CHƯƠNG 9:

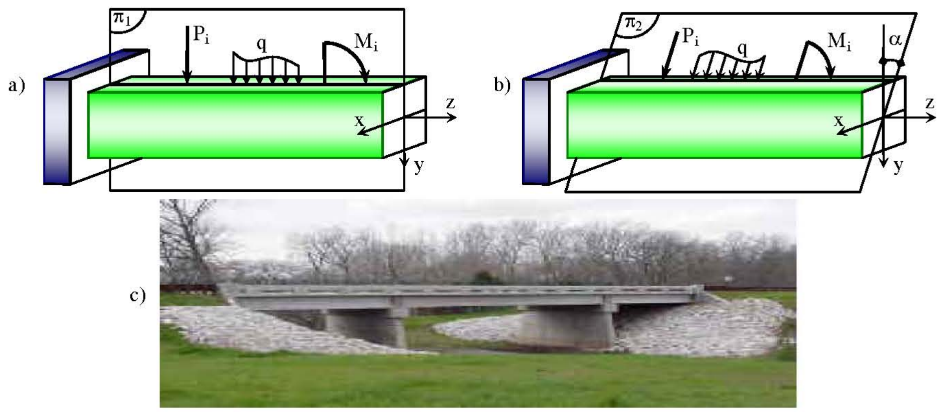
THANH CHỊU UỐN PHẲNG

I. Khái niệm chung.

Mặt phẳng chứa trục thanh z và trục quán tính chính trung tâm x hặc y của tiết diện được gọi là mặt phẳng quán tính chính của thanh.

Nếu mặt phẳng uốn (mặt phẳng tác dụng) trùng với mặt phẳng quán tính chính của thanh thì gọi là thanh chịu uốn phẳng trên hình 9.1a mặt phẳng tác dụng π_1 trùng với mặt phẳng quán tính chính (yz) của thanh. Ngược lại, trên hình 9.1b mặt phẳng tác dụng π_2 không trùng với mặt phẳng quán tính nào của thanh được gọi là chịu uốn không gian (uốn xiên).

Nếu trên tiết diện có cả lực cắt - chịu uốn ngang phẳng. Ngược lại, chỉ có mô men uốn - chịu uốn thuần túy. Trên hình 9.1c là mô hình của dầm chịu uốn.



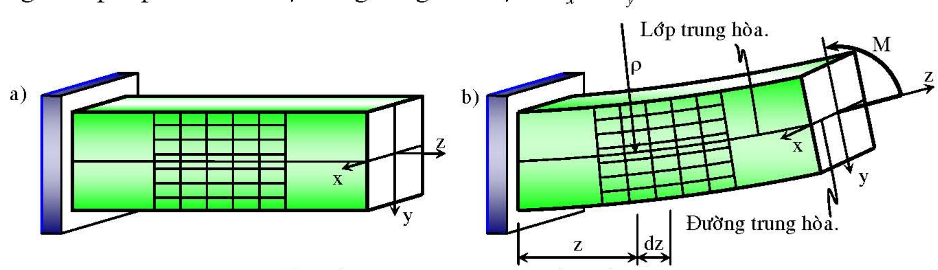
Hình 9.1: Thanh chịu uốn phẳng và uốn không gian.

II. Ứng suất trên tiết diện thanh chịu uốn thuần túy.

1. Các giả thiết.

Trước và sau biến dạng tiết diện của thanh vẫn phẳng và vuông góc với trục thanh, không tồn tại ứng suất tiếp trên các mặt.

Các lớp vật liệu dọc trục thanh không tác dụng tương hỗ lên nhau, có thể bỏ qua các thành phần ứng suất pháp trên các mặt song song với trục: $\sigma_x \approx \sigma_y \approx 0$.



Hình 9.2: Biến dạng của thanh chịu uốn thuần túy.

Tồn tại một lớp vật liệu song song với trục thanh có chiều dài không đổi, gọi là lớp trung hòa. Giao tuyến của lớp trung hòa với tiết diện gọi là đường trung hòa (hình 9.2b).

2. Công thức tính ứng suất.

Biến dạng tỷ đối theo phương z tại điểm có khoảng cách y tới đường trung hòa:

$$\varepsilon_z = \frac{mm - nn}{nn} = \frac{mm - oo}{oo} = \frac{(\rho + Y)d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho} \qquad (9.1).$$

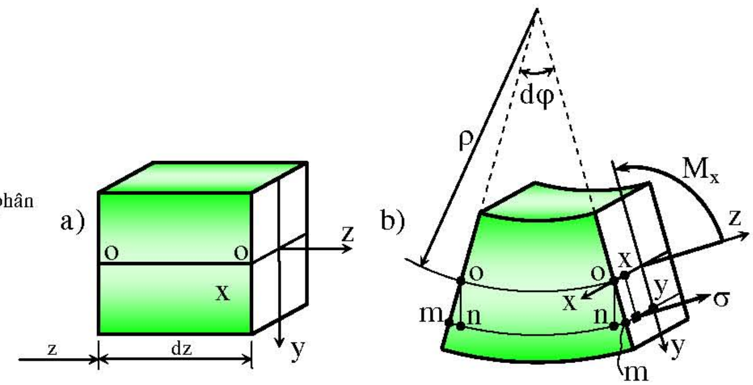
Vì $\sigma_x \approx \sigma_y \approx 0$ theo định luật Hooke $\qquad \sigma = \sigma_z = E\varepsilon_z = E\dfrac{y}{\rho}$ (9.2).

Vì $N_z = M_y = 0$ do đó:

$N_z = \int_F \sigma dF = \int_F E\dfrac{y}{\rho}dF = \dfrac{E}{\rho}\int_F ydF = \dfrac{E}{\rho}S_x = 0 \Rightarrow S_x = 0$: trục trung hòa x đi qua trọng tâm mặt cắt và vuông góc với mặt phẳng tác dụng.

$M_y = \int_F x\sigma dF = \int_F xE\dfrac{y}{\rho}dF = \dfrac{E}{\rho}\int_F xydF = \dfrac{E}{\rho}J_{xy} = 0 \Rightarrow J_{xy} = 0$: hệ trục xy là hệ trục quán tính chính trung tâm.

Hình 9.3: Biến dạng trên phân tố dz của thanh.

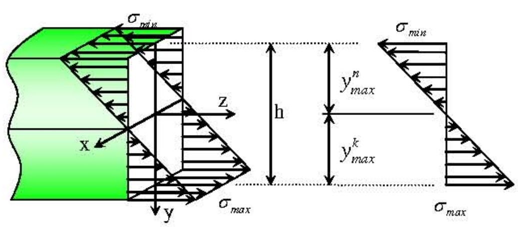


$$M_x = \int_F y\sigma dF = \int_F yE\frac{y}{\rho}dF = \frac{E}{\rho}\int_F y^2 dF = \frac{E}{\rho}J_x \Rightarrow \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \qquad (9.3).$$

Thay (9.3) vào (9.2) dẫn đến: $\qquad \sigma = \dfrac{M_x}{J_x}y$ (9.4).

3. Biểu đồ ứng suất trên tiết diện.

Hình 9.4: Biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên tiết diện.



$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{M_x}{J_x}.y_{\substack{k,max\\n,max}} = \pm\frac{|M_x|}{W_{\substack{x,k\\x,n}}} \qquad (9.5).$$

Với: $W_{x,k} = \dfrac{J_x}{y_{k,max}}; W_{x,n} = \dfrac{J_x}{y_{n,max}}$ gọi là mô men chông uốn.

4. Điều kiện bền theo ứng suất pháp.

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|}{J_x}.y_{k,max} = \frac{|M_x|}{W_{x,k}} \le [\sigma]_k \qquad (9.6).$$

$$|\sigma_{min}| = \frac{|M_x|}{J_x}.y_{n,max} = \frac{|M_x|}{W_{n,k}} \le [\sigma]_n \qquad (9.7).$$

Khi trục x đối xứng: $\qquad \sigma_{max} = |\sigma_{min}| = \dfrac{|M_x|}{W_x} \le [\sigma]^k_n$ (9.8).

Đối với vật liệu dẻo: $$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{|M_x|}{W_{\substack{x,k\\x,n}}} \le [\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma] \qquad (9.9).$$

5. Dạng hợp lý của tiết diện.

Tiết diện hợp lý là khi hai mép cùng đồng thời bị phá hỏng:

Ta có: $$\left.\begin{aligned} \sigma_{max} &= \frac{|M_x|}{J_x}.y_{k,max} = [\sigma]_k \\ |\sigma_{min}| &= \frac{|M_x|}{J_x}.y_{n,max} = [\sigma]_n \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{y_{k,max}}{y_{n,max}} = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \alpha \le 1.$$

Với vật liệu dòn $[\sigma]_k < [\sigma]_n \Rightarrow \alpha < 1$ nên $y_k < y_n$ là hợp lý, tiết diện không đối xứng qua trục x.

Với vật liệu dẻo: $[\sigma]_k = [\sigma]_n \Rightarrow \alpha = 1$ nên $y_k = y_n$ vật liệu được bố trí đối xứng qua trục x là hợp lý.

Trị số của ứng suất pháp khi uốn tỷ lệ nghịch với mô men chống uốn W_x nên ta có thể tăng W_x lên (để là giảm ứng suất pháp) bằng cách bố trí vật liệu xa trục trung hòa.

