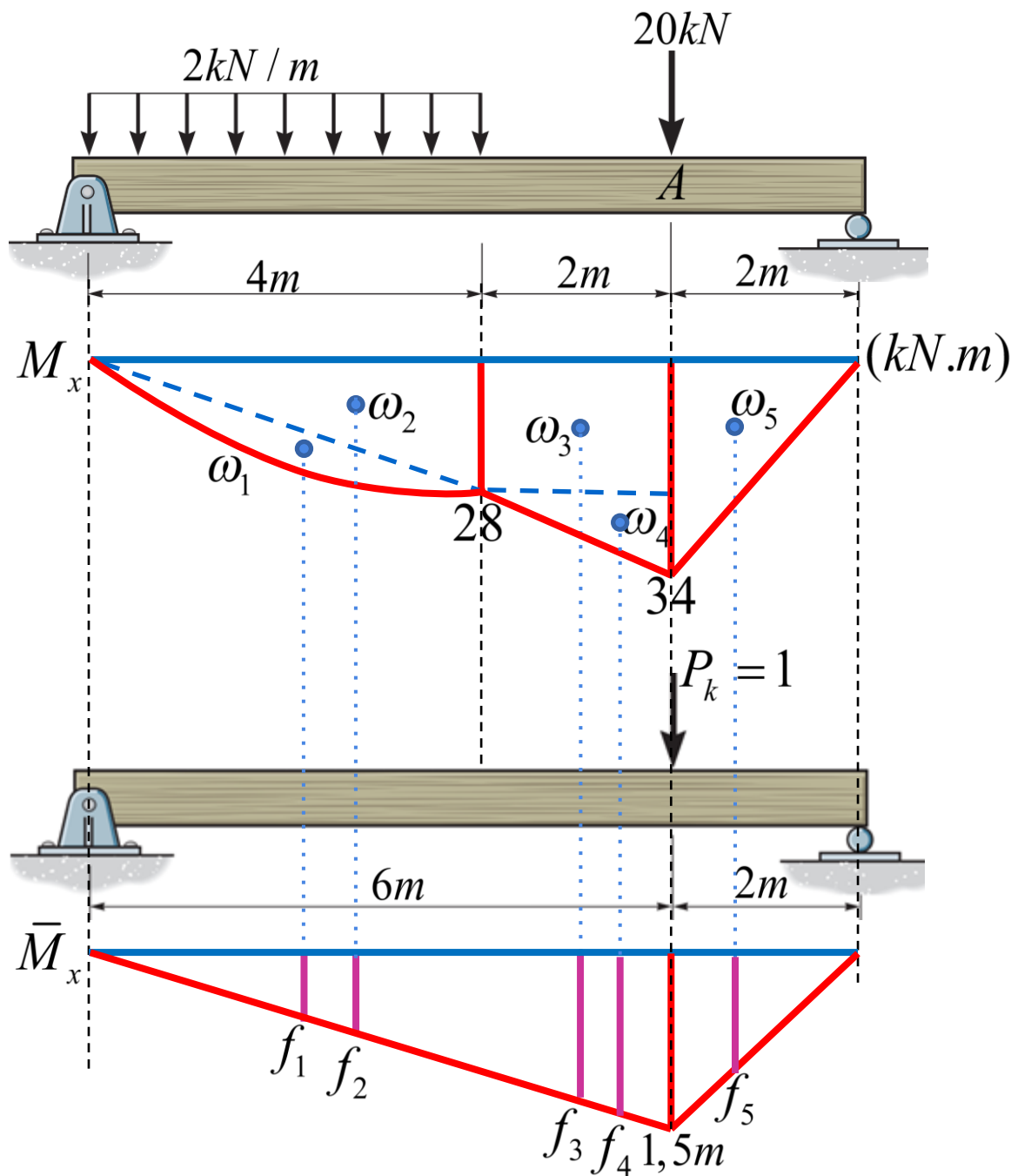
$$\omega_2 = \frac{1}{2} 12.4; \quad \frac{f_2}{1} = \frac{2 + \frac{2}{3} 4}{6}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} 36.4; \quad \frac{f_3}{1} = \frac{2 + \frac{1}{3} 4}{6}$$

$$\omega_4 = \frac{1}{2} 36.2; \quad \frac{f_4}{1} = \frac{\frac{2}{3} 2}{6}$$

Bài tập : Dầm thép có $E = 200 \text{ Gpa}$; $J_x = 980.10^6 \text{ mm}^4$. Tính độ võng của dầm tại A.





$$\omega_1 = \frac{1}{2} 12.2; \quad \frac{f_1}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{2}$$

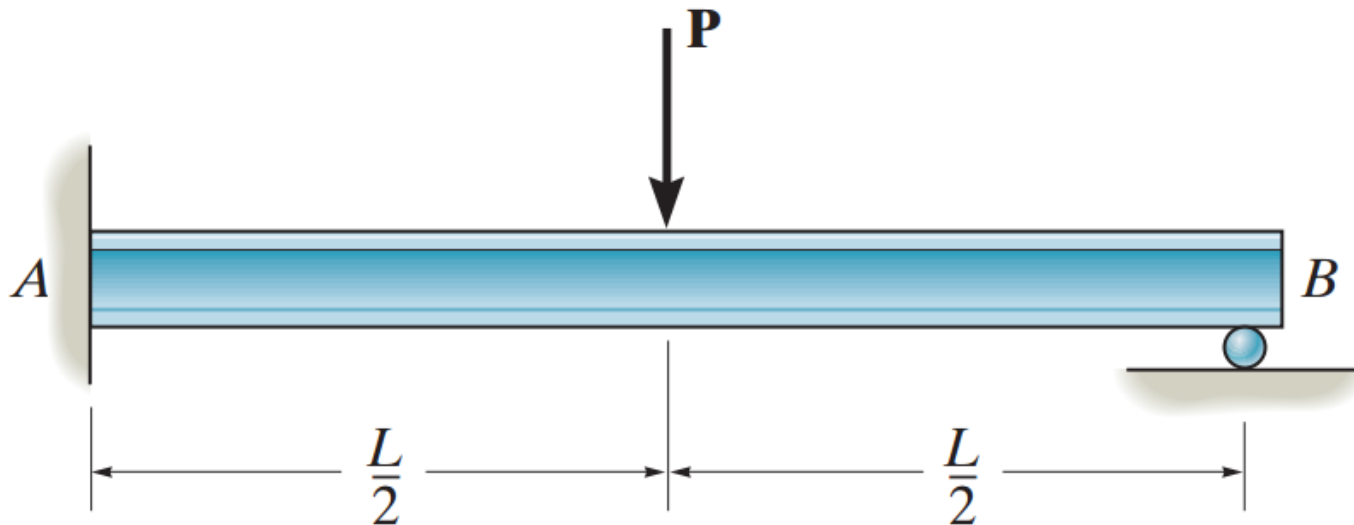
$$\omega_2 = \frac{1}{2} 12.4; \quad \frac{f_2}{2} = \frac{2 + \frac{2}{3} 4}{6}$$

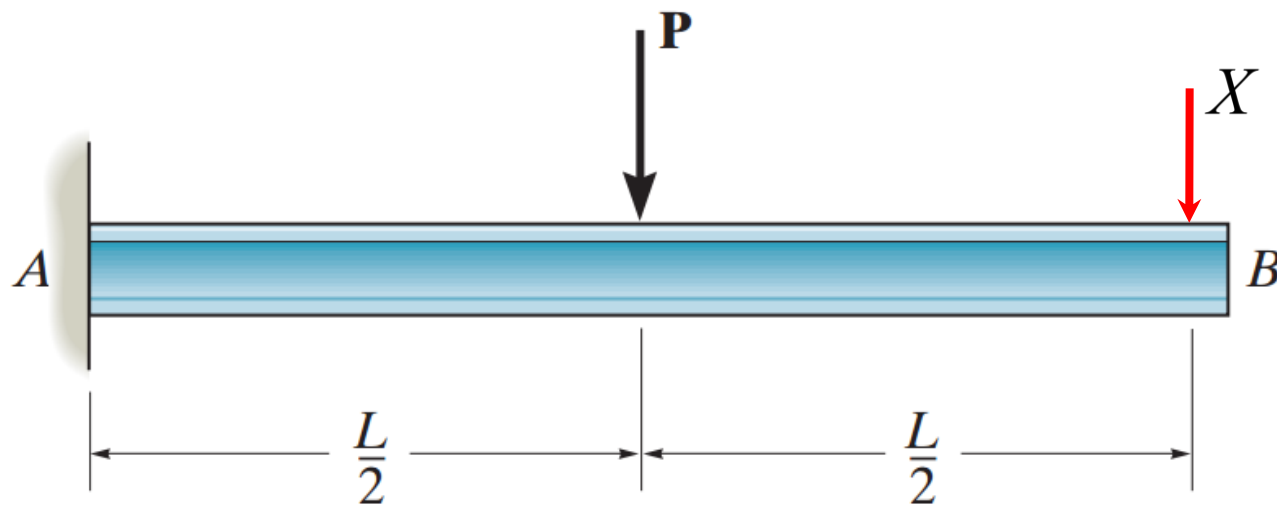
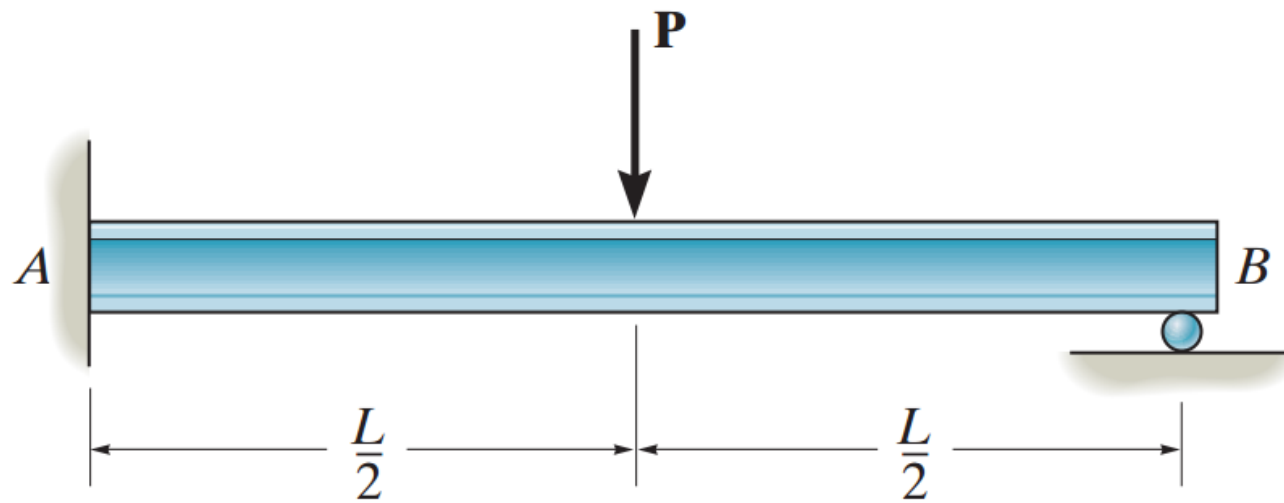
$$\omega_3 = \frac{1}{2} 36.4; \quad \frac{f_3}{2} = \frac{2 + \frac{1}{3} 4}{6}$$

