

BÀI TẬP CHƯƠNG 12

Bài 1. Tính tích phân bội hai trên các miền hình chữ nhật

1) $\int_0^{\ln 5} \int_0^1 e^{x+3y} dy \, dx$

2) $\int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{4+x^2}{1+y^2} \right) dy \, dx$

3) $\int_1^2 \int_1^e x \ln(xy) dy \, dx$

4) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/4} \sin(x+y) dx \, dy$

5) $\int_0^1 \int_0^2 (x+y)^5 dy \, dx$

6) $\int_{-1}^0 \int_0^{\ln 2} 2xe^y dy \, dx$

7) $\int_0^4 \int_0^0 \sqrt{xy} dx \, dy$

8) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} (x \cos y + y \sin x) dx \, dy$

9) $\int_0^1 \int_0^{\ln 3} xe^{xy} dy \, dx$

10) $\int_3^4 \int_1^2 \frac{x}{x-y} dy \, dx$

Bài 2. Vẽ hình miền lấy tích phân, xác định cận lấy tích phân và tính các tích phân bội hai sau

1) $\iint_D (3x+2y) dA$ trong đó D là miền giới hạn bởi các đường thẳng $x=1, y=x$ và $y=-1$.

2) $\iint_D (2y-x) dA$ trong đó D là miền giới hạn bởi đường parabol $y=x^2$ và đường thẳng $y=2x$.

3) $\iint_D \frac{4-2x}{y^2} dA$ với D là tam giác có các đỉnh lần lượt là $(0, -2), (3, -2)$ và $(0, 4)$.

- 4) $\iint_D (1 + 4xy) dA$ với D là miền bị chặn bởi các đường $y = x - 5$ và $y = 1 - x^2$.
- 5) $\iint_D (3x^2 - 2y) dA$, với D là miền phẳng giới hạn bởi các đường $x + y = 1$, $x - y = 1$, $x = 0$.
- 6) $\iint_D \frac{1 - \cos 2x}{x} dA$, với D là miền giới hạn bởi các đường $y = 0$, $x = y$ và $x = \frac{\pi}{3}$.

Bài 3. Vẽ hình miền lấy tích phân, đổi thứ tự lấy tích phân. Sau đó hãy tính tích phân theo thứ tự đã cho hoặc thứ tự đã được đổi

- | | |
|---|--|
| 1) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^{y^2} \frac{1}{y} \sin \frac{x}{y} dx dy$ | 2) $\int_0^1 \int_0^{y^3} e^{\frac{x}{y}} dx dy$ |
| 3) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin x} e^y \cos x dy dx$ | 4) $\int_{-2}^1 \int_{y^2+4y}^{3y+2} dx dy$ |
| 5) $\int_0^1 \int_x^{2-x} (x^2 + y^2) dy dx$ | 6) $\int_0^{2\sqrt{3}} \int_{y^2/6}^{\sqrt{16-y^2}} dx dy$ |
| 7) $\int_0^1 \int_{-x^2}^{x^2} 2x dy dx$ | 8) $\int_0^1 \int_{x^3}^1 (x + y^2) dy dx$ |
| 9) $\int_1^e \int_{\ln x}^2 \frac{e^y}{x} dy dx$ | 10) $\int_2^4 \int_{4/x}^x dy dx$ |

Bài 4. Tính phân bội hai bằng cách đổi biến sang tọa độ cực

- | | |
|---|--|
| 1) $\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 x dy dx$ | 2) $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \cos(x^2 + y^2) dy dx$ |
| 3) $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2y-y^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ | 4) $\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \frac{x-y}{x^2 + y^2} dy dx$ |
| 5) $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \ln(4 + x^2 + y^2) dy dx$ | 6) $\int_0^2 \int_y^{\sqrt{8-y^2}} \frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}} dx dy$ |