III. Ứng suất tiếp khi thanh chịu uốn ngang phẳng.

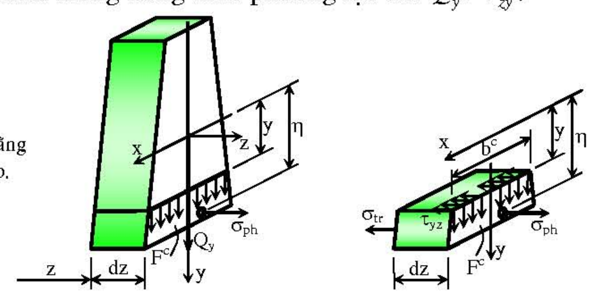
Giả thiết tiết diện phẳng không còn đúng nữa, trên tiết diện tồn tại cả ứng suất pháp và ứng suất tiếp.

Công thức tính ứng suất pháp không thay đổi.

Các giả thiết:

- Ứng suất tiếp phân bố đều theo bề rộng b của tiết diện.
- Ứng suất tiếp chỉ có thành phần thẳng đứng theo phương lực cắt Q_y: τ_{zy}.

Hình 9.5: Phân tố thanh cân bằng khi xét ứng suất tiếp.



$$\sigma_{tr} = \frac{M_x}{J_x}.\eta; \quad \sigma_{ph} = \frac{M_x + dM_x}{J_x}.\eta.$$

Phương trình cân bằng chiếu lên phương z: $\sum Z = 0$

$$\Leftrightarrow \int_{F^c} \sigma_{ph} dF - \int_{F^c} \sigma_{tr} dF^c - \tau_{yz}.b^c.dz = 0 \Leftrightarrow \int_{F^c} \frac{M_x + dM_x}{J_x} \eta dF^c - \int_{F^c} \frac{M_x}{J_x} \eta dF^c - \tau_{yz}.b^c.dz = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_{F^c} \frac{dM_x}{J_x} \eta dF^c - \tau_{yz}.b^c.dz = 0 \qquad \Leftrightarrow \tau_{yz} = \frac{1}{b^c dz} \frac{dM_x}{J_x} \int_{F^c} \eta dF^c = \frac{dM_x}{dz} \frac{S_x^c}{J_x b^c}.$$

Hay: $$\tau_{yz} = \frac{Q_y S_x^c}{J_x b^c} \qquad (9.10).$$

Với b^c - bề rộng của mặt cắt tại điểm tímh ứng suất tiếp.

$S_x^c = \int_{F_C} \eta dF$ - mô men tĩnh của diện tích cắt đối với trục x có thể tính: $S_x^c = y_C^{F^c} \times F^c$.

$y_C^{F^c}$ - khoảng cách từ trọng tâm C của diện tích F^c đến trục trung hòa x.

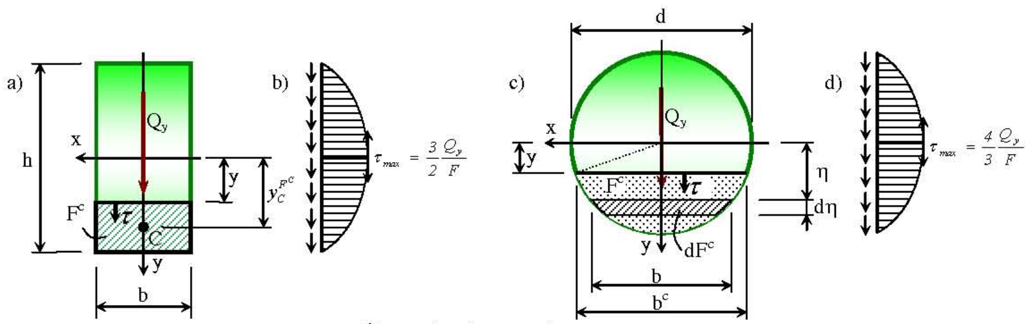
Với tiết diện hình chữ nhật kích thước $b \times h$ (hình 9.6a), tacó:

$$y_C^{F^c} = y + \left(\frac{h}{2} - y\right)\frac{1}{2} = \left(\frac{h}{2} + y\right)\frac{1}{2};\ F^c = b \times \left(\frac{h}{2} - y\right);\ S_x^c = y_C^{F^c} \times F^c = \left[\left(\frac{h}{2}\right)^2 - y^2\right]\frac{b}{2}.$$

Do đó $\tau_{zy} = \dfrac{Q_y \times \left[\left(\dfrac{h}{2}\right)^2 - y^2\right]\dfrac{b}{2}}{\dfrac{bh^3}{12} \times b} = \dfrac{6Q_y}{bh^3}\left(\dfrac{h^2}{4} - y^2\right).$

Tại hai mép trên và dưới của tiết diện có $y = \pm\dfrac{h}{2}$ nên $\tau_{zy} = 0$.

Tại những điểm nằm trên đường trung hòa có $y = 0$ nên $\tau_{zy} = \tau_{zy,max} = \dfrac{3}{2}\dfrac{Q_y}{F}$.



Hình 9.6: Ứng suất tiếp trên tiết diện đơn giản.

Với tiết diện hình tròn đường kính d (hình 9.6c):

$$J_x = \frac{\pi}{64}d^4;\ b^c = 2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - y^2} = 2\sqrt{\frac{d^2}{4} - y^2};$$

$$b = 2\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \eta^2} = 2\sqrt{\frac{d^2}{4} - \eta^2};\ dF^c = b \times d\eta = 2\sqrt{\frac{d^2}{4} - \eta^2}\,d\eta;$$

$$S_x^c = \int_{F^c}\eta.dF^c = \int_y^{d/2}\eta.2\sqrt{\frac{d^2}{4} - \eta^2}\,d\eta = -\int_y^{d/2}\left(\frac{d^2}{4} - \eta^2\right)^{\frac{1}{2}} d\left(\frac{d^2}{4} - \eta^2\right) = -\frac{2}{3}\left(\frac{d^2}{4} - \eta^2\right)^{\frac{3}{2}}\Bigg|_y^{\frac{d}{2}} = \frac{2}{3}\left(\frac{d^2}{4} - y^2\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Thay J_x, b^c, S_x^c vào (9.10), ta được:

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y.\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{d^2}{4} - y^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\dfrac{\pi d^4}{64}2\left(\dfrac{d^2}{4} - y^2\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{4}{3}\frac{Q_y 4}{\pi d^2}\frac{4}{d^2}\left(\frac{d^2}{4} - y^2\right) = \frac{4}{3}\frac{Q_y}{F}\frac{4}{d^2}\left(\frac{d^2}{4} - y^2\right).$$

Tại hai mép trên và dưới của tiết diện có $y = \pm\dfrac{d}{2}$ nên $\tau_{zy} = 0$.

Tại những điểm nằm trên đường trung hòa có $y = 0$ nên $\tau_{zy} = \tau_{zy,max} = \dfrac{4}{3}\dfrac{Q_y}{F}$.

IV. Điều kiện bền của dầm chịu uốn ngang phẳng.

1. Điều kiện bền.

a- Trạng thái ứng suất đơn.

Ở mép trên và mép dưới của tiết diện điểm, *A, E*: $\left|\sigma_{\substack{max\\min}}\right| = max\left(\dfrac{|M_x|}{J_x}.\left|y_{\substack{k\\n}}\right|\right) \le [\sigma]_n^k$.

Khi tiết diện đối xứng qua trục x: $\left|\sigma_{\substack{max \\ min}}\right| = max\left(\frac{|M_x|}{W_x}\right) \le [\sigma]_n^k$.

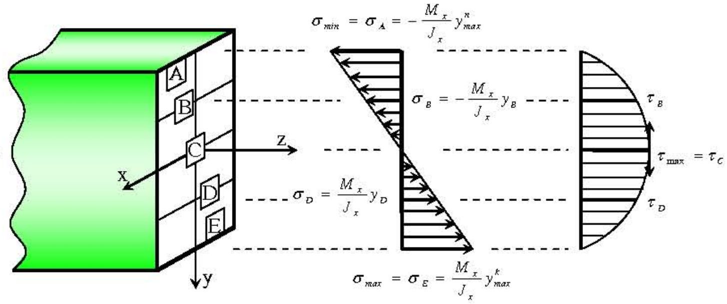
b- Trạng thái ứng suất trượt thuần túy.

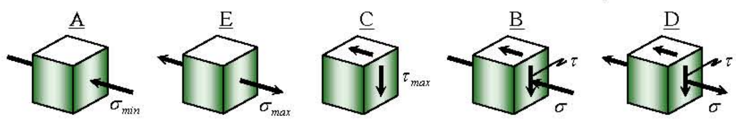
Tại những điểm nằm trên trục trung hòa, điểm ***C***: $\tau_{max} = max\left(\frac{Q_y S_x^{\frac{F}{2}}}{J_x . b}\right) \le [\tau]$

Theo thuyết bền ứng suất tiếp: $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$.

Theo thuyết bền thế năng: $[\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$.

Hình 9.7: Biểu đồ phân bố ứng suất trên tiết diện.