$$\omega_4 = \frac{1}{2} 36.2; \quad \frac{f_4}{2} = \frac{\frac{2}{3} 2}{6}$$

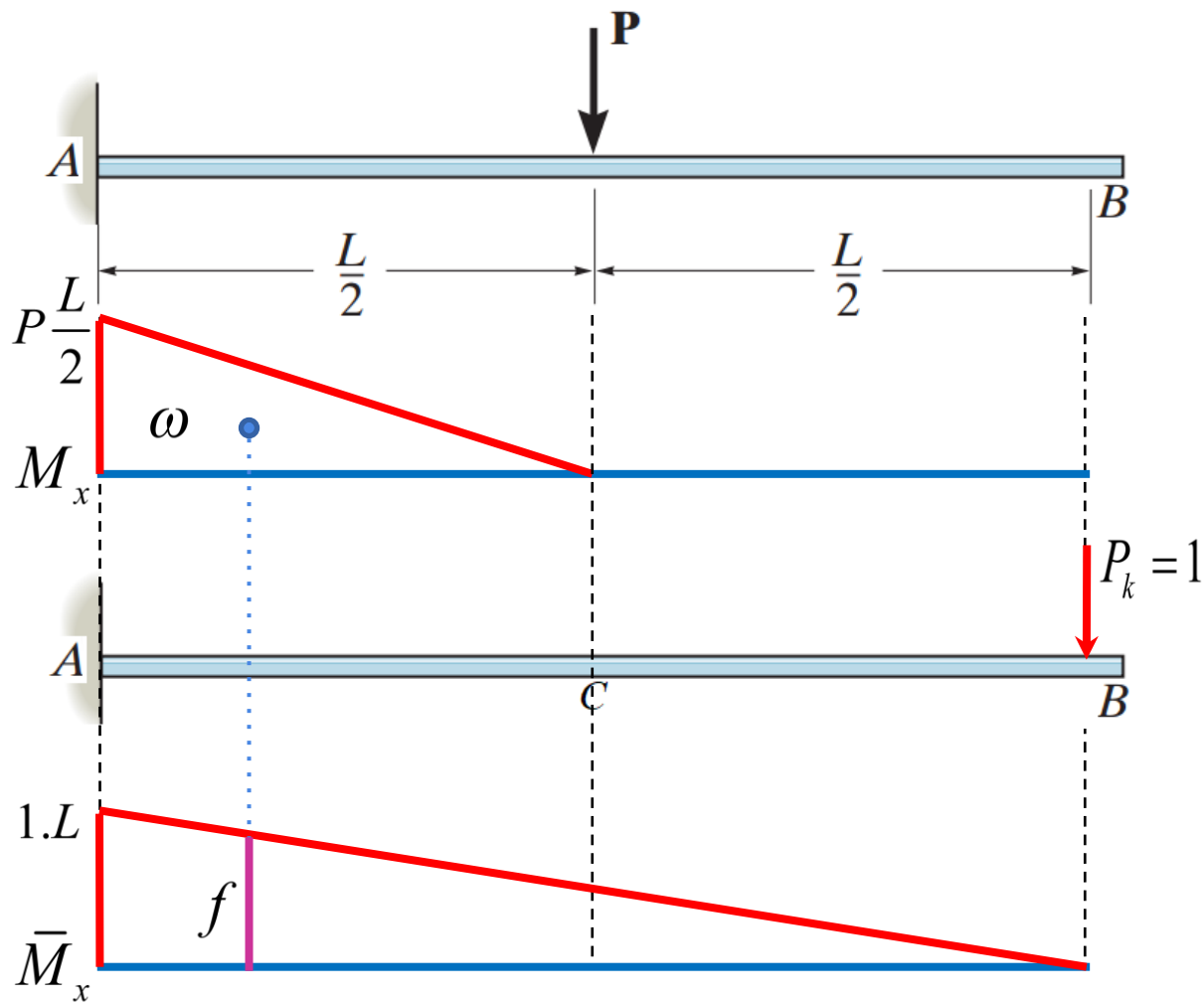
Bài tập : Dầm có $EI_x = \text{const.}$

- * Xác định phản lực tại B .
- * Vẽ biểu đồ Q_y, M_x cho dầm.





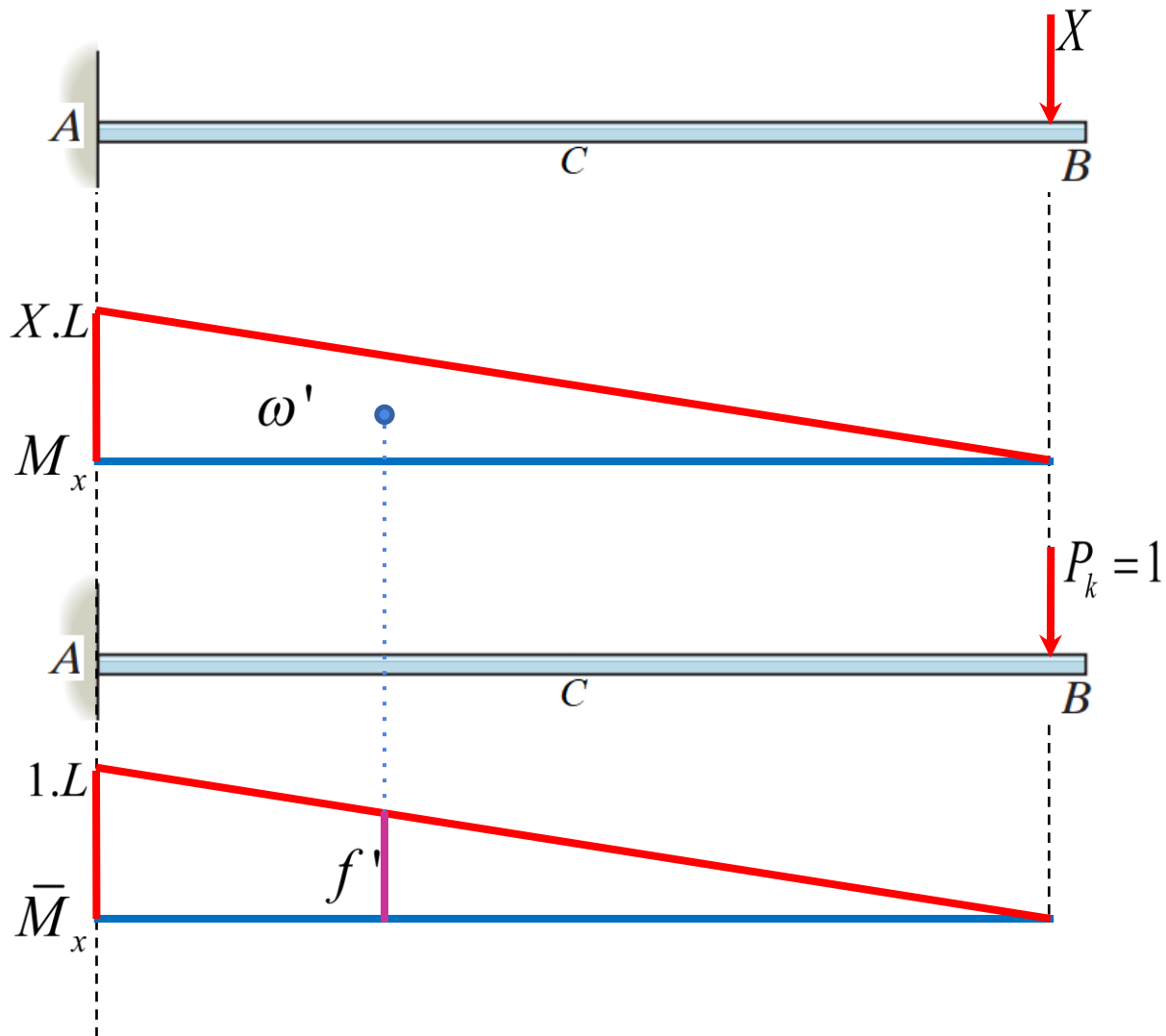
$$\Delta_B = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta_B^P + \Delta_B^X = 0$$



$$\omega = \frac{1}{2} \frac{PL}{2} L$$

$$\frac{f}{L} = \frac{\frac{L}{2} + \frac{2}{3} \frac{L}{2}}{L}$$

$$\Delta_B^P = \frac{1}{EI_x} \frac{PL^2}{4} \cdot \frac{5}{6} L = \frac{5}{24} \frac{PL^3}{EI_x}$$



$$\omega' = \frac{1}{2} XL.L$$

$$\frac{f'}{L} = \frac{\frac{2}{3}L}{L}$$

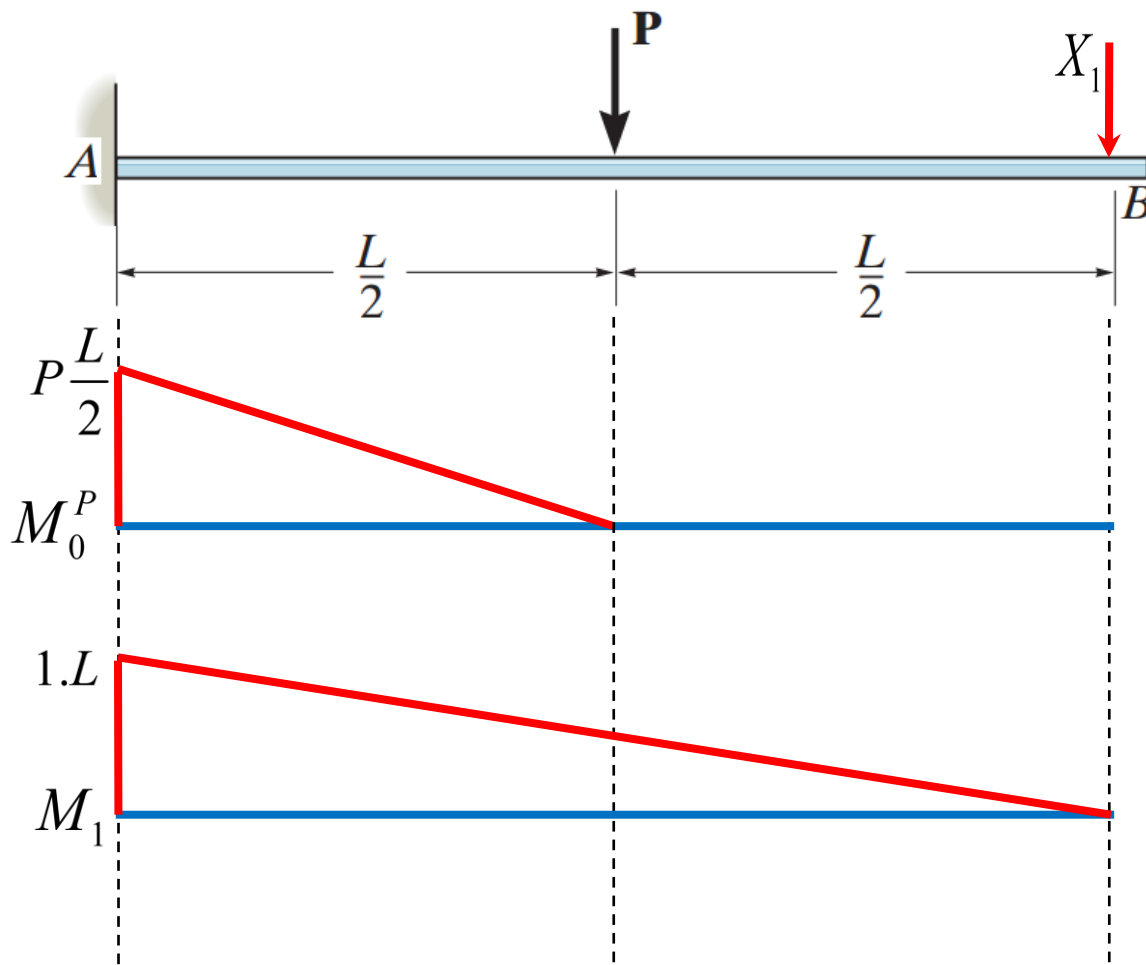
$$\Delta_B^X = \frac{1}{EI_x} \frac{XL^2}{2} \cdot \frac{2}{3} L = \frac{1}{3} \frac{XL^3}{EI_x}$$