Bài 5. Tính các tích phân bội hai sau

- 1) $\iint_D x^2 y \, dA$, với D là hình tròn $x^2 + y^2 \leq 4$
- 2) $\iint_D \frac{2y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dA$, với D là miền giới hạn bởi đường tròn $(x - 1)^2 + y^2 = 1$.
- 3) $\iint_D e^{x^2 + y^2} \, dA$ trên miền phẳng $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \leq 0, x^2 + y^2 \leq 9\}$
- 4) $\iint_D \sin(x^2 + y^2) \, dA$, với D là miền giới hạn bởi hai đường $x = \sqrt{1 - y^2}$, $x = \sqrt{4 - y^2}$ và hai đường thẳng $y = 0, x = y\sqrt{3}$
- 5) $\iint_D x \, dA$, với D là nửa hình tròn $x^2 + y^2 \leq 4y$.
- 6) $\iint_D \frac{1}{\sqrt{4 + x^2 + y^2}} \, dA$, với D là miền giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 1$.
- 7) $\iint_D (3 - \sqrt{x^2 + z^2}) \, dA$, với D là hình tròn $x^2 + z^2 \leq 4$ trong mặt phẳng $0xz$.

Bài 6. Sử dụng tích phân bội hai tính diện tích các miền phẳng

- 1) Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x^2, y = x^3$ và đường thẳng $y = x + 6$.
- 2) Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $x = 1 - y^2$ và đường thẳng $x = 2y - 2$.
- 3) Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3, y = 2 - x^2$ và $x = -1$.
- 4) Tính diện tích của phần hình phẳng ở trong đường cardioid $r = 1 + \cos \theta$ và ở ngoài đường tròn $r = 3 \cos \theta$ trong tọa độ cực.
- 5) Tính diện tích của phần hình phẳng giới hạn bởi đường cong $r = 3 \sin 2\theta$ trong tọa độ cực
- 6) Tính diện tích của phần hình phẳng nằm bên trong đường cong $r = \sin 2\theta$ và bên ngoài đường cong $r = \sin \theta$ trong tọa độ cực.

Bài 7. 1) Tính diện tích của phần mặt phẳng $2x + y + 4z = 8$ nằm trong góc phần tám thứ nhất.

2) Tính diện tích của phần mặt paraboloid $z = x^2 + y^2$ bên trong mặt trụ $x^2 + y^2 = 1$.

3) Tính diện tích của phần mặt paraboloid $z = 3x^2 + 3y^2$ bên trong mặt trụ $x^2 + y^2 = 4$.

4) Tính diện tích phần mặt trụ $z = x^2$ nằm bên trên hình vuông có các đỉnh lần lượt là $(0, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 1, 0)$.

5) Tính diện tích của phần mặt paraboloid $z = x^2 + y^2$ nằm bên dưới mặt phẳng $z = 2$.

6) Tính diện tích của phần mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ nằm trên mặt phẳng $z = 1$.

7) Tính diện tích của phần mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ nằm bên trong mặt trụ $x^2 + y^2 = 2$.

8) Tính diện tích của phần mặt nón $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$ nằm trên mặt phẳng $z = 1$.

9) Tính diện tích phần mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 8$ nằm bên trong mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Bài 8. Tính các tích phân bội ba sau

1) $\int_4^7 \int_{-1}^2 \int_0^3 x^2 y z \, dx \, dy \, dz$

2) $\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} x y z \, dz \, dy \, dx$

3) $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^{\sqrt{1+x}} \int_0^{xy} z y^{-1} dz \, dy \, dx$

4) $\int_{-1}^2 \int_0^\pi \int_1^4 y z \cos(xy) \, dz \, dx \, dy$

5) $\int_0^1 \int_0^y \int_0^{\ln y} e^{z+2x} \, dz \, dx \, dy$

6) $\int_0^2 \int_0^{z-1} \int_0^x x \, dy \, dx \, dz$

7) $\int_0^1 \int_0^{1-y} \int_0^{y^3} (2y + z) \, dx \, dz \, dy$

8) $\int_0^\pi \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-r^2}} r \sin \theta \, dz \, dr \, d\theta$

9) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/4} \int_0^{\cos \phi} \rho^2 \sin \phi \, d\rho \, d\theta \, d\phi$

10) $\int_{-\pi/4}^{\pi/3} \int_0^{\sin \theta} \int_0^{4 \cos \theta} r \, dz \, dr \, d\theta$

11) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos \theta} \int_0^{1-r^2} r \sin \theta \, dz \, dr \, d\theta$

12) $\int_0^{\pi/3} \int_0^{\cos \theta} \int_0^\phi \rho^2 \sin \theta \, d\rho \, d\phi \, d\theta$

Bài 9. Tính các tích phân bội ba sau

1) $\iiint_V (xy + 2yz) dV$ trong đó V là hình hộp chữ nhật $2 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 3$ và $-2 \leq z \leq 4$.

