

Câu I: (2 điểm)

Cho một vật chuyển động với hàm véc tơ vận tốc là $\mathbf{V}(t) = (3\sin t)\mathbf{i} - (3\cos t)\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

- 1) Tìm hàm véc tơ vị trí chuyển động của vật, biết rằng $\mathbf{R}\left(\frac{\pi}{2}\right) = (4, 1, \pi)$.
- 2) Chứng minh rằng độ cong của đồ thị hàm véc tơ $\mathbf{R}(t)$ tại mọi thời điểm t là hằng số.
Hãy tìm giá trị này của độ cong.

Câu II: (3 điểm)

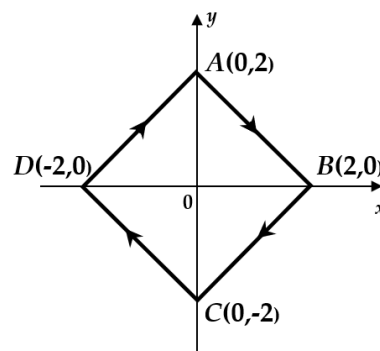
- 1) Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cong $\frac{x}{z} + \frac{z}{y} = xy^2$ tại điểm $M(4, 1, 2)$.
- 2) Tìm cực trị địa phương của hàm hai biến $f(x, y) = x^2y + 3x^2 - 4xy - 12x + y^2 + y + 10$.

Câu III: (2 điểm)

- 1) Tính tích phân bội hai $\iint_D (x^2 + 4y) dA$, với D là miền giới hạn bởi đường thẳng $y = x + 2$ và đường parabol $y = x^2 - 4$.
- 2) Tính tích phân bội ba $\iiint_V z dV$, với vật thể V là miền giới hạn trên bởi mặt paraboloid $z = 3 - 2x^2 - 2y^2$ và giới hạn dưới bởi mặt paraboloid $z = x^2 + y^2$.

Câu IV: (2 điểm)

- 1) Tìm công thực hiện bởi trường lực $\mathbf{F}(x, y) = xy\mathbf{i} + (x - 7y)\mathbf{j}$ để di chuyển một chất điểm một vòng quanh khung hình vuông như hình vẽ bên.



- 2) Tính thông lượng của trường véc tơ

$\mathbf{F}(x, y, z) = (2x - z)\mathbf{i} - (9x^3 - 3y)\mathbf{j} + (5z - x + 2)\mathbf{k}$ qua nửa mặt cầu $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ được định hướng bởi trường véc tơ pháp tuyến đơn vị \mathbf{N} hướng lên.

Câu V: (1 điểm)

Theo khảo sát, lượng xe máy bán được ở một cửa hàng là

$$Q(x, y) = 237 - \frac{219}{50}\sqrt{x} + 4\left(\frac{20}{23}y + 12\right)^{\frac{3}{2}} \quad (\text{chiếc})$$

trong đó x (nghìn đồng) là giá của mỗi chiếc xe máy, y (nghìn đồng) là giá của một lít xăng. Theo một khảo sát khác, sau t tháng kể từ thời điểm bắt đầu khảo sát, giá của xe máy sẽ ở mức $x = 30000 + 500t$ (nghìn đồng/chiếc), và giá của xăng sẽ là $y = 19 + \frac{4}{25}\sqrt{t}$ (nghìn đồng/lít). Sau 4 tháng kể từ thời điểm bắt đầu khảo sát, lượng xe máy của hàng bán được đang thay đổi với tốc độ bao nhiêu? Lượng xe bán được lúc đó đang tăng hay giảm?

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR G2.2]: Tính được đạo hàm, tích phân của hàm vector; và của hàm nhiều biến.	Câu I, câu II, V
[CĐR G2.3]: Hiểu và xử lý được các bài toán trong kỹ thuật liên quan đến đạo hàm, tích phân của hàm vector, hàm nhiều biến	Câu III
[CĐR G2.5]: Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các đại lượng đặc trưng của trường vector để giải quyết một số bài toán ứng dụng	Câu IV

Ngày 24 tháng 12 năm 2019

Thông qua bộ môn