$$\Delta_B^P = \frac{1}{EI_x} \frac{PL^2}{4} \cdot \frac{5}{6} L = \frac{5}{24} \frac{PL^3}{EI_x}$$

$$\Delta_B^X = \frac{1}{EI_x} \frac{XL^2}{2} \cdot \frac{2}{3} L = \frac{1}{3} \frac{XL^3}{EI_x}$$

$$\Delta_B^P + \Delta_B^X = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{24} \frac{PL^3}{EI_x} + \frac{1}{3} \frac{XL^3}{EI_x} = 0$$

$$\Rightarrow X = -\frac{5}{8} P$$

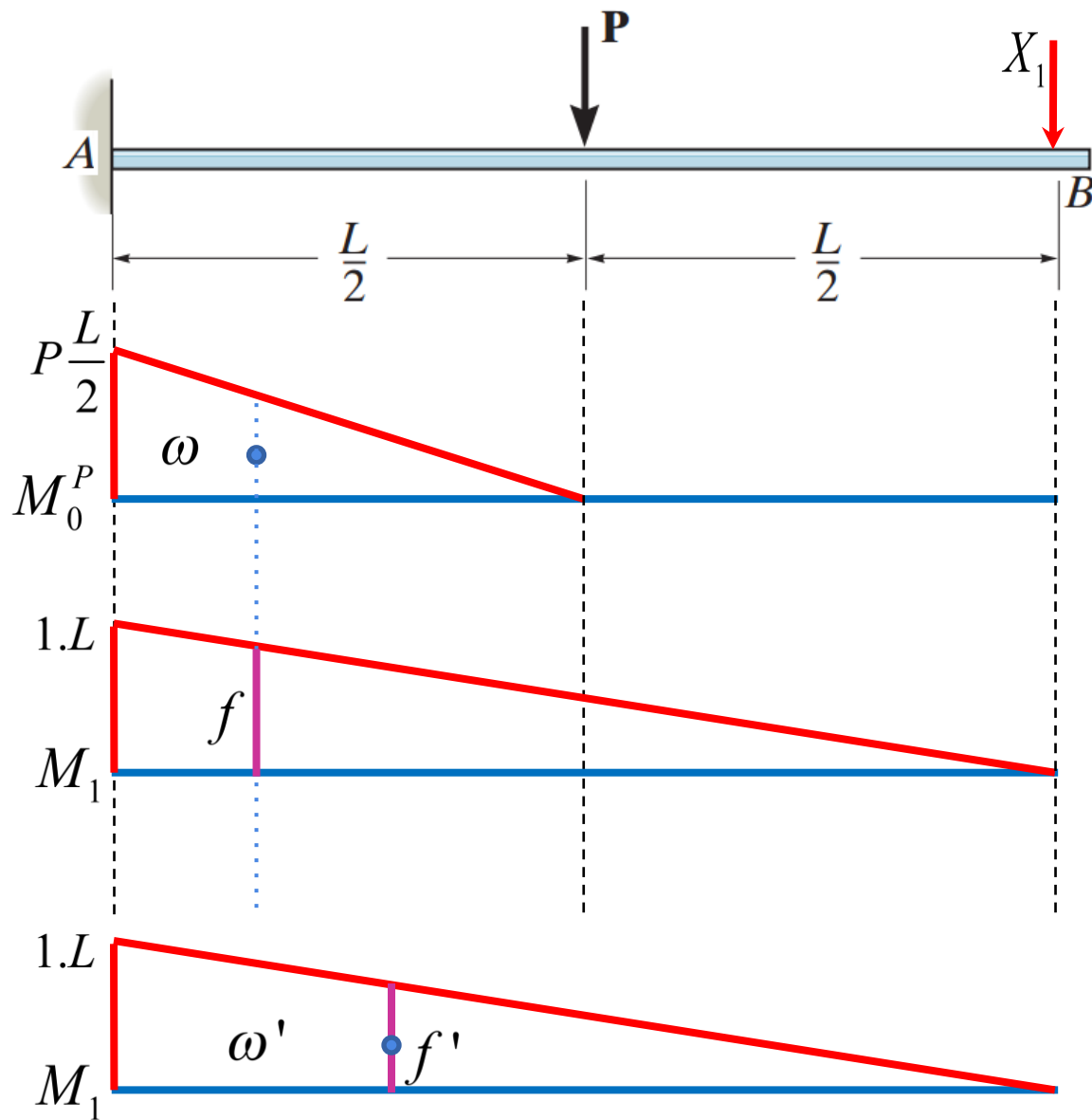


B1: Chọn hệ cơ bản

M_0^P : Biểu đồ mô men
uốn do tải trọng gây ra

M_1 : Biểu đồ mô men
uốn do $X_1 = 1$ gây ra

B2: Phương trình chính tắc: $\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$



$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$$

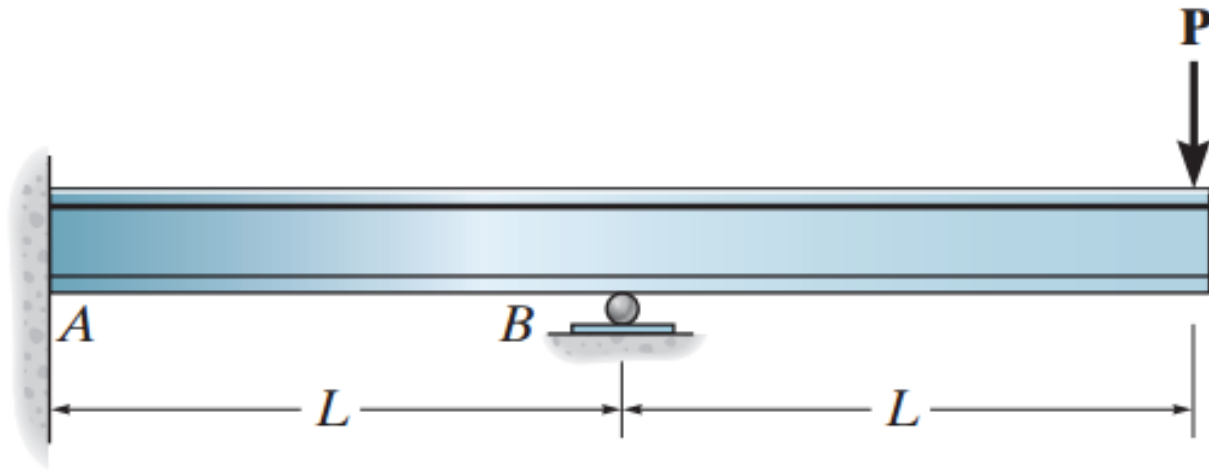
$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \frac{\omega \cdot f}{EI_x} \\ &= \frac{1}{EI_x} \frac{PL^2}{4} \cdot \frac{5}{6} L = \frac{5}{24} \frac{PL^3}{EI_x} \end{aligned}$$

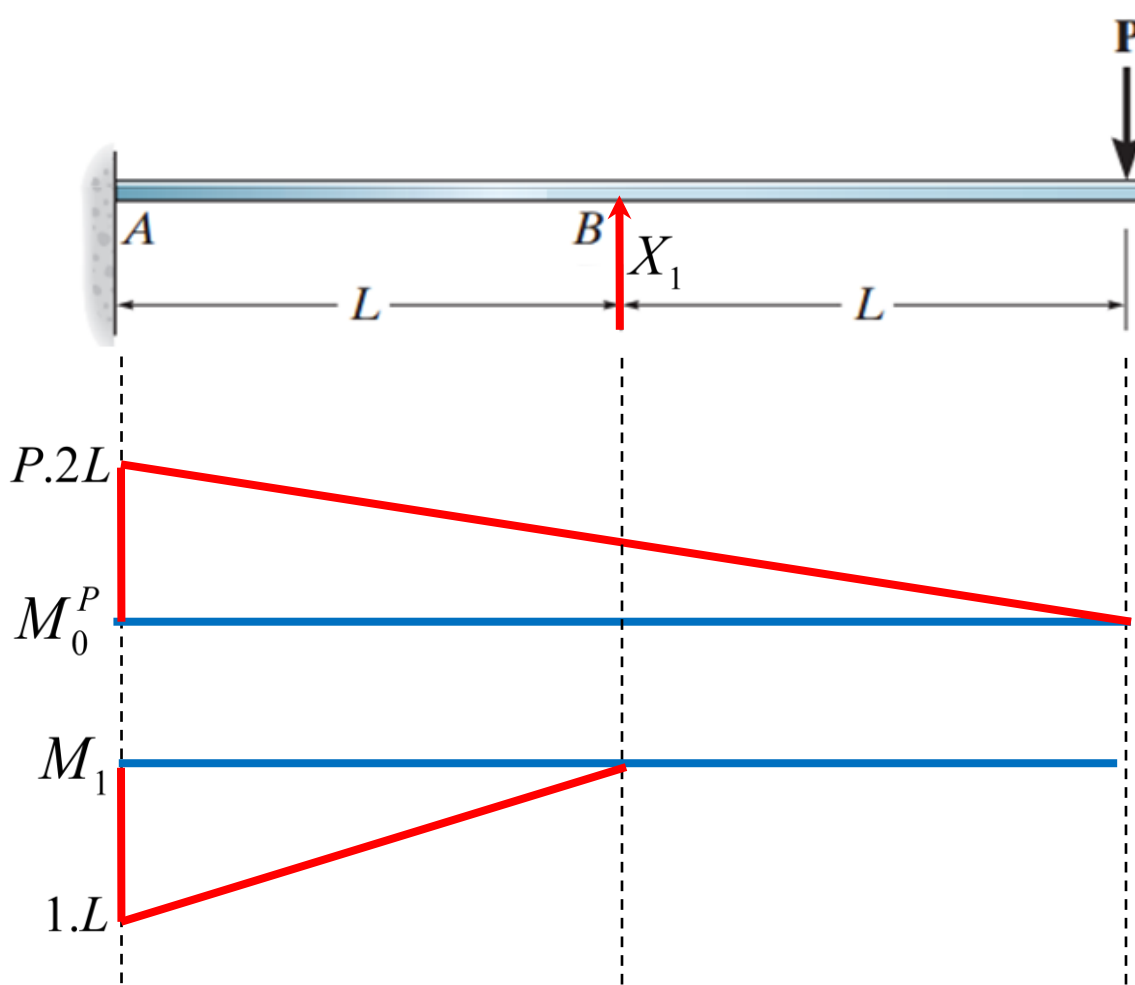
$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{\omega' \cdot f'}{EI_x} \\ &= \frac{1}{EI_x} \frac{XL^2}{2} \cdot \frac{2}{3} L = \frac{1}{3} \frac{XL^3}{EI_x} \end{aligned}$$