2) $\iiint_V xyz dV$ với V là tứ diện có các đỉnh lần lượt là $(0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$.

3) $\iiint_V e^z dV$ với V là miền xác định bởi $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$ và $0 \leq z \leq x + y$.

4) $\iiint_V xy dV$ với V là miền giới hạn bởi mặt trụ $y = x^2$ và các mặt phẳng $y = 1, z = 0, z = 4$.

5) $\iiint_V x dV$ với V là miền giới hạn bởi mặt paraboloid $z = x^2 + y^2$ và mặt phẳng $z = 1$.

Bài 10. Tọa độ Đề-các, tọa độ trụ và tọa độ cầu

1) Cho các điểm sau trong tọa độ Đề-các hãy tìm tọa độ trụ và tọa độ cầu của mỗi điểm

a) $(0, 4, \sqrt{3})$ b) $(1, 2, 3)$ c) $(\sqrt{2}, -2, \sqrt{3})$.

2) Cho các điểm sau trong tọa độ trụ hãy tìm tọa độ Đề-các và tọa độ cầu của mỗi điểm

a) $(3, \frac{2\pi}{3}, -3)$ b) $(2, \frac{\pi}{4}, 0)$ c) $(4, \frac{\pi}{6}, -2)$ d) $(2, \pi, -1)$.

3) Cho các điểm sau trong tọa độ cầu hãy tìm tọa độ Đề-các và tọa độ trụ của mỗi điểm

a) $(2, \frac{\pi}{2}, \pi)$ b) $(2, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3})$ c) $(1, \frac{\pi}{6}, 0)$ d) $(3, \pi, \pi)$.

Bài 11. Đổi biến lấy tích phân sang tọa độ trụ hoặc tọa độ cầu, sau đó tính các tích phân bội ba sau

1) $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dV$ với V là khối cầu $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$

2) $\iiint_V (x^2 + y^2 + 1) dV$ với V là miền bị chặn bởi nửa mặt cầu $z = \sqrt{8 - x^2 - y^2}$ và mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3) $\iiint_V xy dxdydz$ với V là khối trụ xác định bởi $x^2 + y^2 \leq 1$ và $0 \leq z \leq 1$.

4) $\iiint_V z(x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} dV$, với V là miền giới hạn bởi mặt $2z = x^2 + y^2$ và mặt phẳng $z = 2$

5) $\iiint_V z^2 dV$, với V là nửa hình cầu $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ và $z \leq 0$.

6) $\iiint_V \frac{dV}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, với V là nửa hình cầu $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ và $z \geq 0$.

7) $\iiint_V \frac{dV}{x^2 + y^2 + z^2}$, với V là miền giới hạn dưới bởi mặt paraboloid $2z = x^2 + y^2$ và giới hạn trên bởi mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.

Bài 12. Tính thể tích của vật thể bằng tích phân bội

1) Tính thể tích của vật thể giới hạn trên bởi mặt phẳng $z = x + y + 2$ và giới hạn dưới bởi miền phẳng D trong mặt phẳng Oxy , trong đó miền phẳng D giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = 2$.

2) Tính thể tích của vật thể giới hạn trên bởi mặt phẳng $z = x + 2y + 4$ và giới hạn dưới bởi miền phẳng D trong mặt phẳng Oxy , trong đó miền phẳng D giới hạn bởi các đường $y = 2x$, $y = 3 - x$ và $y = 0$.