Hình 9.8: Trạng thái ứng suất trên tiết diện.

c- Trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt:

Tại những điểm còn lại điểm, B, D: Ứng suất pháp $\sigma = \frac{M_x}{J_x} y$ và ứng suất tiếp $\tau = \frac{Q_y S_x^C}{J_x b_C}$.

Theo thuyết bền ứng suất tiếp: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]$.

Theo thuyết bền thế năng: $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]$.

2. Ba bài toán cơ bản.

Bài toán kiểm tra bền:

Ta cần kiểm tra đối với cả ba loại trạng thái ứng suất của dầm, xem ứng suất trong thanh có thỏa điều kiện bền hay không?

Đối với dầm dài (chiều dài của dầm lớn hơn mười lần kích thước ngang) thì ảnh hưởng của lực cắt đến độ bền của dầm không đáng kể so với ảnh hưởng của mômen uốn, do đó ta chỉ cần kiểm tra trạng thái ứng suất đơn, tức là kiểm tra bền theo ứng suất pháp.

Bài toán chọn kích thước mặt cắt ngang và định tải trong cho phép:

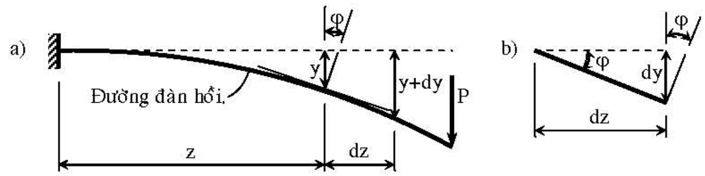
Đầu tiên, ta tiến hành giải bài toán theo trạng thái ứng suất đơn, sau đó tiến hành kiểm tra bền đối với các trạng thái ứng suất trượt thuần túy và uốn ngang phẳng với kích thước tiết diện hay tải trọng đã lựa chọn.

V. Biến dạng, chuyển vị của dầm chịu uốn.

1. Biến dạng của thanh.

Là sự thay đổi độ cong của trục. Đường cong của dầm sau khi chịu uốn được gọi là đường đàn hồi. Bán kính cong tại một vị trí của dầm được thiết lập theo (9.3) (hình 9.9):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \qquad (a).$$



Hình 9.9: Chuyển vị của dầm chịu uốn.

2. Chuyển vị, độ võng, góc xoay.

Chuyển vị của tiết diện được đặc trưng bởi chuyển vị thẳng của trọng tâm và chuyển vị xoay của mặt phẳng tiết diện.

Bỏ qua thành phần chuyển vị thẳng dọc theo trục thanh.

Thành phần chuyển vị theo phương vuông góc trục thanh gọi là độ võng:

$$y = y(z) \qquad \text{(b)}.$$

Chuyển vị xoay của tiết dịn ký hiệu φ:

$$tg\varphi = \frac{dy}{dz} = y'(z) \qquad \text{(c)}.$$

Nếu chuyển vị là bé: $\begin{cases} y << L \\ y' = tg\varphi \approx \varphi << 1 \end{cases}$

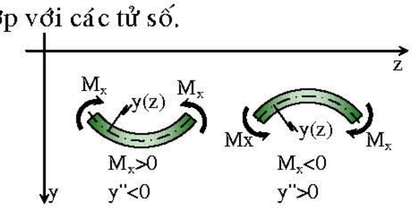
3. Phương trình vi phân độ võng.

Theo hình học vi phân:
$$\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{\left(1 + y'^2\right)^{\frac{3}{2}}} \qquad \text{(d)}.$$

So sánh (a) và (d):
$$\frac{y''}{\left(1 + y'^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \pm \frac{M_x}{EJ_x} \qquad \text{(e)}.$$

Ta phải chọn dấu sao cho thỏa mãn hai vế của (e). Mẫu số trong hai vế của (e) đều là những số dương nên chỉ chọn dấu sao cho phù hợp với các tử số.

Hình 9.10: Dấu của mômen và chiều lồi, lõm của đường đàn hồi.



Khảo sát một đoạn dầm bị uốn cong trong hai trường hợp như hình 9.10. Từ hình vẽ ta thấy M_x và y'' luôn ngược dấu nhau nên (e) có dạng:

$$\frac{y''}{\left(1 + y'^2\right)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{M_x}{EJ_x} \qquad (9.11).$$

Vì dầm có chuyển vị bé nên: $y'^2 << 1$ từ đây ta nhận được phương trình vi phân gần đúng của đường đàn hồi:

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_x} \qquad (9.12).$$

VI. Xác định độ võng của dầm bằng phương pháp tích phân không định hạn.

Lấy tích phân liên tiếp (9.12):

$$\varphi = y' = -\int \frac{M_x}{EJ_x} dz + C \qquad (9.13).$$

$$y = -\int\left(\int \frac{M_x}{EJ_x} dz\right) dz + Cz + D \qquad (9.14).$$

Trong đó: C, D là các hằng số tích phân, được xác định từ điều kiện liên kết ở hai đầu đoạn.

VII. *Xác định độ võng của dầm bằng phương pháp tải trọng giả tạo.*

Để ý hai liên hệ sau:

$$\frac{d^2M_x}{dz^2}=\frac{dQ_y}{dz}=q \qquad (f).$$

$$\frac{d^2y}{dz^2}=\frac{d\varphi}{dz}=-\frac{M_x}{EJ_x}=q_{giả tạo} \qquad (g).$$

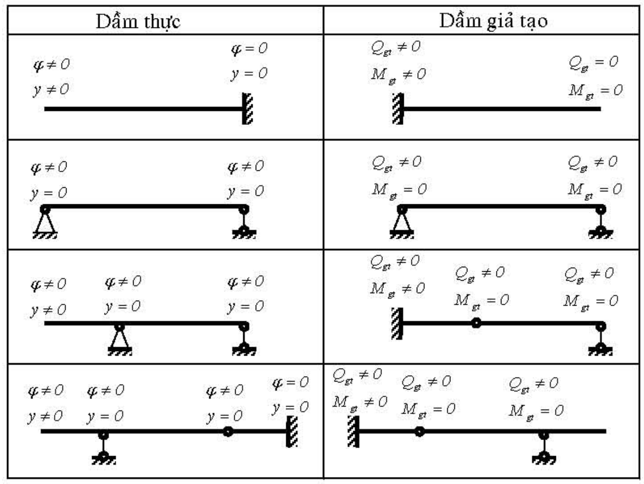
Sử dụng phương pháp mặt cắt ngang với quan niệm:

$$y=M_{gt}; \qquad \varphi=Q_{gt}; \qquad -\frac{M_x}{EJ_x}=q_{gt} \; (h).$$

Vì việc gán như trên không cùng thứ nguyên nên còn gọi là giả tạo.

Các liên kết trên dầm giả tạo phải đảm bảo: chuyển vị tại nơi liên kết trên dầm thực tương ứng với nội lực giả tạo tại nơi liên kết trên dầm giả tạo.

Nơi nào trên dầm thực có liên kết làm cho chuyển vị (thẳng, hoặc xoay) bằng không thì nơi đó trên dầm giả tạo phải có liên kết sao cho nội lực giả tạo tập trung (lực cắt giả tạo tập trung Q_{gt} , hoặc mô men giả tạo tập trung M_{gt}) do lực phân bố giả tạo q_{gt} gây ra bằng không.



Hình 9.11: Dầm thực và dầm giả tạo tương ứng.

Nơi nào trên dầm thực có liên kết làm cho xuất hiện chuyển vị (thẳng, hoặc xoay) thì nơi đó trên dầm giả tạo phải có liên kết sao cho nội lực giả tạo tập trung (lực cắt giả tạo tập trung Q_{gt}, hoặc mô men giả tạo tập trung M_{gt}) do lực phân bố giả tạo q_{gt} khác không.

Trên hình 9.11 là một số kiểu liên kết trên dầm thực và dầm giả tạo tương ứng.

VIII. *Xác định độ võng của dầm bằng phương pháp thông số ban đầu.*

Xét hai đoạn kề nhau thứ $i-1$ và i của dầm chịu uốn như hình 9.12:

Độ võng trong đoạn thứ i được tính: $\qquad y_i=y_{i-1}+\Delta y \qquad$ (9.15).

Khai triển hàm Δy theo chuỗi Taylo tai hoành độ $z=a$:

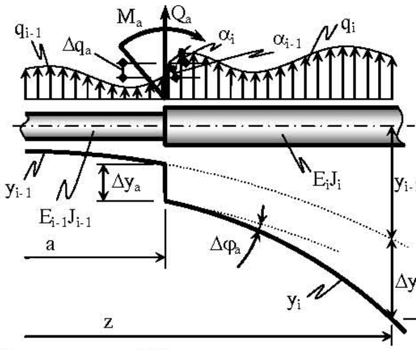
$$\Delta y=\Delta y_a+\Delta y_a^{I}\frac{(z-a)}{1!}+\Delta y_a^{II}\frac{(z-a)^2}{2!}+\Delta y_a^{III}\frac{(z-a)^3}{3!}+\Delta y_a^{IV}\frac{(z-a)^4}{4!}+\Delta y_a^{V}\frac{(z-a)^5}{5!}+\ldots \quad (9.16).$$

Trong đó:

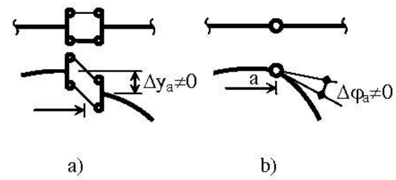
$\Delta y_a=y_{a,i}-y_{a,i-1}$.