$$(*) \Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = -\frac{5}{8} P$$

Bài tập : Dầm có $EI_x = \text{const.}$

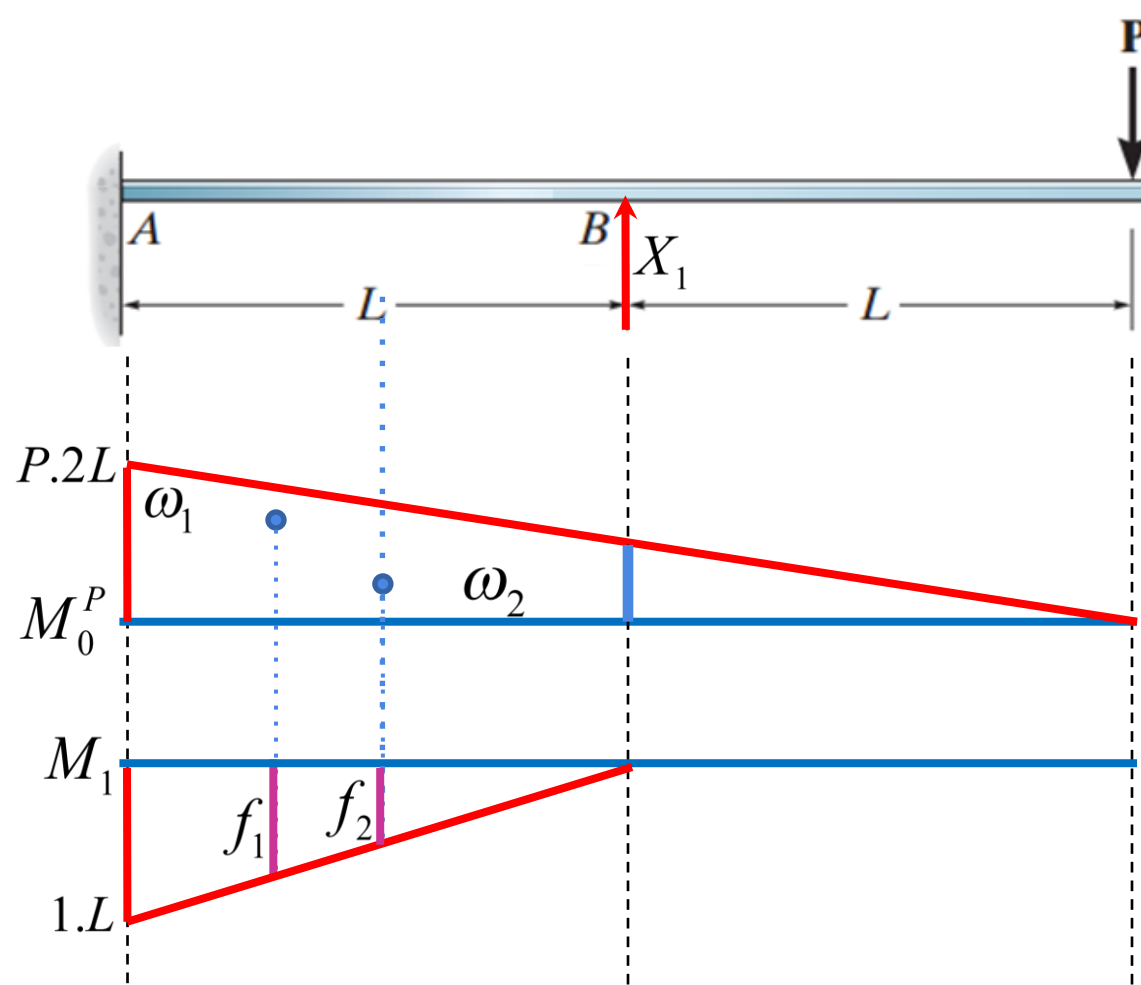
- * Xác định phản lực tại B .
- * Vẽ biểu đồ Q_y , M_x cho dầm.





B1: Chọn hệ cơ bản

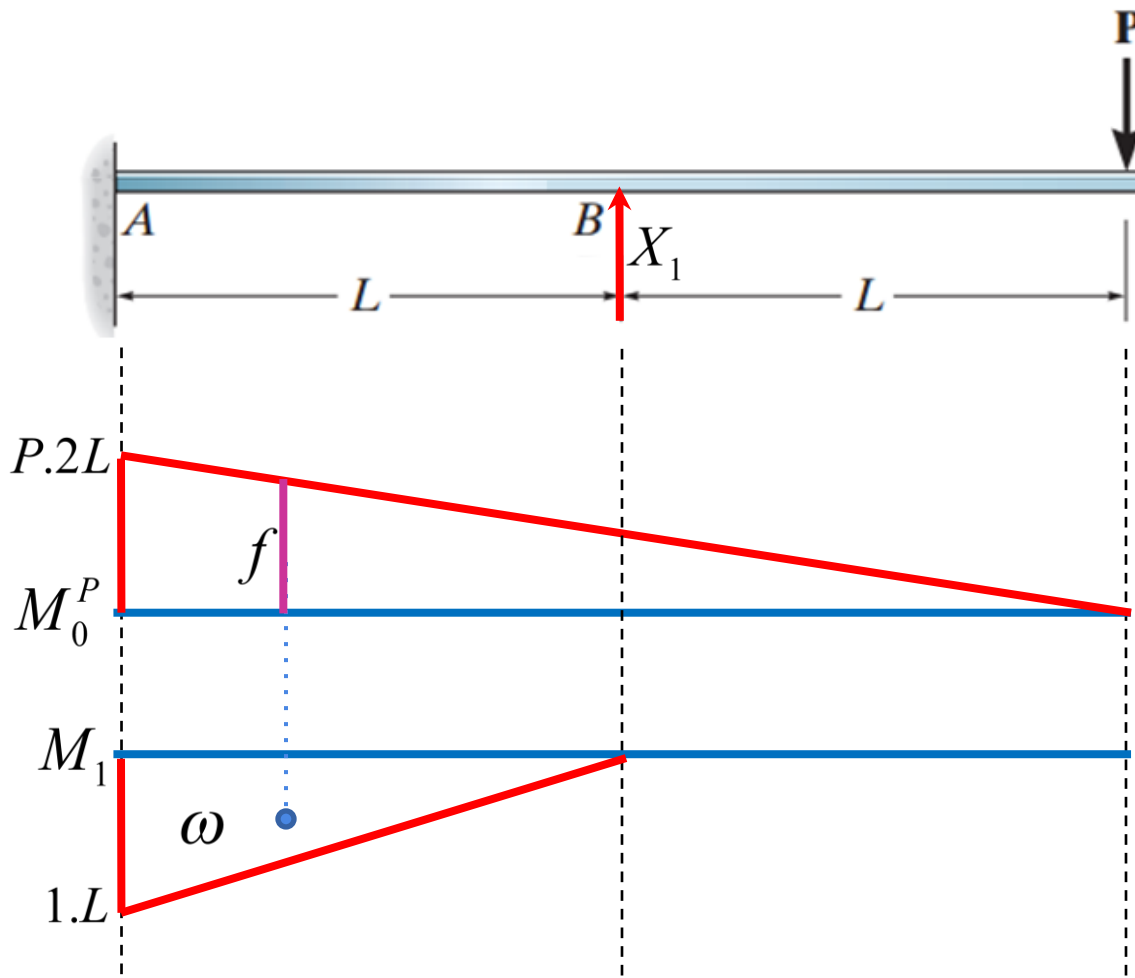
B2: Phương trình chính tắc: $\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$



$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\omega \cdot f}{EI_x} \right)_i \\ &= \frac{-1}{EI_x} \left(\frac{PL^2}{2} \cdot \frac{2}{3} L + PL^2 \cdot \frac{1}{2} L \right) \\ &= -\frac{5}{6} \frac{PL^3}{EI_x} \end{aligned}$$

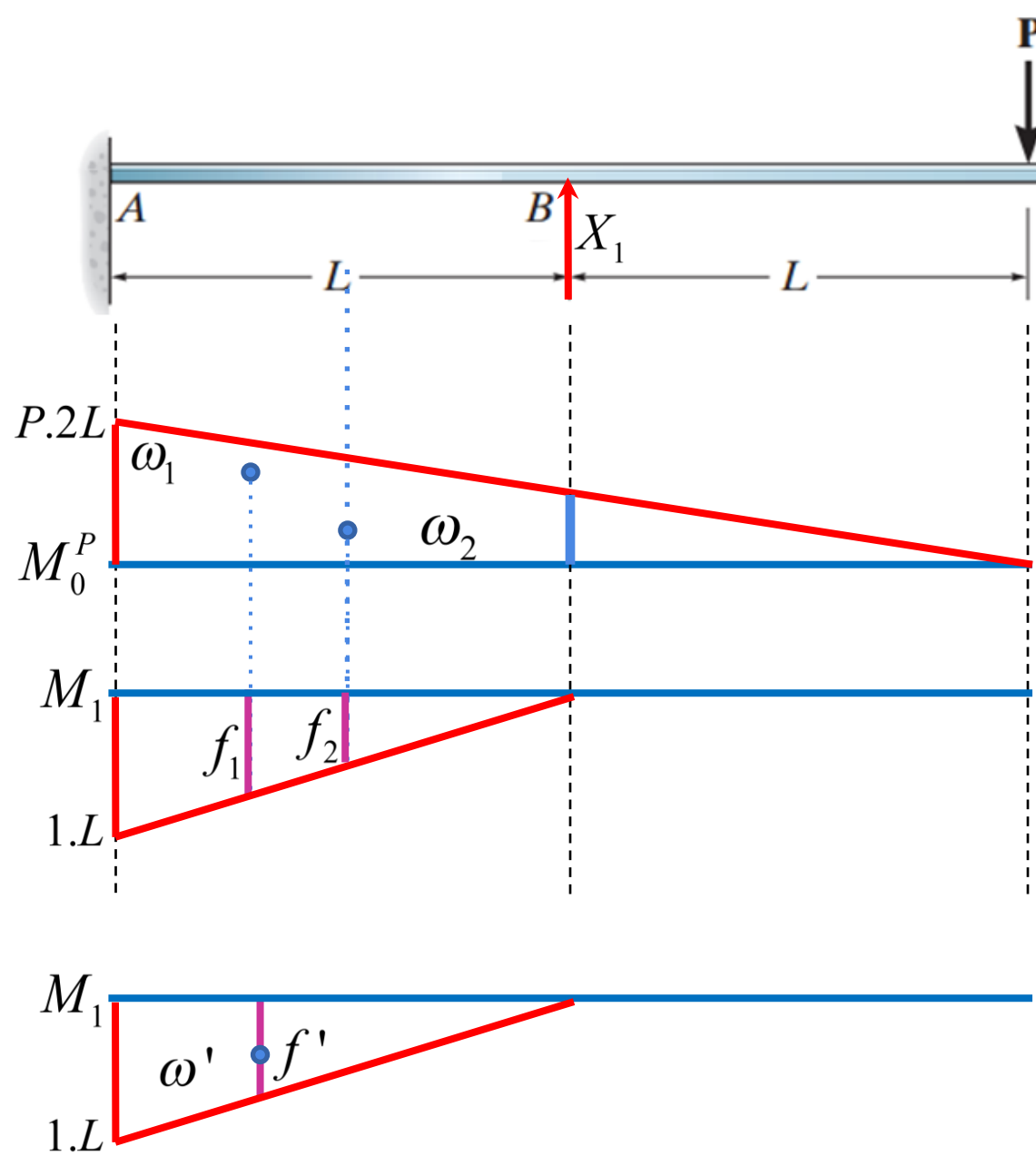
$$\omega_1 = \frac{1}{2} PL \cdot L; \frac{f_1}{L} = \frac{\frac{2}{3} L}{L}; \omega_2 = PL \cdot L; f_2 = \frac{1}{2} L$$



