

III. CÁC ĐỊNH LÝ CỦA QHTT



Khoa Cơ khí chế tạo máy

CÁC ĐỊNH LÝ CỦA QHTT

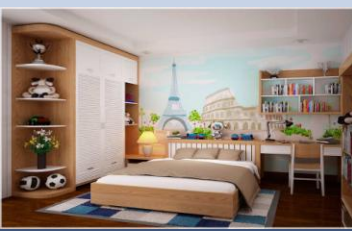
- ❖ **Định lý 1:** Tập hợp tất cả các phương án của một bài toán QHTT là tập lồi, hay là miền nghiệm cho phép
- ❖ **Định lý 2:** Hàm mục tiêu của bài toán QHTT sẽ đạt min hoặc max tại một điểm cực biên của tập D mà nhiều điểm cực biên thì nó sẽ đạt max hoặc min tại những điểm là tổ hợp lồi của các điểm đó.

CÁC ĐỊNH LÝ CỦA QHTT

- ❖ **Định lý 3:** Nếu véc tơ A_1, A_2, \dots, A_k là độc lập tuyến tính và thỏa mãn trong đó $x_j > 0, j = 1:k$ thì điểm $x = (x_1, x_2, \dots, x_k, 0, 0, \dots, 0)$ là điểm cực biên của tập lồi đa diện D .
- ❖ **Định lý 4:** Nếu $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ là điểm cực biên của tập lồi đa diện D thì các véc tơ A_j trong biểu diễn ứng với các thành phần $x_j > 0$ thành lập hệ độc lập tuyến tính. Vì ma trận A có m dòng nên suy ra rằng điểm cực biên không quá m thành phần dương.

CÁC ĐỊNH LÝ CỦA QHTT

❖ **Định lý 5:** Để $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ là phương án cực biên của QHTT dưới dạng chính tắc thì điều kiện cần và đủ là các vector cột của A_j của ma trận A các thành phần x_j là độc lập tuyến tính



IV. PHƯƠNG PHÁP ĐƠN HÌNH

1. Phương pháp thử lần lượt
2. Phương pháp lập bảng



Khoa Cơ khí chế tạo máy

Bài tập ví dụ: Giải bài toán QHTT sau:

Một xí nghiệp sản xuất 3 loại bánh: bánh đậu xanh, bánh thập cẩm và bánh dẻo. Để sản xuất 3 loại bánh trên, xí nghiệp cần có các loại nguyên liệu: đường, đậu xanh, bột, lạp xưởng,... Tại thời điểm đó xí nghiệp chỉ chuẩn bị được 300kg đường và 500kg đậu xanh, còn các nguyên liệu khác muốn bao nhiêu cũng có.

Biết rằng: lượng đường, lượng đậu xanh dùng để sản xuất ra 1 chiếc bánh mỗi loại, cũng như tiền lãi thu được khi bán 1 chiếc bánh mỗi loại được cho trong bảng dưới đây:

Sản phẩm Nguyên liệu	Bánh đậu xanh	Bánh thập cẩm	Bánh dẻo
Đường (300 kg)	2	5	6
Đậu xanh (500kg)	4	8	7
Lãi/1 bánh (x1000 đồng)	5	8	4

Hãy lập kế hoạch sản xuất các loại bánh sao cho tổng tiền lãi thu về lớn nhất; đồng thời đường phải được sử dụng hết.

1. PHƯƠNG PHÁP THỬ LẦN LƯỢT

Lập mô hình toán:

$$\begin{aligned} \langle 1 \rangle Z &= 5x_1 + 8x_2 + 4x_3 \rightarrow \max \\ \langle 2 \rangle \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 300 \\ 4x_1 + 8x_2 + 7x_3 \leq 500 \end{cases} \\ \langle 3 \rangle x_j &\geq 0, j = 1 \div 3 \end{aligned}$$

Giải bài toán QHTT sau:

