

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
I	1.	$z = \left(\frac{2+2i}{\sqrt{3}+i} \right) = \left(\frac{2\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})}{2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})} \right) = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12})$	0,5
		$z^{2016} = 2^{1008}(\cos 168\pi + i \sin 168\pi)$	0,5
		$\sqrt[3]{z} = \sqrt[6]{2}(\cos \frac{\frac{\pi}{12} + k2\pi}{3} + i \sin \frac{\frac{\pi}{12} + k2\pi}{3}) ; k = 0, 1, 2$	0,5
	2	$f(x) = (x^2 + e^{3x})^{\frac{1}{x}}$ là hàm sơ cấp nên liên tục với $x \neq 0$	0,5
		$f(0) = m$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + e^{3x})^{\frac{1}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + e^{3x} - 1) \cdot \frac{1}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} 3} = e^3$ <p>Do $x \rightarrow 0 : e^{3x} - 1 \sim 3x$.</p> <p>Để hàm số liên tục trên \mathbb{R} thì $m = e^3$.</p>	0,5
II	1	$f(x) = \frac{2x^2}{5-3x} = \frac{2x^2}{5(1-\frac{3x}{5})} = \frac{2}{5}x^2 \left(1 + \frac{3x}{5} + \frac{3^2x^2}{5^2} + \dots + \frac{3^n x^n}{5^n} + O(x^n) \right)$ $= \frac{2x^3}{5} + \frac{3.2x^4}{5^2} + \frac{3^2.2x^5}{5^3} + \dots + \frac{3^n.2x^{n+2}}{5^{n+1}} + O(x^{n+2})$	0,5
		$f^{(2020)}(0) = \frac{2020! \cdot 2 \cdot 3^{2018}}{5^{2019}}$	0,5

		$D = \mathbb{R} , T = \frac{2\pi}{3}$ Hàm số chẵn nên khảo sát trên $[0; \frac{\pi}{3}]$ $r' = -\sin 3\varphi ; r' = 0 \Leftrightarrow \varphi = 0; \frac{\pi}{3}$ $\tan w = \frac{r}{r'} ;$ $\tan w = \infty \Leftrightarrow \varphi = 0; \frac{\pi}{3}.$ $\tan w \neq 0$	0,5
--	--	---	---

IV	2.	$I = \int_2^{+\infty} \frac{7 + 3 \sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} dx$ $= \int_2^3 \frac{7 + 3 \sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} dx + \int_3^{+\infty} \frac{7 + 3 \sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} dx = I_1 + I_2$ <p>Xét I_1</p> <p>Khi $x \rightarrow 2^+ : \frac{7 + 3 \sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} \sim \frac{7 + 3 \sin 2}{\sqrt[3]{(x-2) \cdot 34}}.$</p> <p>Do $\int_2^3 \frac{7 + 3 \sin 2}{\sqrt[3]{(x-2) \cdot 34}} dx, \alpha = 1/3 < 1$ hội tụ nên I_1 hội tụ (TCSS2)</p>	0,5
		<p>Xét I_2</p> <p>Khi $x \rightarrow +\infty : \frac{7 + 3 \sin x}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} \leq \frac{10}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} \sim \frac{10}{x^2}.$</p> <p>Do $\int_3^{+\infty} \frac{10}{x^2} dx ; \alpha = 2 > 1$ hội tụ nên $\int_3^{+\infty} \frac{10}{\sqrt[3]{(x-2)(x^5+2)}} dx$ hội tụ (TCSS2) nên I_2 hội tụ (TCSS1)</p> <p>Vậy $I = I_1 + I_2$ hội tụ.</p>	0,5
	1	$\frac{\ln n}{3n^4 + n^2 + 7} < \frac{n}{3n^4 + n^2 + 7} \sim \frac{1}{3n^3} ; \ln n < n, \forall n \geq 1$	0,5
		$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^3} ; \alpha = 3 > 1$ hội tụ nên $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{3n^4 + n^2 + 7}$ hội tụ (TCSS2) nên chuỗi ban đầu hội tụ (TCSS1)	0,5

2	Đặt $X = x - 4$ thì chuỗi trở thành $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{X^n}{9^n \cdot n\sqrt{n}}$	0,5
	Xét $\lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_{n+1}}{a_n} \right = \frac{1}{9}$ suy ra $R = 9$.	
	Nên khoảng hội tụ là $(-5, 13)$	
	<ul style="list-style-type: none"> - Tại $x = -5$: ta được $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$ hội tụ theo tiêu chuẩn Leibnitz - Tại $x = 13$: ta được $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ hội tụ do $\alpha > 1$. - Vậy miền hội tụ của chuỗi là $[-5, 13]$ 	0,5
3	<p>Các hệ số Fourier</p> $a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} 3 dx = 3/2$ $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} f(x) \cos nx dx = \frac{-3}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2}$ $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} f(x) \sin nx dx = \frac{3}{n\pi} (\cos \frac{n\pi}{2} - (-1)^n)$	0,5
	<p>Tại $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, x \neq l\pi$ với $k, l \in \mathbb{Z}$. Thì khai triển Fourier là</p> $f(x) = \frac{3}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-3}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} \cos nx + \frac{3}{n\pi} (\cos \frac{n\pi}{2} - (-1)^n) \sin nx \right).$ <p>Tại $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = l\pi$: $S = 3/2$</p>	0,5