3) Tính thể tích của vật thể giới hạn trên bởi mặt $z = \frac{\ln x}{y}$ và giới hạn dưới bởi miền chữ nhật R trong mặt phẳng Oxy , với $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq e, 1 \leq y \leq 2\}$.

4) Tính thể tích của vật thể giới hạn trên bởi mặt $z = xe^{xy}$ và giới hạn dưới bởi miền chữ nhật R trong mặt phẳng Oxy , với $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq \ln 3\}$.

5) Tính thể tích của miền bị chặn trên bởi mặt nón $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ và bị chặn dưới bởi mặt paraboloid $z = x^2 + y^2$.

6) Tính thể tích của miền bị chặn trên bởi mặt paraboloid $z = 3 - x^2 - y^2$ và bị chặn dưới bởi mặt phẳng $z = 1$.

7) Tính thể tích của miền bị chặn dưới bởi mặt nón $z = 1 + \sqrt{x^2 + y^2}$ và bị chặn trên bởi mặt phẳng $z = 3$

8) Tính thể tích của miền bị chặn trên bởi mặt paraboloid $z = 4 - x^2 - y^2$ và bị chặn dưới bởi mặt paraboloid $z = x^2 + y^2$.

9) Tính thể tích của miền bị chặn trên bởi mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ và bị chặn dưới bởi mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

10) Tính thể tích của miền V xác định bởi $x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq x^2 + y^2$.

11) Tính thể tích của miền V giới hạn bởi mặt paraboloid $y^2 + z^2 = 2x$ và mặt phẳng $x + y = 1$.

12) Tính thể tích của miền V giới hạn trên bởi mặt paraboloid $z = 4 - x^2 - y^2$ và giới hạn dưới bởi mặt phẳng $z + 2y = 4$.

Bài 13. Sử dụng tích phân bội tìm trọng tâm của bản phẳng mỏng và trọng tâm của vật thể

1) Tìm trọng tâm của bản phẳng mỏng có khối lượng riêng là $\rho = 5$ trên miền giới hạn bởi các đường $y = 2x$ và $y = x^2$.

2) Tìm trọng tâm của bản phẳng mỏng có khối lượng riêng là $\rho = 3$ trên hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x^2, y = x^3$ và đường thẳng $y = x + 6$.

3) Tìm trọng tâm của bản phẳng mỏng khối lượng riêng là $\rho = 4$ trên hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin \frac{\pi}{2}x, x = 0, y = 0$ và $x = \frac{1}{2}$.

4) Tìm trọng tâm của khối đặc đồng chất V , có khối lượng riêng là $\rho = 2$ với $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$.

5) Tìm trọng tâm của khối đặc đồng chất V , có khối lượng riêng là $\rho = 2$ với V là phần mặt phẳng $x + 2y + z = 2$ trong góc phần tư thứ nhất.

6) Tìm trọng tâm của bản phẳng mỏng có khối lượng riêng là $\rho = 3$ trên hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $r = 1 + \sin \theta$ trong tọa độ cực.

7) Tìm trọng tâm của khối đặc đồng chất V giới hạn bởi mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ và mặt phẳng $z = 9$.

8) Tìm trọng tâm của đĩa phẳng trên miền $D : x^2 + y^2 \leq a^2, y \geq 0$, biết rằng khối lượng riêng của đĩa phẳng tại mỗi điểm bằng bình phương khoảng cách từ điểm đó đến tâm $O(0, 0)$.

Bài 14. Sử dụng tích phân bội để tìm khối tâm của bản phẳng mỏng và khối tâm của vật thể và các moment quán tính

1) Tìm khối tâm của nửa đĩa tròn mỏng $x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0$ có khối lượng riêng là $\rho = x^2 + y^2$.

2) Tìm khối tâm của bản phẳng mỏng có khối lượng riêng $\rho = 3x$ trên miền giới hạn bởi các đường $y = 0, y = x^2$ và $x = 6$.

3) Tìm khối tâm của bản phẳng mỏng có khối lượng riêng $\rho = x^{-1}$ trên miền giới hạn bởi các đường $y = \ln x, y = 0$ và $x = 2$.