$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \frac{\omega \cdot f}{EI_x} \\ &= \frac{-1}{EI_x} \frac{L^2}{2} \cdot \frac{5}{3} PL \\ &= -\frac{5 PL^3}{6 EI_x} \end{aligned}$$

$$\omega = \frac{1}{2} L \cdot L; \quad \frac{f}{2PL} = \frac{L + \frac{2}{3} L}{2L}$$



$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{5}{6} \frac{PL^3}{EI_x}$$

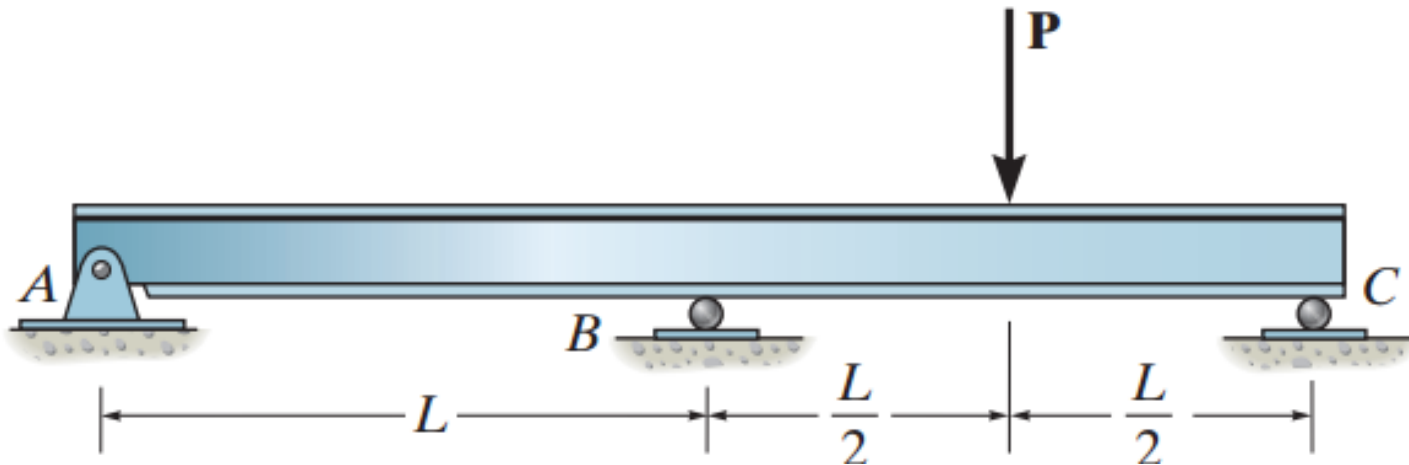
$$\delta_{11} = \frac{\omega' \cdot f'}{EI_x}$$

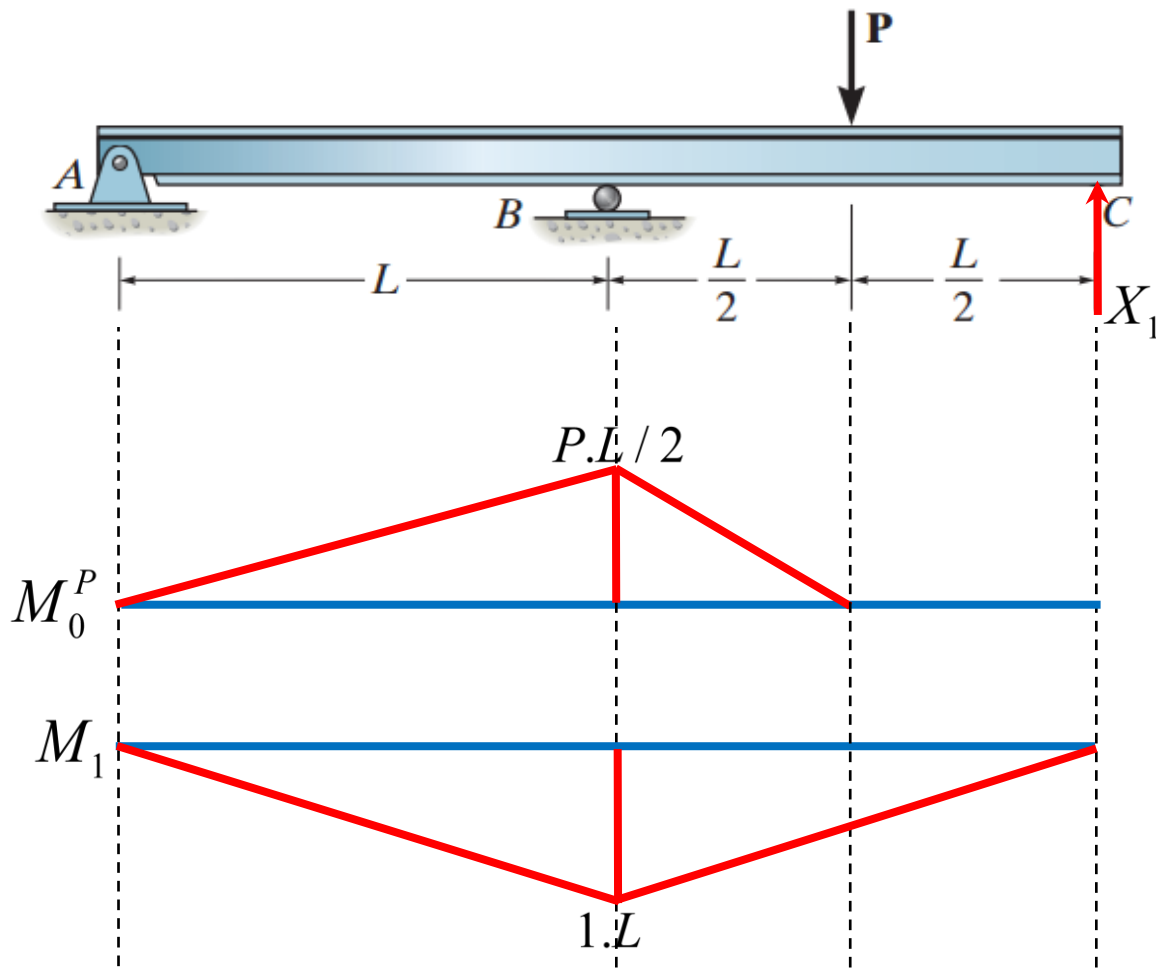
$$\frac{1}{EI_x} \frac{L^2}{2} \cdot \frac{2}{3} L = \frac{1}{3} \frac{L^3}{EI_x}$$

$$(*) \Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{5}{2} P$$

Bài tập : Dầm có $EI_x = \text{const.}$

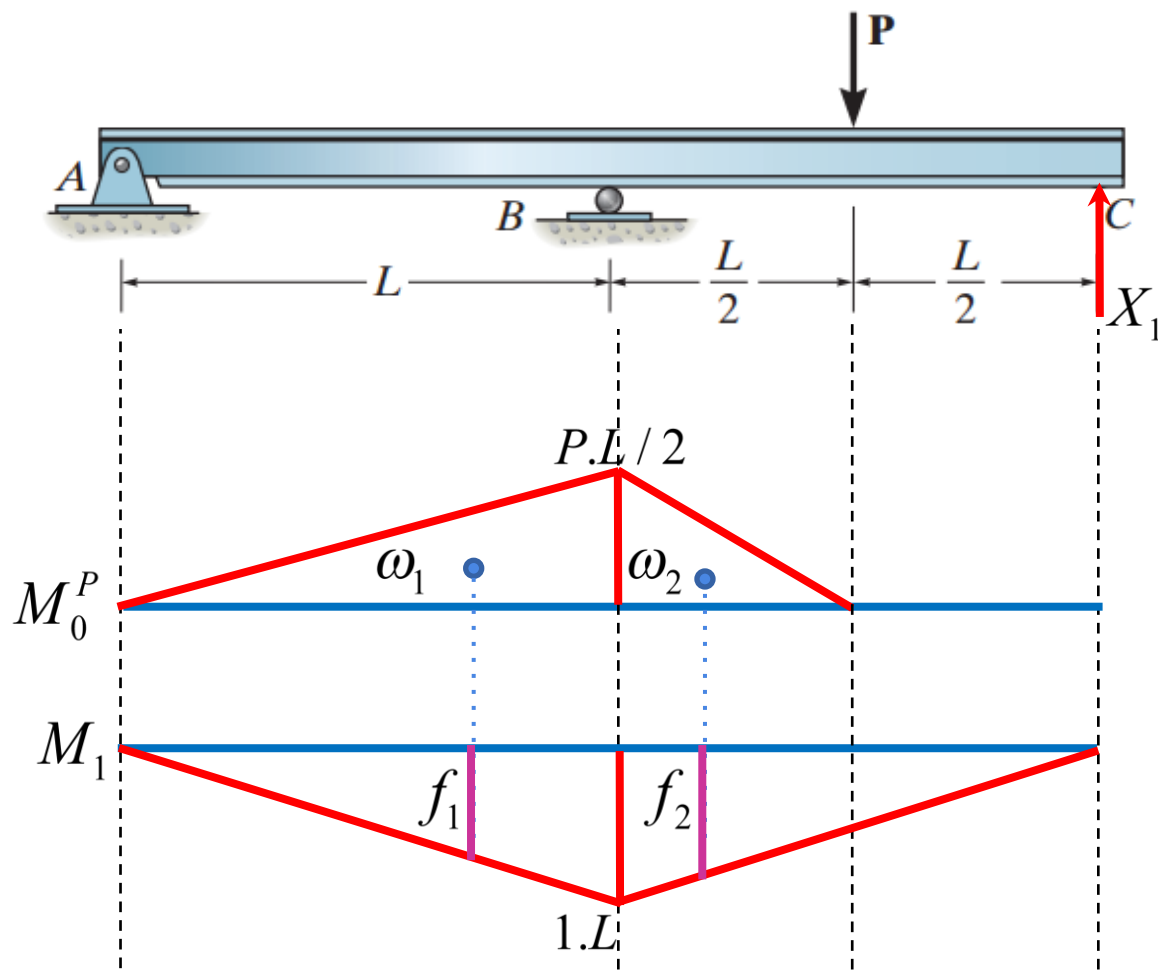
- * Xác định phản lực tại C .
- * Vẽ biểu đồ Q_y , M_x cho dầm.