❖ Bước 1 - Chuyển BT về dạng chính tắc

$$\begin{aligned} \langle 1 \rangle Z &= 5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 0x_4 \rightarrow \max \\ \langle 2 \rangle \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 300 \\ 4x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 1x_4 = 500 \end{cases} \\ \langle 3 \rangle x_j &\geq 0, j = 1 \div 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle 1 \rangle Z &= 5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 0x_4 \rightarrow \max \\ \langle 2 \rangle \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 300 \\ 4x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 1x_4 = 500 \end{cases} \\ \langle 3 \rangle x_j &\geq 0, j = 1 \div 4 \end{aligned}$$

Bài tập ví dụ: Giải bài toán QHTT sau:

❖ **Bước 2** - Chọn biến cơ sở: Hệ ràng buộc có 2PT, theo định lý 4 sẽ có 2 nghiệm dương, nên biến cơ sở là: $(x_1, x_2, 0, 0)$; Thay BCS vào PT ràng buộc ta có:

❖ **Bước 3: Tìm nghiệm xuất phát:** thay biến cơ sở vào ràng buộc ta có:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 300 \\ 4x_1 + 8x_2 = 500 \end{cases}$$

giải hệ PT ta được: $x_1^0 = 25 \quad x_2^0 = 50$

$$\langle 1 \rangle Z = 5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 0x_4 \rightarrow \max$$

$$\langle 2 \rangle \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 300 \\ 4x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 1x_4 = 500 \end{cases}$$

$$\langle 3 \rangle x_j \geq 0, j = 1 \div 4$$

Bài tập ví dụ: Giải bài toán QHTT sau:

❖ **Bước 4** - Thử đưa x_3 vào cơ sở, BCS là $(x_1, x_2, x_3, 0)$; thay vào PT ràng buộc ta có:
$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 300 \\ 4x_1 + 8x_2 + 7x_3 = 500 \end{cases}$$
 Hệ có 2 PT mà 3 ẩn; Chuyển thành hệ PT phụ thuộc với hệ số y là
$$\begin{cases} 2y_1 + 5y_2 = 6 \\ 4y_1 + 8y_2 = 7 \end{cases}$$
 giải hệ ta được $y_1^0 = -3,25$; $y_2^0 = 2,5$

- Tính hiệu suất của x_3 là: $4 - (5 \cdot (-3,25) + 8 \cdot 2,5) = 0,25 > 0$
- Trong đó: $C_3 = 4$; $\gamma_3 = 5 \cdot (-3,25) + 8 \cdot 2,5 = 3,75$
- BT $Z \rightarrow \max$ mà hiệu suất > 0 nghĩa là $\Delta Z_1 = Z_1 - Z_0 > 0$ Do vậy đưa x_3 vào có lợi; nhận x_3 vào biến cơ sở;

Bài toán ở dạng tổng quát

1. Chuyển bài toán về dạng chính tắc
2. Chọn biến cơ sở (theo định lý 4 của QHTT)
3. Tìm nghiệm xuất phát (thay BCS vào ràng buộc)
4. Thử đưa nghiệm x_{m+1} vào BCS (số ẩn nhiều hơn số PT là 1)
 - Chuyển về hệ PT phụ thuộc
 - Tính số gia và hiệu suất của x_{m+1}

Bài toán ở dạng tổng quát

4. Thử đưa nghiệm x_{m+1} vào BCS (số ẩn nhiều hơn số PT là 1)
- Chuyển về hệ PT phụ thuộc
 - Tính số gia và hiệu suất của x_{m+1}
 - Số gia $\Delta Z = Z_1 - Z_0 = \lambda(c_{m+1} - \gamma_{m+1})$
 - $\Delta Z > 0$ BT $Z \rightarrow \max$ nhận nghiệm mới; BT $Z \rightarrow \min$ loại nghiệm mới
 - $\Delta Z < 0$ BT $Z \rightarrow \max$ loại nghiệm mới; BT $Z \rightarrow \min$ nhận nghiệm mới
 - $\Delta Z = 0$; nghiệm mới và nghiệm cũ có giá trị như nhau