4) Tìm khối tâm của bản phẳng mỏng có khối lượng riêng $\rho = y$ trên miền giới hạn bởi các đường $y = e^{-x}, x = 0, x = 2$ và $y = 0$.

5) Tìm khối tâm của bản phẳng mỏng có khối lượng riêng $\rho(r, \theta) = r$ trên miền giới hạn bởi đường cardioid $r = 1 + \sin \theta$ trong tọa độ cực.

6) Tìm khối tâm của tứ diện đặc có khối lượng riêng $\rho = x$ trên khối V giới hạn bởi mặt phẳng $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ và các mặt phẳng tọa độ trong góc phần tám thứ nhất.

7) Tìm momen quán tính I_x quanh trục Ox của bản phẳng mỏng giới hạn bởi các đường $y = 1 - x^2$ và trục Ox biết khối lượng riêng $\rho(x, y) = x^2$.

8) Tìm momen quán tính I_z quanh trục Oz của bản phẳng mỏng trên hình vuông có các đỉnh lần lượt là $(-1, -1), (1, -1), (1, 1), (-1, 1)$ bởi các đường $y = 1 - x^2$ và trục Ox biết khối lượng riêng $\rho(x, y) = x^2 y^2$.

Bài 15. Cho miền phẳng D trong mặt phẳng Oxy là miền giới hạn bởi đường thẳng $x + y = 1$ và các trục tọa độ. Hãy sử dụng cách đổi biến $u = x - y$ và $v = x + y$ để tính các tích phân sau

1)
$$\iint_D \left(\frac{x - y}{x + y} \right)^5 dy dx$$

2)
$$\iint_D (x - y)^5 (x + y)^3 dy dx$$

$$3) \iint_D (x - y) e^{x^2 + y^2} dy dx$$

Bài 16. Sử dụng cách đổi biến $u = \frac{1}{5}(2x + y)$, $v = \frac{1}{5}(x - 2y)$ biến đổi hình vuông D có các đỉnh lần lượt là $(0, 0)$, $(1, -2)$, $(3, -1)$, $(2, 1)$ trong mặt phẳng Oxy thành hình vuông D^* trong mặt phẳng $O'uv$ và tính các tích phân sau

$$1) \iint_D \left(\frac{2x + y}{x - 2y + 5} \right)^2 dy dx$$

$$2) \iint_D (2x + y)^2 (x - 2y) dy dx$$

$$3) \iint_D \sqrt{(2x + y)(x - 2y)} dx dy$$

$$4) \iint_D \cos(2x + y) \sin(x - 2y) dy dx$$

Bài 17. Tính các tích phân sau bằng phương pháp đổi biến

$$1) \iint_D \frac{2x - 5y}{3x + y} dA, \text{ với hình phẳng } D \text{ là miền giới hạn bởi các đường thẳng}$$

$$2x - 5y = 1, \quad 2x - 5y = 3, \quad 3x + y = 1 \text{ và } 3x + y = 4.$$

$$2) \iint_D e^{(-4x^2 + 5y^2)} dA \text{ với } D \text{ là hình elip } \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} \leq 1.$$

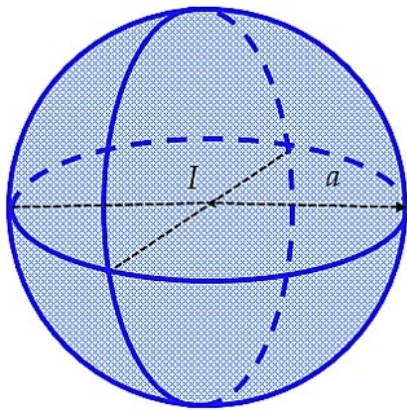
$$3) \iint_D (x^4 - y^4) e^{xy} dA \text{ với } D \text{ là miền giới hạn bởi các đường } xy = 1, \quad xy = 2, \\ x^2 - y^2 = 1 \text{ và } x^2 - y^2 = 4.$$

$$4) \iint_D xy dA \text{ với } D \text{ là miền giới hạn bởi các đường thẳng } y = x, \quad y = 3x \text{ và các} \\ \text{đường hyperbol } xy = 1, \quad xy = 3.$$