B1: Chọn hệ cơ bản

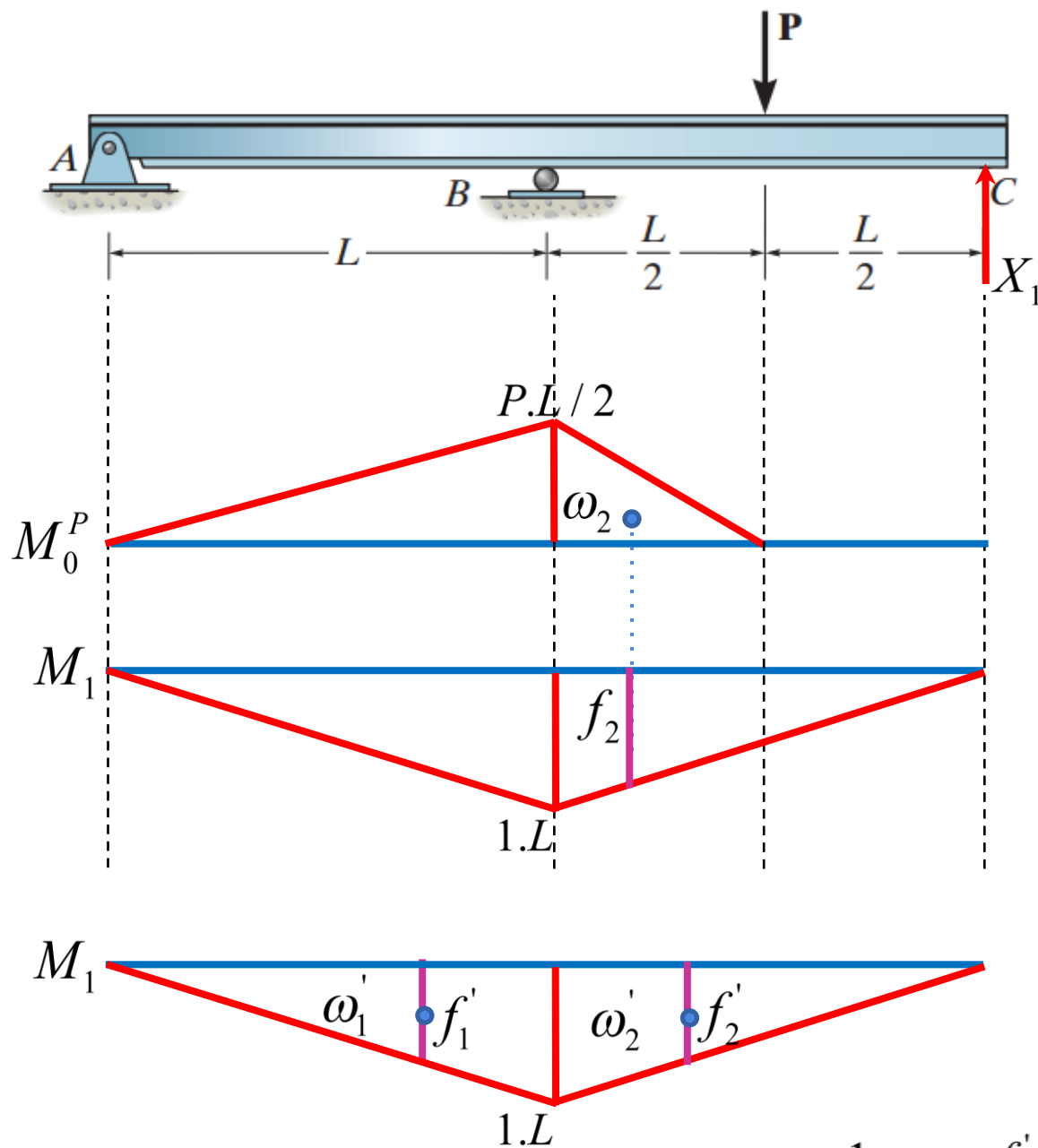
B2: Phương trình chính tắc: $\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$



$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\omega \cdot f}{EI_x} \right)_i \\ &= \frac{-1}{EI_x} \left(\frac{PL^2}{4} \cdot \frac{2}{3} L + \frac{PL^2}{8} \cdot \frac{5}{6} L \right) \\ &= -\frac{13}{48} \frac{PL^3}{EI_x} \end{aligned}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2} \frac{PL}{2} \cdot L; \frac{f_1}{L} = \frac{\frac{2}{3}L}{L}; \omega_2 = \frac{1}{2} \frac{PL}{2} \cdot \frac{L}{2}; \frac{f_2}{L} = \frac{\frac{L}{2} + \frac{2}{3} \frac{L}{2}}{L}$$



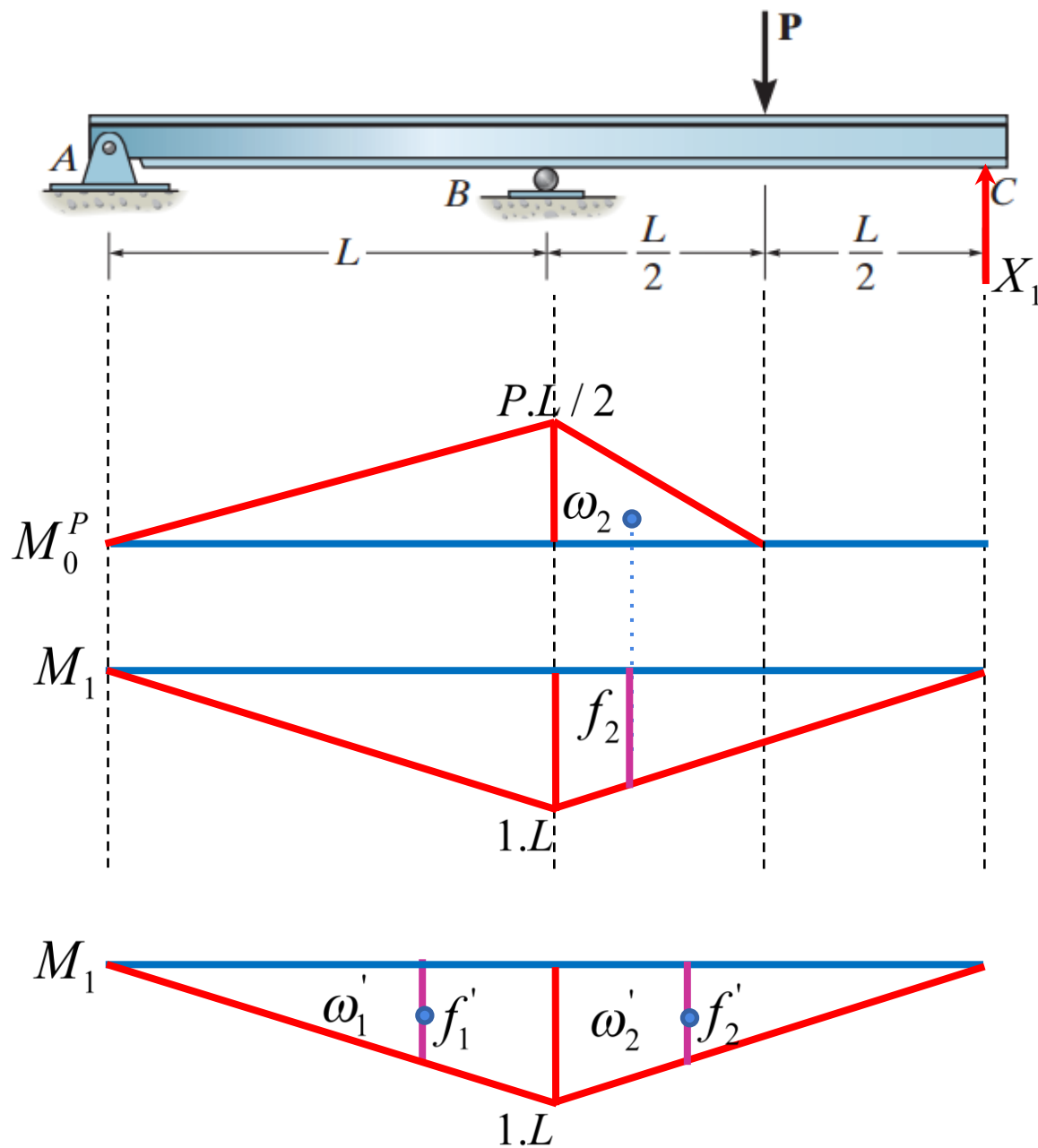
$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{13}{48} \frac{PL^3}{EI_x}$$

$$\delta_{11} = 2 \frac{\omega_1' \cdot f_1'}{EI_x}$$

$$\frac{2}{EI_x} \frac{L^2}{2} \cdot \frac{2}{3} L = \frac{2}{3} \frac{L^3}{EI_x}$$

$$\omega_1' = \frac{1}{2} L \cdot L; \frac{f_1'}{L} = \frac{\frac{2}{3} L}{L}; \omega_2' = \frac{1}{2} L \cdot L; \frac{f_2'}{L} = \frac{\frac{2}{3} L}{L}$$