$\Delta y_a^{I}=y'^{I}_{a,i}-y^{I}_{a,i-1}=\varphi_{a,i}-\varphi_{a,i-1}=\Delta\varphi_a$.

Trường hợp tại $z=a$ có liên kết đặc biệt như hình 9.13a thì $\Delta y_a\neq 0$ và hình 9.13b thì $\Delta\varphi_a\neq 0$.



Hình 9.12: Các thông số tại tiết diện a của đoạn thứ i-1 và đoạn thứ i.



Hình 9.13: Các liên kết đặc biệt.

Đặt: $K_{i-1} = \dfrac{EJ}{E_{i-1}J_{i-1}}$; $K_i = \dfrac{EJ}{E_iJ_i}$.

$$\Delta y_a^{II} = y_{a,i}^{II} - y_{a,i-1}^{II} = -\frac{M_{a,i}}{E_iJ_i} + \frac{M_{a,i-1}}{E_{i-1}J_{i-1}} = -\frac{1}{EJ}\left[K_iM_{a,i} - K_{i-1}M_{a,i-1}\right].$$

$$\Delta y_a^{III} = y_{a,i}^{III} - y_{a,i-1}^{III} = -\frac{Q_{a,i}}{E_iJ_i} + \frac{Q_{a,i-1}}{E_{i-1}J_{i-1}} = -\frac{1}{EJ}\left[K_iQ_{a,i} - K_{i-1}Q_{a,i-1}\right].$$

$$\Delta y_a^{IV} = y_{a,i}^{IV} - y_{a,i-1}^{IV} = -\frac{q_{a,i}}{E_iJ_i} + \frac{q_{a,i-1}}{E_{i-1}J_{i-1}} = -\frac{1}{EJ}\left[K_iq_{a,i} - K_{i-1}q_{a,i-1}\right].$$

$$\Delta y_a^{V} = y_{a,i}^{V} - y_{a,i-1}^{V} = -\frac{q_{a,i}^{I}}{E_iJ_i} + \frac{q_{a,i}^{I}}{E_{i-1}J_{i-1}} = -\frac{1}{EJ}\left[K_iq_{a,i}^{I} - K_{i-1}q_{a,i-1}^{I}\right].$$

Thay các giá trị vừa tìm được vào (9.16) rồi thay vào (9.15) ta có phương trình độ võng của đoạn thứ i:

$$y_i = y_{i-1} + \Delta y_a + \Delta\varphi_a\frac{(z-a)}{1!} - \frac{1}{EJ}\left[K_iM_{a,i} - K_{i-1}M_{a,i-1}\right]\frac{(z-a)^2}{2!} - \frac{1}{EJ}\left[K_iQ_{a,i} - K_{i-1}Q_{a,i-1}\right]\frac{(z-a)^3}{3!}$$
$$-\frac{1}{EJ}\left[K_iq_{a,i} - K_{i-1}q_{a,i-1}\right]\frac{(z-a)^4}{4!} - \frac{1}{EJ}\left[K_iq_{a,i}^{I} - K_{i-1}q_{a,i-1}^{I}\right]\frac{(z-a)^5}{5!} + \ldots \quad (9.17).$$

Để thiết lập phương trình độ võng của đoạn thứ nhất, ta tưởng tượng thêm một đoạn thứ không. Độ võng, góc xoay, nội và ngoại lực trong đoạn này đều bằng không, chọn gốc tọa độ tại $z = a = 0$:

$\Delta y_a = \Delta y_0 = y_0$; $\Delta\varphi_a = \Delta\varphi_0 = \varphi_0$;

$\dfrac{1}{EJ}\left[K_iM_{a,i} - K_{i-1}M_{a,i-1}\right] = \dfrac{1}{EJ}\left[K_1M_{0,1} - 0\right] = \dfrac{1}{E_1J_1}M_0$; $\dfrac{1}{EJ}\left[K_iQ_{a,i} - K_{i-1}Q_{a,i-1}\right] = \dfrac{1}{EJ}\left[K_1Q_{0,1} - 0\right] = \dfrac{1}{E_1J_1}Q_0$;

$\dfrac{1}{EJ}\left[K_iq_{a,i} - K_{i-1}q_{a,i-1}\right] = \dfrac{1}{EJ}\left[K_1q_{0,1} - 0\right] = \dfrac{1}{E_1J_1}q_0$; $\dfrac{1}{EJ}\left[K_iq_{a,i}^{I} - K_{i-1}q_{a,i}^{I}\right] = \dfrac{1}{EJ}\left[K_1q_{0,1}^{I} - 0\right] = \dfrac{1}{E_1J_1}q_0^{I}$.

Do đó:

$$y_1 = y_0 + \varphi_0\frac{z}{1!} - \frac{M_0}{E_1J_1}\frac{z^2}{2!} - \frac{Q_0}{E_1J_1}\frac{z^3}{3!} - \frac{q_0}{E_1J_1}\frac{z^4}{4!} - \frac{q_0^{I}}{E_1J_1}\frac{z^5}{5!} + \ldots \quad (9.18).$$

Khi độ cứng chống uốn EJ không đổi thì $K_{i-1} = K_i = 1$ thì:

$\dfrac{1}{EJ}\left[M_{a,i} - M_{a,i-1}\right] = \dfrac{1}{EJ}\Delta M_a = \dfrac{1}{EJ}M_a$; $\dfrac{1}{EJ}\left[Q_{a,i} - Q_{a,i-1}\right] = \dfrac{1}{EJ}\Delta Q_a = \dfrac{1}{EJ}Q_a$;

$\dfrac{1}{EJ}\left[q_{a,i} - q_{a,i-1}\right] = \dfrac{1}{EJ}\Delta q_a$; $\dfrac{1}{EJ}\left[q_{a,i}^{I} - q_{a,i-1}^{I}\right] = \dfrac{1}{EJ}(tg\alpha_i - tg\alpha_{i-1}) = \dfrac{1}{EJ}\Delta q_a^{I}$.

Thay các giá trị tìm được vào (9.18) và (9.17) sẽ có:

$$y_1 = y_0 + \varphi_0\frac{z}{1!} - \frac{M_0}{EJ}\frac{z^2}{2!} - \frac{Q_0}{EJ}\frac{z^3}{3!} - \frac{q_0}{EJ}\frac{z^4}{4!} - \frac{q_0^{I}}{EJ}\frac{z^5}{5!} + \ldots \quad (9.19).$$

$$y_i = y_{i-1} + \Delta y_a + \Delta\varphi_a\frac{(z-a)}{1!} - \frac{M_a}{EJ}\frac{(z-a)^2}{2!} - \frac{Q_a}{EJ}\frac{(z-a)^3}{3!} - \frac{\Delta q_a}{EJ}\frac{(z-a)^4}{4!} - \frac{\Delta q_a^{I}}{EJ}\frac{(z-a)^5}{5!} + \ldots \quad (9.20).$$

IX. Ảnh hưởng của lực cắt tới độ võng của dầm.

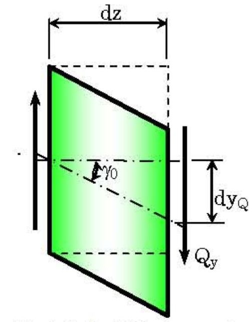
Ảnh hưởng của mô men uốn theo (9.12): $y''_M = -\dfrac{M_x}{EJ_x}$ (i).

Ảnh hưởng của lực cắt (gây trượt):

$$dy_Q = tg\gamma_0.dz \Rightarrow \frac{dy_Q}{dz} = tg\gamma_0 \approx \gamma_0.$$

Mặt khác, theo định luật Hooke: $\gamma_0 = \dfrac{\tau_0}{G} \Rightarrow \dfrac{dy_Q}{dz} = \dfrac{\tau_0}{G}$.

τ_0 được tính theo (9.10) nếu viết gọn lại: $\tau_0 = \alpha.\dfrac{Q_y}{F}$ với α phụ thuộc vào hình dáng của tiết diện.



Hình 9.14: Biến dạng góc của phân tố thanh

Tiết diện hình chữ nhật: $\alpha = \dfrac{3}{2}$.

Tiết diện tròn đặc: $\alpha = \dfrac{4}{3}$.

Tiết diện tròn rỗng: $\alpha = \dfrac{F}{F_t}$.

- F - diện tích toàn bộ tiết diện.
- F_t - diện tích các phần tiết diện theo phương thẳng đứng (phần bụng)

Kết quả: $\dfrac{dy_Q}{dz} = \alpha\dfrac{Q_y}{GF} \Rightarrow \dfrac{d^2y_Q}{dz^2} = \dfrac{\alpha}{GF}\dfrac{dQ_y}{dz}$ (j).

Tổng của độ võng bằng độ võng y_M do mô men uốn và độ võng y_Q do lực cắt gây ra riêng lẽ: $y = y_M + y_Q \Rightarrow y'' = y''_M + y''_Q$.