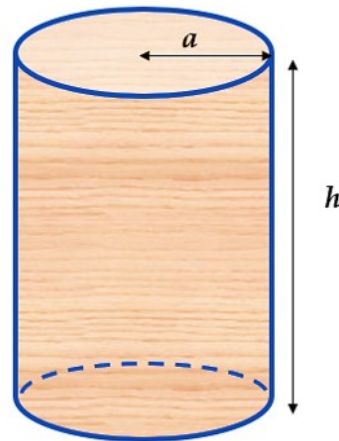
$$5) \iint_D y^2 dA \text{ với } D \text{ là miền giới hạn bởi các đường cong } xy = 1, \quad xy = 2, \text{ và} \\ xy^2 = 1, \quad xy^2 = 2$$

Bài 18. Sử dụng tích phân bội hai để kiểm chứng các công thức sau

1) Diện tích của mặt cầu có bán kính $a > 0$ là $S = 4\pi a^2$.

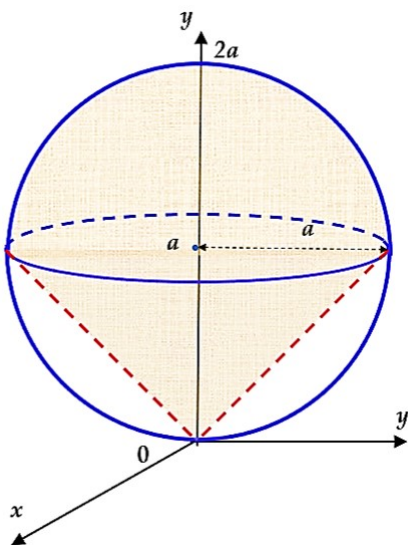


2) Diện tích của mặt trụ có chiều cao h , có đáy là đường tròn bán kính $a > 0$ và chiều cao h là $2\pi ah$.



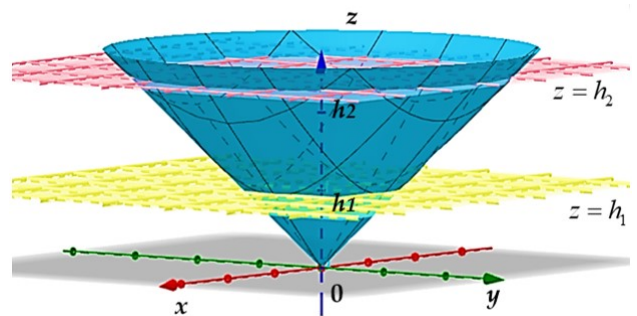
3) Thể tích của khối cầu có bán kính $a > 0$ là $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

5) Thể tích của vật thể giới hạn dưới bởi mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ và giới hạn trên bởi mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$, $a > 0$ là $V = \pi a^3$

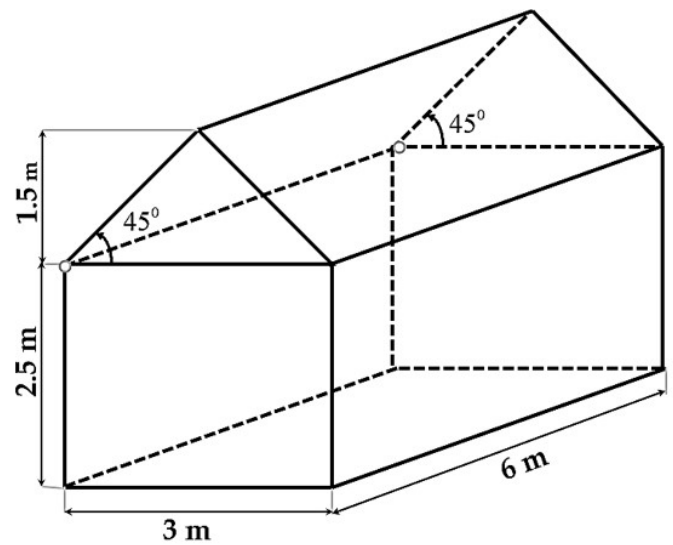


4) Thể tích của khối trụ có chiều cao h , có đáy là đường tròn bán kính $a > 0$ và chiều cao h là $V = \pi a^2 h$.