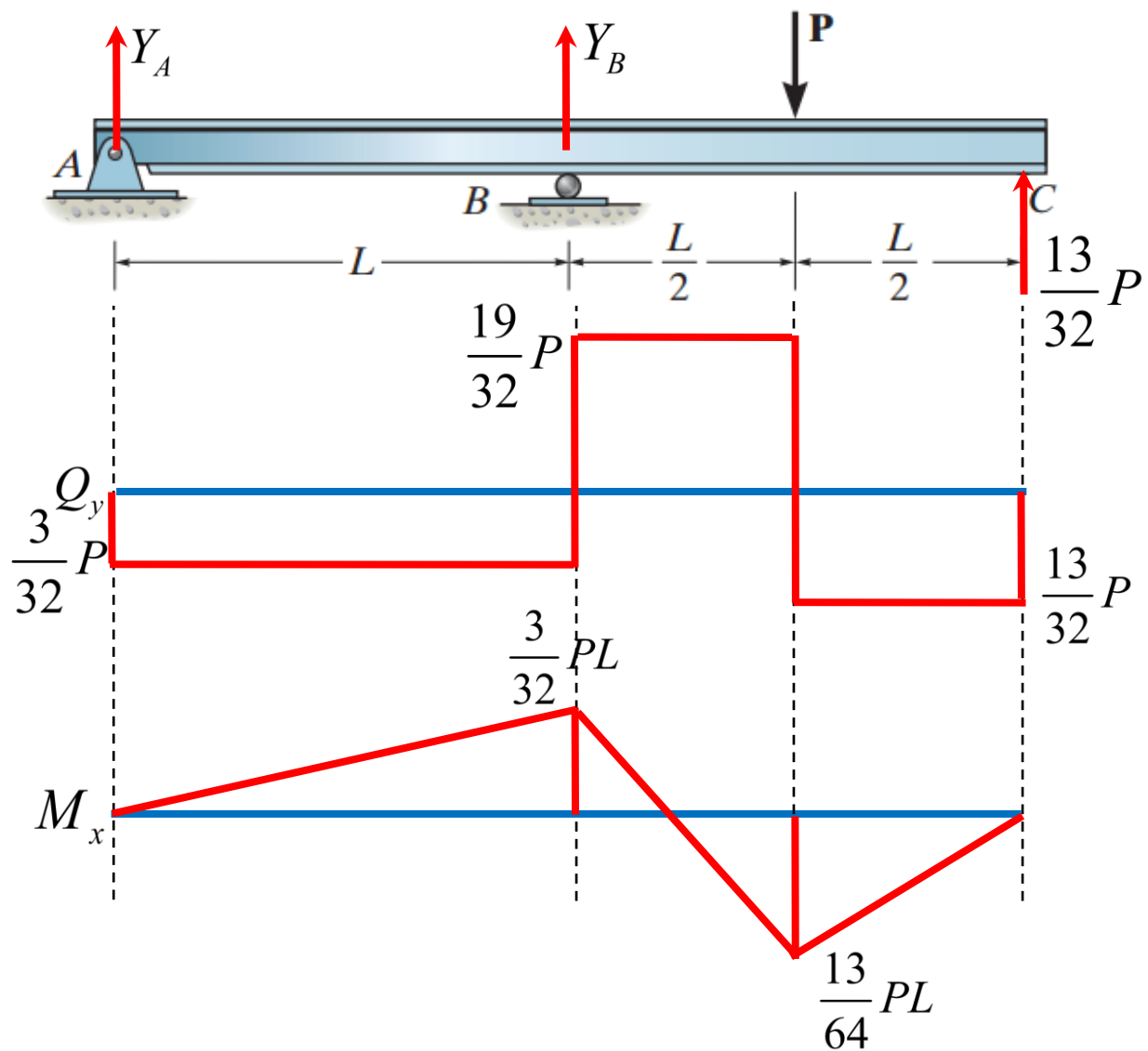
$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{13}{48} \frac{PL^3}{EI_x}$$

$$\delta_{11} = 2 \frac{\omega_1' \cdot f_1'}{EI_x}$$

$$\frac{2}{EI_x} \frac{L^2}{2} \cdot \frac{2}{3} L = \frac{2}{3} \frac{L^3}{EI_x}$$

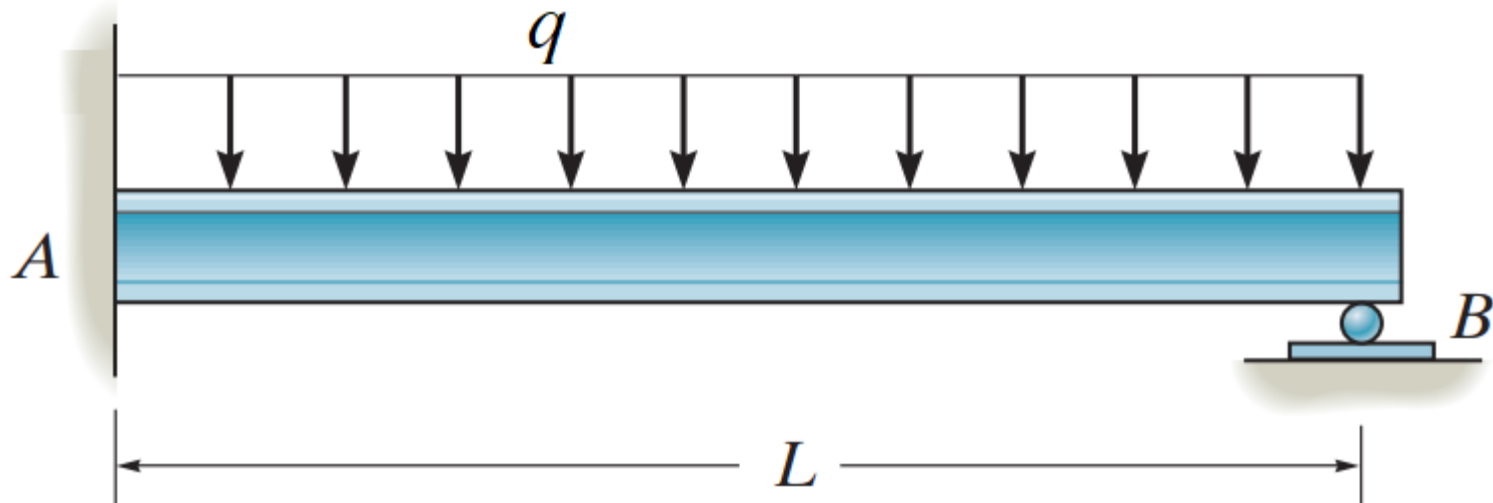
$$(*) \Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{13}{32} P$$

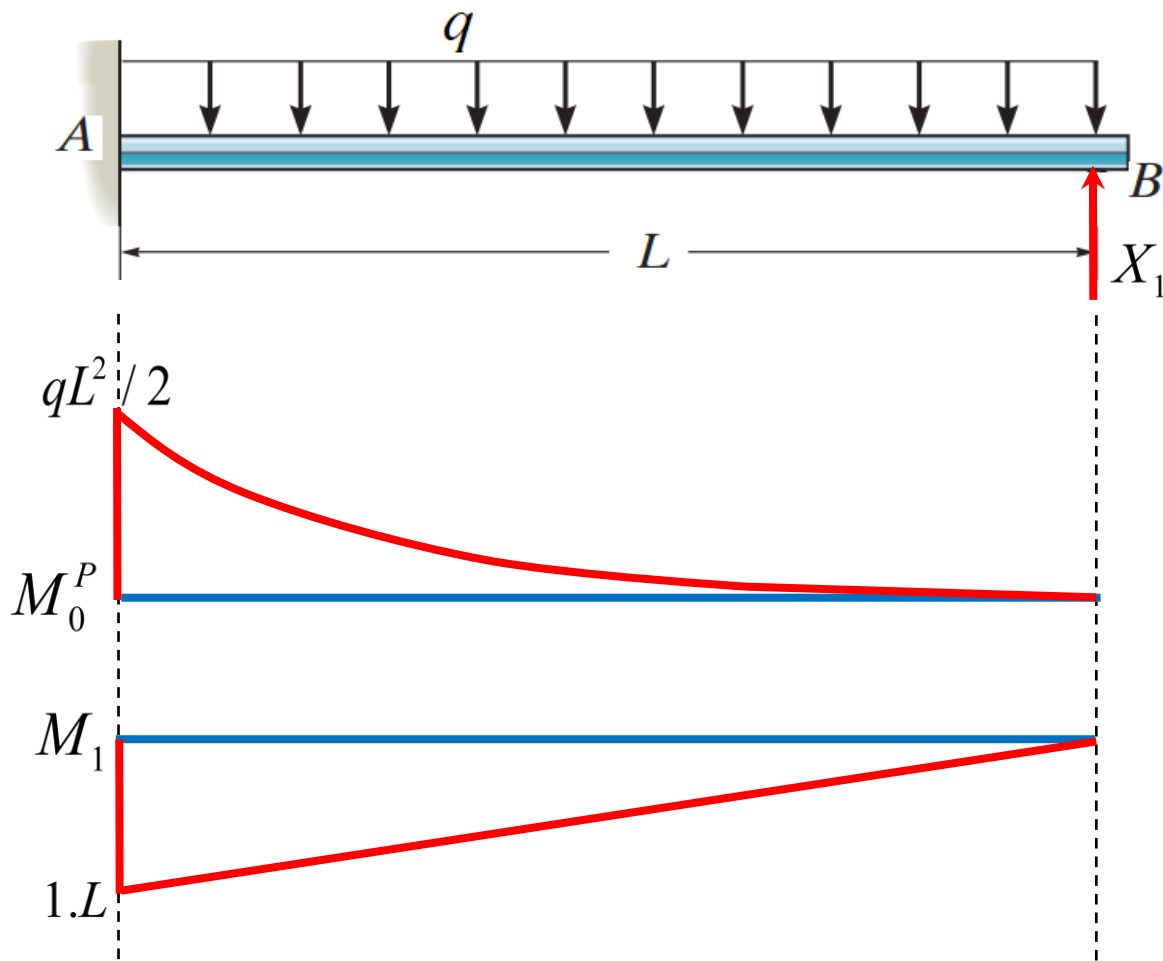


$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow Y_B \cdot L - P \cdot \frac{3L}{2} + \frac{13}{32} P \cdot 2L = 0 \Rightarrow Y_B = \frac{11}{16} P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A + Y_B - P + \frac{13}{32} P = 0 \Rightarrow Y_A = -\frac{3}{32} P \end{cases}$$