Thay y''_M và y''_Q trong (i) và (j) vào ta nhận được phương trình vi phân độ võng của dầm có kể đến ảnh hưởng của lực cắt:

$$y'' = -\frac{M_x}{EJ_x} + \frac{\alpha}{GF}\frac{dQ_y}{dz} \qquad (9.21).$$

Ví dụ 9.1.

Dầm AB bị ngàm chặt tại B (hình 9.15a) có: $[\sigma] = 12KN/cm^2$; $E = 2.10^4\ KN/cm^2$; $a = 1m$; $h = 2b = 10cm$. Xác định cường độ tải trọng $[q]$ cho phép theo điều kiện bền về ứng suất pháp trong hai trường hợp mặt cắt ngang của dầm đặt đứng (hình 9.15b) và đặt nằm (hình 9.15c). Hãy tính độ võng tại tiết diện qua A trong trường hợp đặt đứng.

Giải.

Biểu đồ moment uốn vẽ trên hình 9.15d.

Tại tiết diện qua B có moment uốn lớn nhất $M_{x,max} = qa^2/2$.

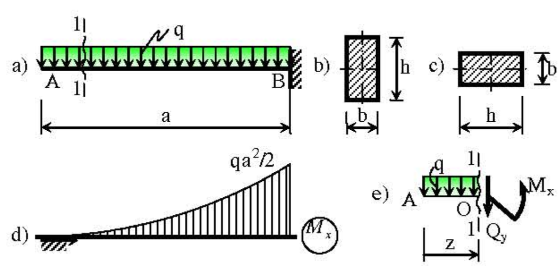
Khi tiết diện đặt đứng (hình 9.15b):

$J_x = \dfrac{bh^3}{12} = \dfrac{b.(2b)^3}{12} = \dfrac{2}{3}b^4$; $y_{max} = \dfrac{h}{2} = b$.

$$|\sigma|_{max} = \frac{M_{x,max}}{J_x}y_{max} = \frac{qa^2}{2}\frac{3}{2b^4}.b = \frac{3}{4}\frac{qa^2}{b^3} \le [\sigma]$$

$$\Rightarrow q \le \frac{4}{3}\frac{b^3[\sigma]}{a^2} = \frac{4}{3}\frac{5^3 12}{100^2}\frac{KN}{cm} = 0{,}2\frac{KN}{cm}.$$

Chọn $[q] = 0{,}2\dfrac{KN}{cm}$.



Hình 9.15: Cho ví dụ 9.1.

Khi tiết diện đặt nằm (hình 9.15c): $J_x = \dfrac{hb^3}{12} = \dfrac{2b.b^3}{12} = \dfrac{1}{6}b^4$; $y_{max} = \dfrac{b}{2}$.

$$|\sigma|_{max} = \frac{M_{x,max}}{J_x}y_{max} = \frac{qa^2}{2}\frac{6}{b^4}.\frac{b}{2} = \frac{3}{2}\frac{qa^2}{b^3} \le [\sigma] \Rightarrow q \le \frac{2}{3}\frac{b^3[\sigma]}{a^2} = \frac{2}{3}\frac{5^3 12}{100^2}\frac{KN}{cm} = 0,1\frac{KN}{cm}.$$

Chọn $[q] = 0,1\dfrac{KN}{cm}$.

Ta có nhận xét là khi tiết diện đặt nằm thì khả năng chịu tải giảm đi một nữa.

Xét cân bằng của đoạn dầm cắt ra phần bên trái (hình 9.15e).

$$\Sigma m_O = -M_x - q\frac{z^2}{2} = 0 \Rightarrow M_x = -\frac{1}{2}qz^2.$$

Từ phương trình vi phân cấp hai của đường đàn hồi: $y'' = -\dfrac{M_x}{EJ_x} = \dfrac{1}{2}\dfrac{qz^2}{EJ_x}$.

Tích phân lần thứ nhất: $\varphi = y' = \displaystyle\int \frac{1}{2}\frac{q}{EJ_x}z^2dz = \frac{1}{2}\frac{q}{EJ_x}\frac{z^3}{3} + C$.

Tích phân lần thứ hai: $y = \displaystyle\int \frac{1}{6}\frac{q}{EJ_x}z^3dz + Cz + D = \frac{1}{6}\frac{q}{EJ_x}\frac{z^4}{4} + Cz + D$.

Các hằng số tích phân C, D tìm được từ điều kiện biên, góc xoay và độ võng tại ngàm B bằng không:

$$\varphi|_{z=a} = 0 \Rightarrow \frac{1}{6}\frac{qa^3}{EJ_x} + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{6}\frac{qa^3}{EJ_x}.$$

$$y|_{z=a} = 0 \Rightarrow \frac{1}{24}\frac{qa^4}{EJ_x} - \frac{1}{6}\frac{qa^4}{EJ_x} + D = 0 \Rightarrow D = \frac{1}{8}\frac{qa^4}{EJ_x}.$$

Vậy, phương trình góc xoay và độ võng của đường đàn hồi là:

$$\varphi = \frac{1}{6}\frac{q}{EJ_x}z^3 - \frac{1}{6}\frac{qa^3}{EJ_x};\ y = \frac{1}{24}\frac{q}{EJ_x}z^4 - \frac{1}{6}\frac{qa^3}{EJ_x}z + \frac{1}{8}\frac{qa^4}{EJ_x}.$$

Độ võng tại tiết diện qua A sẽ là:

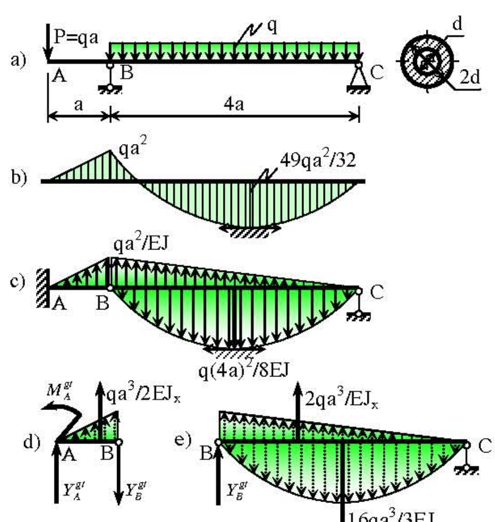
$$y_A = y|_{z=0} = \frac{1}{8}\frac{qa^4}{EJ_x} = \frac{1}{8}\frac{qa^4}{E}\frac{3}{2b^4} = \frac{3}{16}\frac{0,2.100^4}{2.10^4.5^4}cm \approx 0,3cm.$$

Ví dụ 9.2.

Dầm AC mặt cắt ngang hình tròn rỗng, liên kết và chịu lực như hình 9.16a.

Cho $[\sigma] = 10KN/cm^2$; $E = 2.10^4 KN/cm^2$;

$a = 0,5m$; $q = 150KN/m$. Xác định kích thước d của tiết diện thõa điều kiện bền theo ứng suất pháp và tính độ võng, góc xoay tại mặt cắt qua A.



Hình 9.16: Cho ví dụ 9.2.

Giải.

Biểu đồ moment uốn trên hình 9.16b, có moment uốn cực trị: $M_{x,max} = 49qa^2/32$.

$$J_x = 0,05(2d)^4 - 0,05d^4 = 0,75d^4;\ y_{max} = d.$$

$$|\sigma|_{max} = \frac{49}{32}\frac{qa^2}{0,75d^4}d = \frac{49}{24}\frac{qa^2}{d^3} \le [\sigma]$$

$$\Rightarrow d \ge \sqrt[3]{\frac{49}{24}\frac{qa^2}{[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{49}{24}\frac{1,5.50^2}{10}}cm \approx 9,15cm.$$

Chọn $d = 9,2cm$.

Từ dầm thực trên hình 9.16a, biểu đồ moment uốn trên hình 9.16b ta có dầm giả tạo và tải trọng giả tạo trên hình 9.16c. Các hợp lực của tải trọng phân bố giả tạo trên hình 9.16 d,e.

Xét cân bằng đoạn dầm BC (hình 9.16e).

$$\Sigma m_C = \frac{2qa^3}{EJ_x}.\frac{2}{3}4a - \frac{16qa^3}{3EJ_x}.2a + Y_B^{gt}.4a = 0 \Rightarrow Y_B^{gt} = \frac{4}{3}\frac{qa^3}{EJ_x}.$$

Xét cân bằng đoạn dầm AB (hình 9.16d).

$$\Sigma m_A = -\frac{qa^3}{2EJ_x}.\frac{2}{3}a + Y_B^{gt}.a - M_A^{gt} = 0 \Rightarrow y_A = M_A^{gt} = \frac{qa^4}{EJ_x} = \frac{1,5.50^4}{2.10^4.0,75.9,2^4}cm \approx 0,0872cm.$$

$$\Sigma Y = \frac{qa^3}{2EJ_x} - Y_B^{gt} + Y_A^{gt} = 0 \Rightarrow \varphi_A = Y_A^{gt} = \frac{5}{6}\frac{qa^3}{EJ_x} = \frac{5}{6}\frac{1,5.50^3}{2.10^4.0,75.9,2^4}rad \approx 0,0015rad.$$

Ví dụ 9.3.

Dầm AD liên kết, chịu lực và kích thước như trên hình 9.17a.