6) Thể tích của vật thể giới hạn bởi mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ và mặt phẳng $z = h_1$ mặt phẳng $z = h_2$, với $h_2 > h_1$ là $V = \frac{\pi}{3}(h_2 - h_1)$



Bài 19. Một nhà kính mini có kích thước và hình dạng như hình vẽ sau

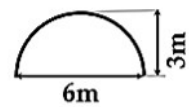
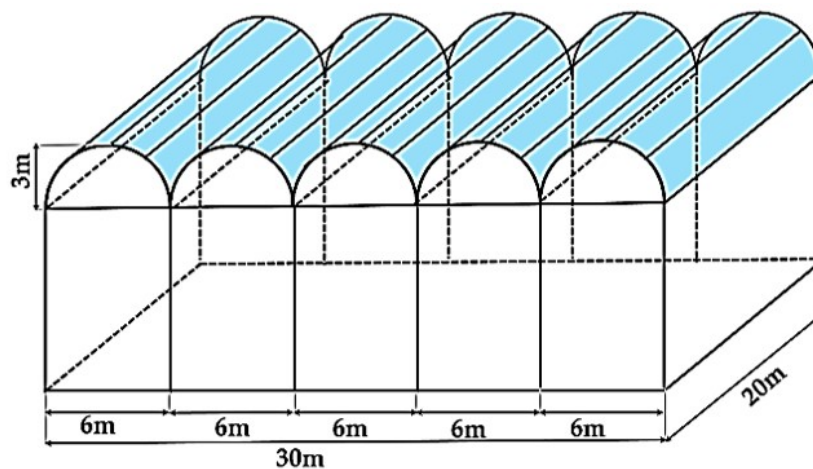


Hãy sử dụng tích phân bội để tính

- Diện tích của mái che nhà kính mini.
- Thể tích của nhà kính mini.

Bài 20. Người ta thiết kế mái vòm cho một bãi giữ xe có mặt sàn là hình chữ nhật có chiều dài 30m và chiều rộng 20m như hình vẽ sau.



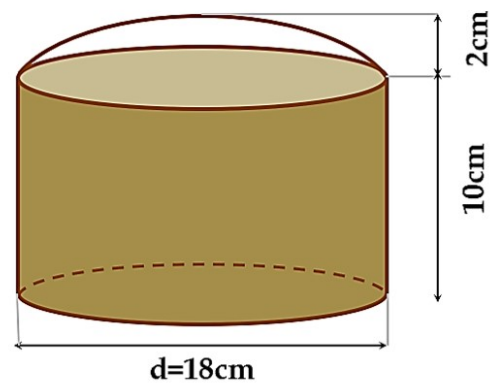


Đường chuẩn của mỗi vòm là nửa đường tròn bán kính 3m

Giả sử phần mái vòm được lợp bằng tấm lợp nhựa có bề mặt trơn, không gợn sóng, gồm có 5 vòm bằng nhau như hình vẽ trên.

Hãy sử dụng tích phân bội để tính tổng diện tích bề mặt của tấm lợp nhựa được lợp trên mái vòm.

Bài 21. Một nồi thủy tinh có nắp nồi là chỏm cầu như hình vẽ sau.



Nếu bỏ qua phần núm cầm ở nắp và tay cầm của thân nồi, phần viền của nắp ta có thể xem nắp nồi là phần mặt cầu giới hạn bởi mặt trụ tròn có đường kính đáy là 18cm và chiều cao của phần nắp nồi là 2cm, bề dày của nắp và thân nồi là 3mm.

- Tính diện tích mặt ngoài của phần nắp nồi.
- Giả sử nồi được làm bằng vật liệu đồng chất có khối lượng riêng là hằng số. Tìm khối lượng riêng của vật liệu làm nồi nếu biết tổng khối lượng của nồi và nắp nồi là 500gram.