Bài tập : Dầm có $EI_x = \text{const.}$

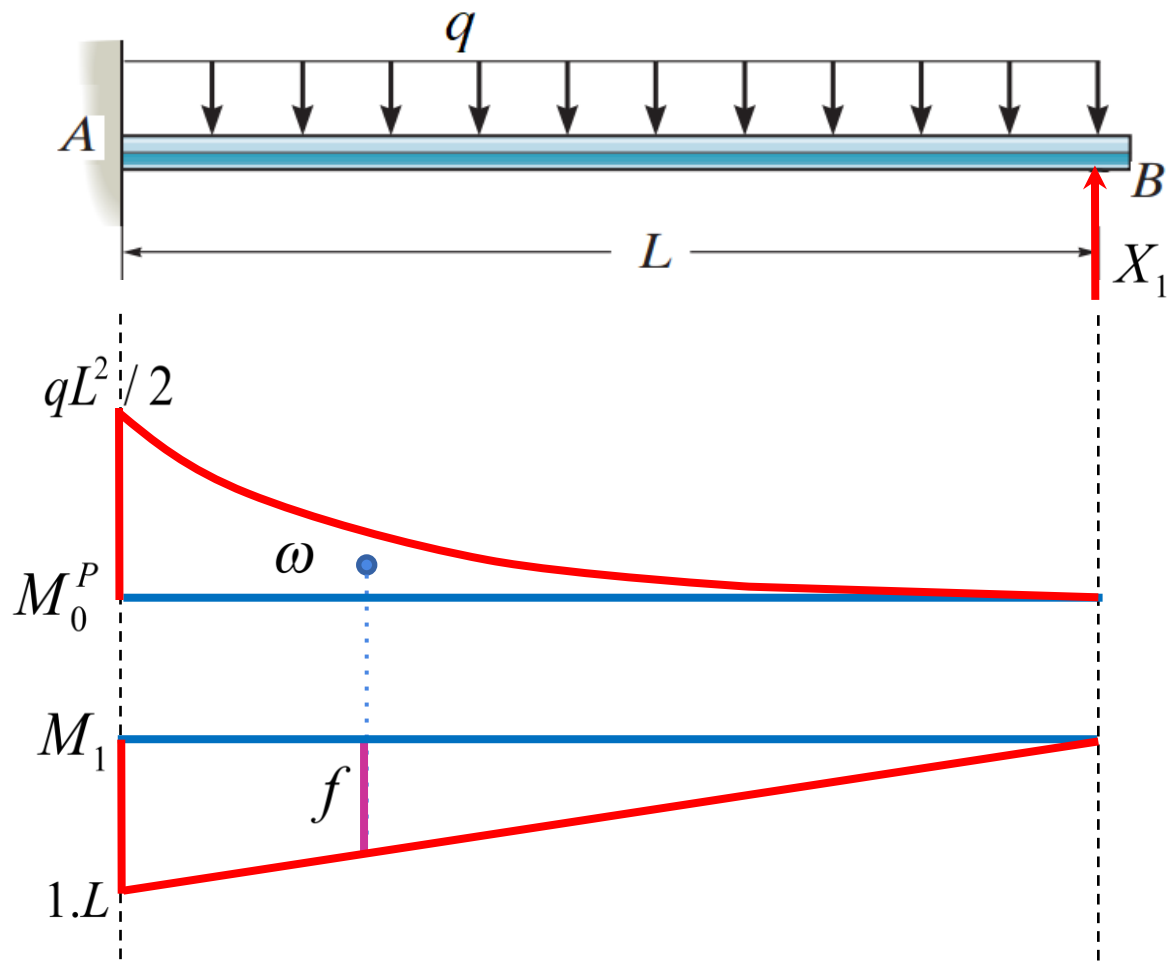
- * Xác định phản lực tại C .
- * Vẽ biểu đồ Q_y , M_x cho dầm.





B1: Chọn hệ cơ bản

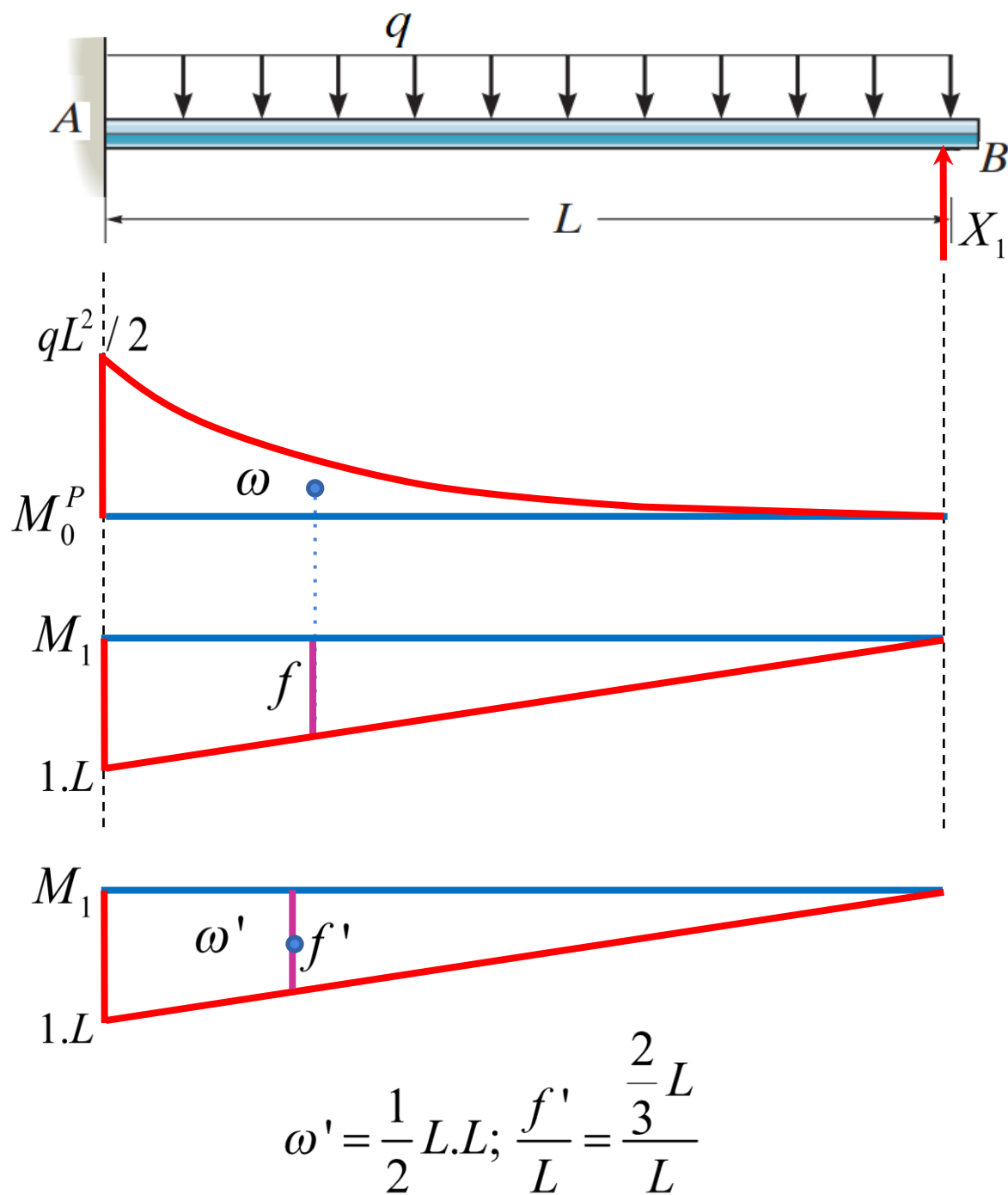
B2: Phương trình chính tắc: $\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$



$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \frac{\omega \cdot f}{EI_x} \\ &= \frac{-1}{EI_x} \frac{qL^3}{6} \cdot \frac{3}{4} L \\ &= -\frac{1}{8} \frac{qL^4}{EI_x} \end{aligned}$$

$$\omega = \frac{1}{3} hl = \frac{1}{3} \frac{qL^2}{2} \cdot L; \quad \frac{f}{L} = \frac{\frac{3}{4} L}{L}$$



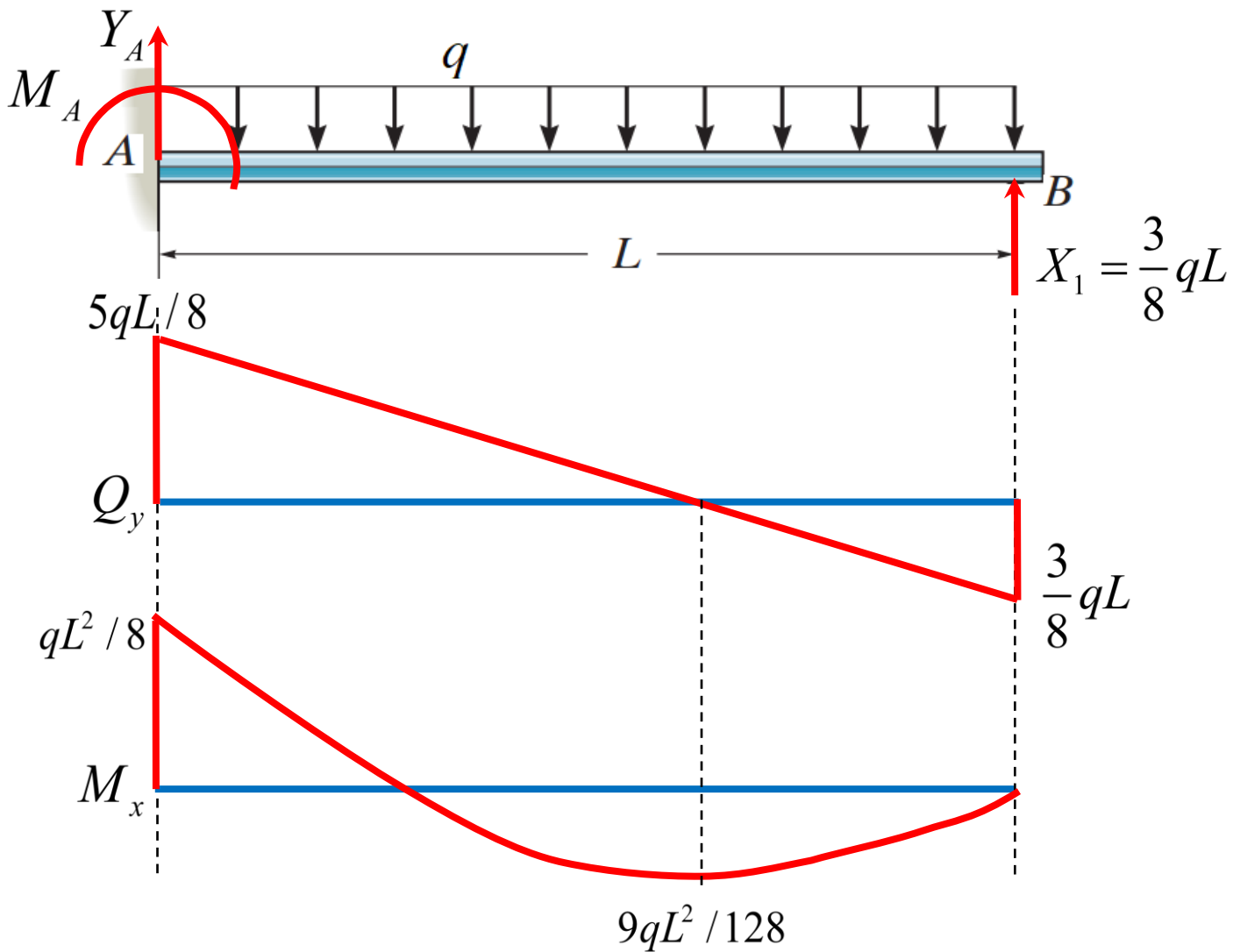
$$\Delta_{1P} + X_1 \delta_{11} = 0 \quad (*)$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{8} \frac{qL^4}{EI_x}$$

$$\delta_{11} = \frac{\omega' \cdot f'}{EI_x}$$

$$\frac{1}{EI_x} \frac{L^2}{2} \cdot \frac{2}{3} L = \frac{1}{3} \frac{L^3}{EI_x}$$

$$(*) \Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{3}{8} qL$$



$$\begin{cases} \sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - qL \cdot \frac{L}{2} + \frac{3}{8}qL \cdot L = 0 \Rightarrow M_A = \frac{1}{8}qL^2 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_A - qL + \frac{3}{8}qL = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{5}{8}qL \end{cases}$$