Biết: $E = 2.10^4\dfrac{KN}{cm^2}$; $[\sigma]_k = 7\dfrac{KN}{cm^2}$; $[\sigma]_n = 11\dfrac{KN}{cm^2}$; $b = 3cm$; $a = 0,5m$.

Trường hợp mặt cắt ngang của dầm được đặt lật sấp như trên hình 9.17b, hãy xác định cường độ q_{max} của tải trọng để dầm đảm bảo điều bền theo ứng suất pháp. Nếu mặt cắt ngang được lật ngửa như trên hình 9.17c, lúc này cường độ q_{max} lớn hay nhỏ hơn khi lật sấp. Có nhận xét gì về trường hợp này.

Giải.

Biểu đồ moment uốn vẽ trên hình 9.17d. Tại tiết diện qua B có moment uốn lớn nhất $M_{x,max} = 18qa^2/5$.

Khi tiết diện đặt sấp (hình 9.17b):

$$y_C = \frac{3b.10b^2}{10b^2 + 2.4b^2} = \frac{5}{3}b = 5cm.$$

$$J_x = \frac{5b.(2b)^3}{12} + \left(\frac{4}{3}b\right)^2 10b^2 + 2\left[\frac{b.(4b)^3}{12} + \left(\frac{5}{3}b\right)^2 4b^2\right] = 54b^4 = 4374cm^4.$$

$$\frac{y_{max}^k}{y_{max}^n} = \frac{11}{7} > \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \frac{7}{11} \Rightarrow \text{phá hoại do kéo.}$$

$$\sigma_{max} = \frac{18qa^2.11}{5.3.54b^3} \le [\sigma]_k \Rightarrow q \le \frac{45}{11}\frac{b^3[\sigma]_k}{a^2} \Rightarrow q \le \frac{45}{11}\frac{3^3.7}{50^2}\frac{KN}{cm} = \frac{1701}{5500}\frac{KN}{cm}.$$

$$\Rightarrow q_{max} = \frac{1701}{5500}\frac{KN}{cm} \approx 0,309\frac{KN}{cm}.$$

Khi tiết diện đặt ngửa (hình 9.17c):

$$\frac{y_{max}^k}{y_{max}^n} = \frac{7}{11} = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} = \frac{7}{11} \Rightarrow \text{phá hoại}$$

đồng thời do kéo và nén.

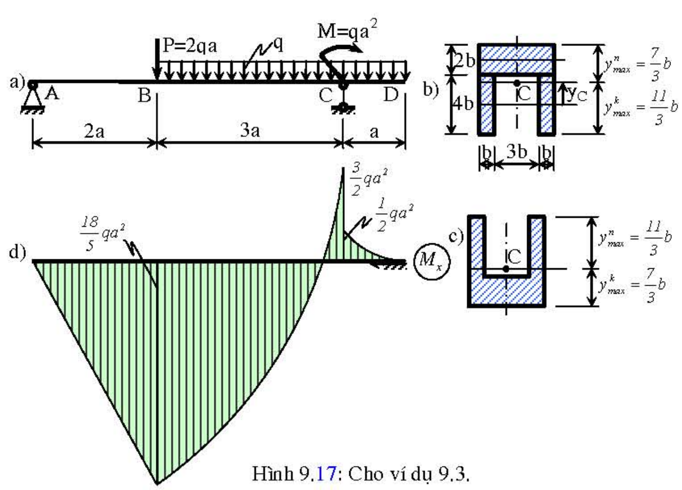
$$\sigma_{max} = \frac{18qa^2.7}{5.3.54b^3} \le [\sigma]_k$$

$$\Rightarrow q \le \frac{45}{7}\frac{b^3[\sigma]_k}{a^2}$$

$$\Rightarrow q \le \frac{45}{7}\frac{3^3.7}{50^2}\frac{KN}{cm} = \frac{243}{500}\frac{KN}{cm}.$$

$$\Rightarrow q_{max} = \frac{243}{500}\frac{KN}{cm} = 0,468\frac{KN}{cm}.$$

Trường hợp này chịu lực hợp lý vì dầm sẽ bị phá hoại do kéo và nén



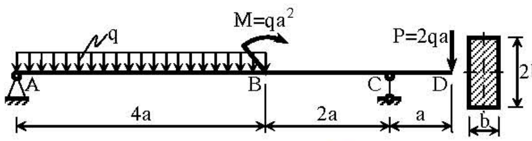
Hình 9.17: Cho ví dụ 9.3.

cùng lúc.

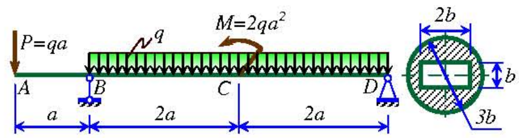
BÀI TẬP CHƯƠNG 9

9.1.Dầm AD có mặt cắt ngang hình chữ nhật kích thước $b \times 2b$ được đỡ trên hai gối A và C. Các tải trọng và kích thước như hình 9.18.

Biết: $\left[\sigma\right] = 10\dfrac{KN}{cm^2}$; $b = 10cm$; $a = 0{,}5m$. Xác định phản lực liên kết tại các gối A và C. Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn phát sinh trong dầm. Xác định tải trọng cho phép $\left[q\right]$ tác dụng lên dầm thỏa mãn điều kiện bền theo ứng suất pháp.



Hình 9.18.

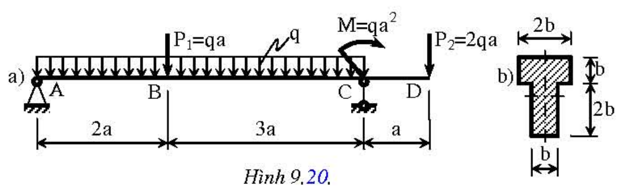


Hình 9.19.

9.2. Dầm AD có mặt cắt ngang hình tròn đường kính $3b$ bị khoét rỗng bởi hình chữ nhật kích thước $2b \times b$ được đỡ trên hai gối B và D. Các tải trọng và kích thước như hình 9.19.

Biết: $\left[\sigma\right] = 10\dfrac{KN}{cm^2}$; $q = 120\dfrac{KN}{m}$; $a = 0{,}5m$. Xác định phản lực liên kết tại các gối B và D. Vẽ biểu đồ lực cắt và mômen uốn phát sinh trong dầm. Xác định kích thước b để dầm thỏa mãn điều kiện bền theo ứng suất pháp.

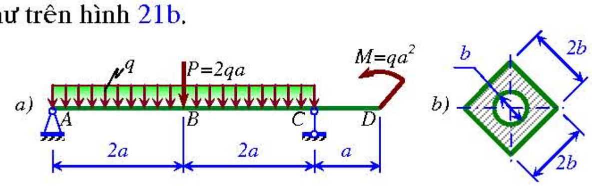
9.3. Dầm AD liên kết, chịu lực và kích thước như trên hình 9.20a. Tiết diện cắt ngang của dầm như trên hình 9.20b.



Hình 9.20.

Biết: $E = 2.10^4\dfrac{KN}{cm^2}$; $\left[\sigma\right] = 12\dfrac{KN}{cm^2}$; $b = 5cm$; $a = 0{,}6m$. Xác định phản lực tại các gối và vẽ biểu đồ nội lực (Tính theo *q, a*). Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt. Xác định cường độ q_{max} của tải trọng theo điều kiện bền. Tính chuyển vị thẳng đứng của điểm D theo *q, a, E*, J_x.

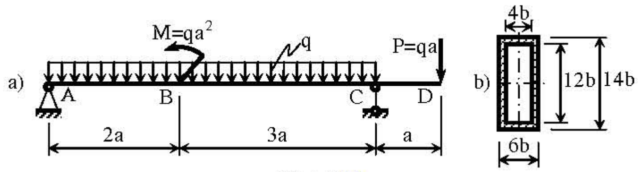
9.4. Dầm AD có ứng suất cho phép $\left[\sigma\right]$, liên kết, chịu lực và kích thước như hình 21a. Tiết diện cắt ngang của dầm như trên hình 21b.



Hình 9.21.

Biết: $\left[\sigma\right] = 10\dfrac{KN}{cm^2}$; $b = 6cm$; $a = 0{,}5m$. Xác định phản lực liên kết tại các gối A, C và vẽ biểu đồ lực cắt, mômen uốn xuất hiện trong dầm theo *q, a*. Xác định $\left[q\right]$ (tải trọng cho phép) để dầm thỏa mãn điều kiện bền theo ứng suất pháp.

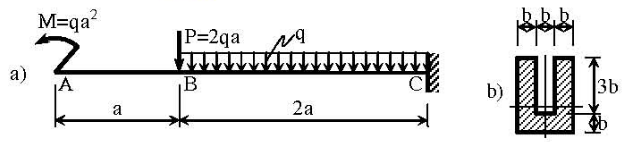
9.5. Dầm AD có tiết diện cắt ngang rỗng, liên kết, chịu lực và kích thước như trên hình 9.22.



Hình 9.22.

Biết: $\left[\sigma\right]=10\dfrac{KN}{cm^2}$; $q=140\dfrac{KN}{m}$; $a=1{,}5m$. Xác định phản lực tại các gối và vẽ biểu đồ nội lực theo q, a. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt, xác định b (kích thước của tiết diện) theo điều kiện bền. Tính chuyển vị thẳng đứng của mặt cắt qua D theo q, a, E, J_x.

