

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
1	a	$z^7 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} = \cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}$	0,5
		$z = \cos \left(\frac{\frac{5\pi}{6} + k2\pi}{7} \right) + i \sin \left(\frac{\frac{5\pi}{6} + k2\pi}{7} \right)$, trong đó $k = \overline{0,6}$.	0,5
	b	$L = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)}$	0,5
		$L = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{2x+3}{2x+1} - 1 \right)} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{2x+1} \right)} = e$	0,5
		Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = e \Rightarrow y = e$ là TCN	0,5
2	a	$g'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x^2)}{x^2} = 3$	1,0
	b	Ta có công thức Taylor của hàm $h(x)$ tại lân cận điểm $x = 1$ là $h(x) = \frac{x-1}{2+x} = \frac{x-1}{3 \left(1 + \frac{x-1}{3} \right)} = \left(\frac{x-1}{3} \right) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{x-1}{3} \right)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^{n+1}} (x-1)^{n+1}$	0,5
		Suy ra $h^{(2016)}(1) = \frac{(-1)^{2015}}{3^{2016}} \cdot (2016)!$	0,5
3	a	$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{3dx}{x^2 - 6x + 10} = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{3dx}{(x-3)^2 + 1}$	0,5
		$= \lim_{b \rightarrow +\infty} [\arctan(x-3)]_1^b = \frac{\pi}{2} - \arctan(-2)$	0,5
	b	Khi $x \rightarrow 2^+$: $\frac{x^2 + 3x - 1}{\sqrt[3]{(x-2)(x+3)}} \sim \frac{9}{\sqrt[3]{5(x-2)}} > 0$ (1)	0,5
		Mà $\int_2^3 \frac{9}{\sqrt[3]{5(x-2)}} dx = \frac{9}{\sqrt[3]{5}} \int_2^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-2}}$ hội tụ vì $\alpha = \frac{1}{5} < 1$ (2) Từ (1) và (2) suy ra J hội tụ (theo tiêu chuẩn so sánh 2)	0,5
4	a	Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^3 - n^2 + 3}{2n^3 + n\sqrt{n}} \right) = 2 \neq 0$	0,5
		Suy ra $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3 - n^2 + 3}{2n^3 + n\sqrt{n}}$ phân kỳ (theo tiêu chuẩn điều kiện cần)	0,5
	b	Đặt $X = x + 1$ ta có chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{X^n}{2^n \cdot \sqrt{n}}$ (2) Bán kính hội tụ của chuỗi (2) là $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_n}{a_{n+1}} \right = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{2^{n+1} \sqrt{n+1}}{2^n \sqrt{n}} \right] = 2$	0,5

		Tại $X = 2$ ta có chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ phân kỳ	0,5
		Tại $X = -2$ ta có chuỗi số $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ là chuỗi đan dấu, hội tụ theo tiêu chuẩn Leibniz	0,5
		Kết luận: Miền hội tụ của chuỗi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n \cdot \sqrt{n}}$ là miền $D = [-3; 1)$	
	c	Các hệ số Fourier $a_0 = \int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} -3dx = \frac{-9}{2}$	0,25
		$a_n = \int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} -3\cos nxdx = \frac{-3}{n}(\sin nx)\Big _{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{-3}{n}\sin \frac{n\pi}{2}$	0,25
		$b_n = \int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} -3\sin nxdx = \frac{3}{n}(\cos nx)\Big _{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{n}\left(\cos \frac{n\pi}{2} - (-1)^n\right)$	0,25
		Tại $x \neq k\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + l2\pi, \quad k, l \in \mathbb{Z}$ ta có khai triển Fourier $f(x) = \frac{-9}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-3}{n} \sin \frac{n\pi}{2} \cos nx + \frac{3}{n} \left(\cos \frac{n\pi}{2} - (-1)^n \right) \sin nx \right)$	0,25

cuuduongthancong.com

cuuduongthancong.com