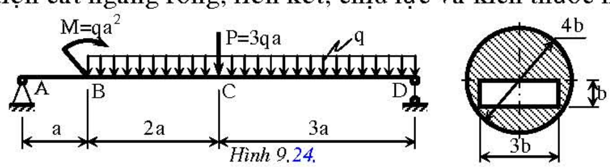
9.6. Dầm AC có môđun đàn hồi E liên kết, chịu lực và kích thước như trên hình 9.23a. Tiết diện cắt ngang của dầm như trên hình 9.23b.



Hình 9.23.

Biết: $\left[\sigma\right]=10\dfrac{KN}{cm^2}$; $b=5cm$; $a=1m$. Vẽ biểu đồ lực cắt, mômen uốn xuất hiện trong dầm theo q, a. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt, xác định cường độ của tải trọng lớn nhất (q_{max}) tác dụng lên dầm theo điều kiện bền.

9.7. Dầm AD có tiết diện cắt ngang rỗng, liên kết, chịu lực và kích thước như trên hình 9.24.



Hình 9.24.

Biết: $\left[\sigma\right]=11\dfrac{KN}{cm^2}$; $q=140\dfrac{KN}{m}$; $a=1{,}5m$. Xác định phản lực tại các gối và vẽ biểu đồ nội lực. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt, xác định b (kích thước của tiết diện) theo điều kiện bền.

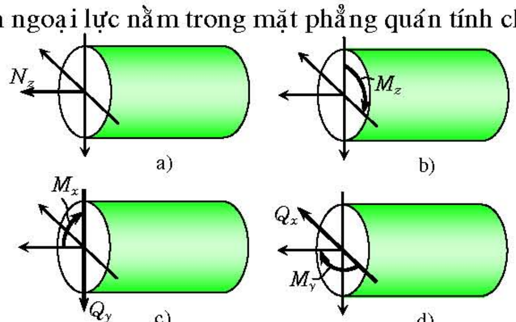
CHƯƠNG 10:

THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

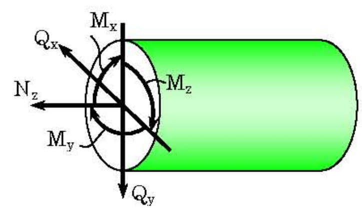
I. Khái niệm chung.

1. Thanh chịu lực đơn giản.

Trong các trường hợp khi thanh chịu kéo (nén) đúng tâm, chịu xoắn thuần túy, chịu uốn phẳng như đã khảo sát ở các chương trước được gọi là chịu lực đơn giản. Lúc này trên tiết diện cắt ngang của thanh chỉ xuất hiện một số ứng lực riêng lẽ: hoặc lực dọc N_z do những ngoại lực dọc theo trục thanh gây ra như hình 10.1a, hoặc mômen xoắn M_z do những ngẫu ngoại lực nằm trong mặt phẳng vuông góc trục thanh gây ra như hình 10.1b, hoặc lực cắt Q_y và mômen uốn M_x do ngoại lực và mômen ngoại lực nằm trong mặt phẳng quán tính chính *yz* của thanh gây ra như hình 10.1c, hoặc lực cắt Q_x và mômen uốn M_y do ngoại lực và mômen ngoại lực nằm trong mặt phẳng quán tính chính *xz* của thanh gây ra như hình 10.1d.



Hình 10.1:Ứng lực trên tiết diện trong các trường hợp thanh chịu lực đơn giản.



Hình 10.2: Ứng lực trên tiết diện khi thanh chịu lực phức tạp tổng quát.

2. Thanh chịu lực phức tạp.

Sự kết hợp các trường hợp chịu lực đơn giản lại với nhau được gọi là thanh chịu lực phức tạp. Trong trường hợp tổng quát nhất, trên tiết diện cắt ngang của thanh tồn tại đủ sáu thành phần ứng lực như hình 10.2.

3. Ứng suất trên tiết diện.

Vận dụng nguyên lý công tác dụng: ứng suất, biến dạng trong trường hợp chịu lực phức tạp bằng tổng ứng suất, biến dạng do từng nội lực riêng lẽ gây ra.

Ứng suất pháp trên tiết diện chỉ do lực dọc, và mô men uốn gây ra:

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_{(N_z)} + \vec{\sigma}_{(M_x)} + \vec{\sigma}_{(M_y)} \qquad (10.1).$$

Vì các ứng suất này cùng phương nên:

$$\sigma = \sigma_{(N_z)} + \sigma_{(M_x)} + \sigma_{(M_y)} = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x}y + \frac{M_y}{J_y}x \qquad (10.2).$$

Ứng suất tiếp trên tiết diện chỉ do lực cắt và mô men xoắn gây ra.

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_{(Q_x)} + \vec{\tau}_{(Q_y)} + \vec{\tau}_{(M_z)} \qquad (10.3).$$

$\tau_{(Q_y)} = \dfrac{Q_y S_x^C}{J_x b^C}$ - Phương theo trục *y*.

$\tau_{(Q_x)} = \dfrac{Q_x S_y^C}{J_y h^C}$. - Phương theo trục *x*.

Với những dầm dài, khi tính bền hay biến dạng có thể bỏ qua các ứng suất tiếp này.

$\tau_{(M_z)} = \dfrac{M_z}{J_\rho}\rho$ - Phương nằm trên tiết diện và vuông góc với bán kính tiết diện đối với các tiết diện tròn.

II. Ứng suất pháp và điều kiện bền theo ứng suất pháp.

1. Đường trung hòa.

Đường trung hòa trên tiết diện là quỹ tích những điểm có ứng suất pháp bằng không. Cho $\sigma = 0$ trong (10.2):

$$\frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x}y + \frac{M_y}{J_y}x = 0 \qquad (10.4).$$

Với x, y là tọa độ những điểm nằm trên đường trung hòa.

Đường trung hòa là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ nếu $N_z = 0$, và ngược lại.

Ứng suất pháp tại một điểm trên tiết diện tỷ lệ bậc nhất với khoảng cách từ điểm đó tới đường trung hòa.

2. Biểu đồ ứng suất pháp trên mặt cắt tiết diện.

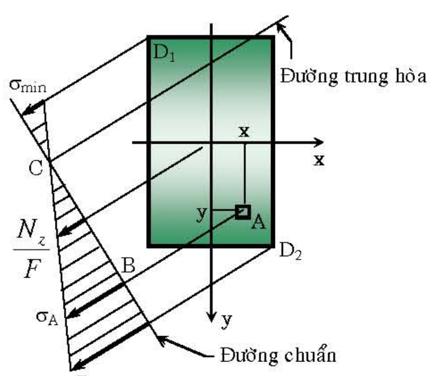
Cách vẽ, xem hình 10.3.

Kẻ đường thẳng vuông góc với đường trung hòa cắt đường trung hòa tại *C*, gọi là đường chuẩn.

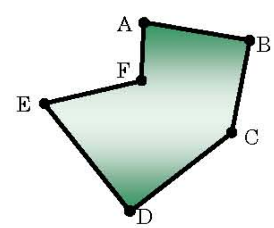
Xét một điểm *A(x,y)* trên tiết diện, theo (10.2) tính được ứng suất pháp tại *A*: σ_A; qua *A* kẻ đường thẳng song song với đường trung hòa, cắt đường chuẩn tại *B*.

Từ *B* dựng tung độ σ_A; Nối tung độ σ_A với *C* ta nhận được biểu đồ ứng suất pháp. Biểu đồ giới hạn bởi hai đường thẳng song song đường trung hòa, tiếp xúc với chu vi tiết diện tại hai điểm xa đường trung hòa nhất (D_1, D_2).

Tại trọng tâm của tiết diện ứng suất pháp luôn luôn là: $\sigma = \dfrac{N_z}{F}$.



Hình 10.3: Đường trung hòa và biểu đồ ứng suất pháp trên tiết diện.



Hình 10.4: Tiết diện đa giác.

3. Ứng suất pháp lớn nhất.

Theo hình 10.3 tại những điểm xa đường trung hòa nhất D_1, D_2:

$$\sigma_{\substack{max \\ min}} = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x}y_{\substack{D_1 \\ D_2}} + \frac{M_y}{J_y}x_{\substack{D_1 \\ D_2}} \qquad (10.5).$$

Do đó trước tiên ta xác định các điểm D_1, D_2 rồi sau đó tìm $\sigma_{max}, \sigma_{min}$.

Tiết diện hình đa giác: ứng suất pháp chỉ có thể đạt cực trị tại các đỉnh lồi của đa giác, chẳng hạn như các đỉnh: *A, B, C, D, E* trên hình 10.4. Do đó ta không cần vẽ đường trung hòa mà chỉ tính ứng suất pháp tại các đỉnh lồi và:

$$\sigma_{max} = max(\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C, \sigma_D, \sigma_E);$$
$$\sigma_{min} = min(\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C, \sigma_D, \sigma_E).$$

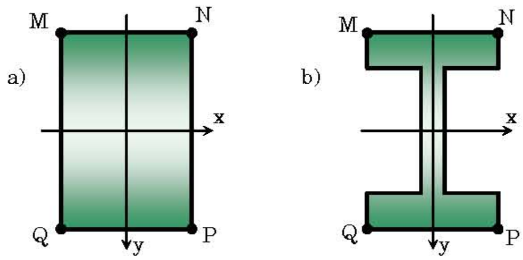
Tiết diện hình chữ nhật hình 10.5a, thép chữ I hình 10.5b, ứng suất pháp có thể đạt cực trị tai các đỉnh của tiết diện:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{N_z}{F} \pm \left|\frac{M_x}{W_x}\right| \pm \left|\frac{M_y}{W_y}\right| \qquad (10.6).$$

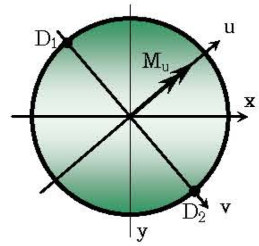
Trong đó:

$$\sigma_M = \frac{N_z}{F} - \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}; \qquad \sigma_N = \frac{N_z}{F} - \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y};$$

$$\sigma_P = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y}; \qquad \sigma_Q = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y}.$$



Hình 10.5: Ứng suất trên tiết diện chữ nhật và chữ I.



Hình 10.6: Ứng suất trên tiết diện tròn.

Tiết diện tròn hình 10.6: có thể thay thế tác dụng của hai mômen M_x và M_y bằng mô men uốn $M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$. Trị số lớn nhất của ứng suất pháp chỉ có thể đạt được tại các điểm D_1 và D_2:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{N_z}{F} \pm \frac{M_u}{W_u} = \frac{N_z}{F} \pm \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W_x} \qquad (10.7).$$

4. Điều kiện bền theo ứng suất pháp.

Trong trường hợp tổng quát:

$$\left|\sigma_{\substack{max\\min}}\right| = \left|\frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x} y_{\substack{D_1\\D_2}} + \frac{M_y}{J_y} x_{\substack{D_1\\D_2}}\right| \le [\sigma]_n^k \qquad (10.8).$$

Với tiết diện hình chữ nhật:

$$\left|\sigma_{\substack{max\\min}}\right| = \left|\frac{N_z}{F} \pm \frac{|M_x|}{W_x} \pm \frac{|M_y|}{W_y}\right| \le [\sigma]_n^k \qquad (10.9).$$

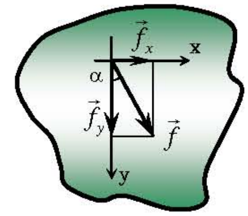
Với tiết diện hình tròn:

$$\left|\sigma_{\substack{max\\min}}\right| = \left|\frac{N_z}{F} \pm \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W_x}\right| \le [\sigma]_n^k \qquad (10.10).$$

Đối với vật liệu dẽo: $[\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma]$.

III. Độ võng của dầm.

Bỏ qua ảnh hưởng của biến dạng do lực dọc, độ võng của thanh chỉ do các mômen uốn gây ra. Ký hiệu $\vec{f}_x$ là véc tơ độ võng theo phương x do mômen uốn M_y gây ra và $\vec{f}_y$ là véc tơ độ võng theo phương y do mômen uốn M_x gây ra, lúc



Hình 10.7: Độ võng khi uốn không gian.

này độ võng toàn phần sẽ là tổng véc tơ của hai thành phần trên: $\vec{f} = \vec{f}_x + \vec{f}_y$, hay độ lớn: $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$.

Với các hàm vi phân của độ võng: $f_x'' = -\dfrac{M_y}{EJ_y}$; $f_y'' = -\dfrac{M_x}{EJ_x}$.

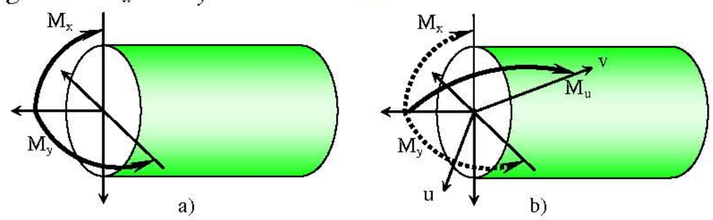
Véc tơ độ võng toàn phần $\vec{f}$ hợp với phương y một góc α hình 10.7: $tg\alpha = \dfrac{f_x}{f_y}$.

IV. Các trường hợp thường gặp.

1. Uốn xiên - uốn không gian.

Khi thanh chịu uốn trong cả hai mặt phẳng quán tính chính. Nếu bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt thì ứng lực trên tiết diện gồm có M_x và M_y như hình 10.8a.

Hình 10.8: Ứng lực trên tiết diện khi thanh chịu uốn xiên.



Ứng suất pháp trên tiết diện:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \qquad (10.11).$$

Có thể hợp hai mô men uốn M_x và M_y được một mô men M_u, độ lớn: $M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$; M_u nằm trong mặt phẳng chứa trục thanh và một trục v nào đó trên tiết diện.

Đối với tiết diện tròn, mọi trục trung tâm đều là trục quán tính chính nên có thể tính như thanh chịu uốn phẳng hình 10.8b:

$$\sigma = \frac{M_u}{J_u} v = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{J_x} v \qquad (10.12).$$

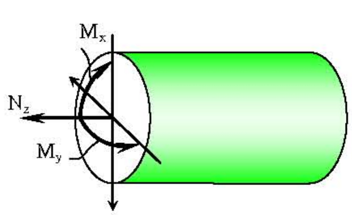
2. Uốn cộng kéo (nén) - uốn và kéo (nén) đồng thời.

d- Uốn cộng kéo (nén).

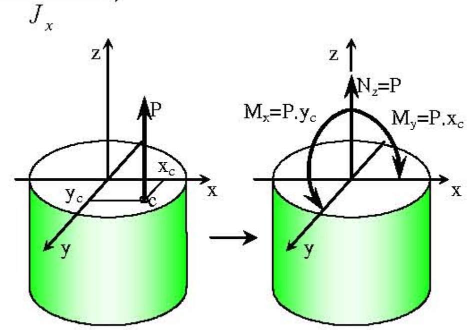
Khi trên tiết diện của thanh tồn tại lực dọc N_z đồng thời với mômen M_x và M_y hoặc một trong hai thành phần mômen trên như hình 10.9.

Ứng suất pháp trên tiết diện: $$\sigma = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \qquad (10.13).$$

Với tiết diện tròn: $$\sigma = \frac{N_z}{F} + \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{J_x} v \qquad (10.14).$$



Hình 10.9: Ứng lực trên tiết diện khi thanh chịu uốn và kéo (nén) đồng thời.



Hình 10.10: Kéo nén lệch tâm và các ứng lực tương ứng.

e- Kéo nén lệch tâm.

Biểu thức ứng suất trên tiết diện: Trường hợp này xảy ra khi ngoại lực song song nhưng không trùng với trục thanh.

Nếu trên tiết diện tồn tại lực P đặt tại điểm lệch tâm $C(x_C, y_C)$ như trên hình 10.10. Khi dời lực P về trùng với trục thanh ta được:

Lực dọc:

$N_z = P.$

Các mô men uốn:

$M_x = P.y_C.$

$M_y = P.x_C.$

Nếu trên tiết diện có nhiều lực P_i đặt lệch tâm tại các điểm tương ứng $C_i(x_{Ci}, y_{Ci})$ thì giá trị của hợp lực P:

$P = \sum P_i$. đặt tại:

$$x_C = \frac{\sum P_i x_{C_i}}{\sum P_i}; \qquad y_C = \frac{\sum P_i y_{C_i}}{\sum P_i}.$$

Ứng suất pháp trên tiết diện sẽ là:

$$\sigma = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{J_x}y + \frac{M_y}{J_y}x = \frac{P}{F} + \frac{Py_C}{J_x}y + \frac{Px_C}{J_x}x \qquad (10.15).$$

Bài toán kéo (nén) lệch tâm có thể tính theo trường hợp kéo (nén) và uốn đồng thời và ngược lại với lưu ý: $M_x = P.x_c; \quad M_y = P.y_c$.

Định luật tác dụng tương hổ: Ứng suất pháp tại một điểm A do lực P đặt tại điểm **C** gây ra đúng bằng ứng suất pháp tại điểm **C** do lực P đặt tại A gây ra.

Ứng suất pháp tại trọng tâm tiết diện do lực đặt lệch tâm P gây ra không phụ thuộc vào điểm đặt lực và luôn bằng P/F.

Đường trung hòa: từ (10.15) cho $\sigma = 0$ suy ra:

$$\frac{P}{F}\left(1 + \frac{y_C.y}{\frac{J_x}{F}} + \frac{x_C.x}{\frac{J_y}{F}}\right) = 0 \qquad (10.16).$$

Nếu đặt: $a = -\frac{J_y}{Fx_C}; \; b = -\frac{J_x}{Fy_C}$. thì phương trình đường trung hòa có dạng:

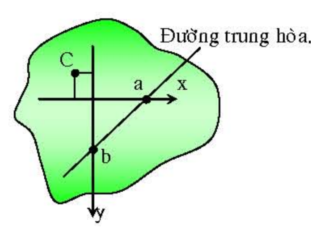
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \qquad (10.17).$$

Đường trung hòa không phụ thuộc vào giá trị của tải trọng, chỉ phụ thuộc vào vị trí của điểm đặt của tải trọng. Đường trung hòa và điểm đặt lực luôn nằm trong góc phần tư đối đỉnh. (hình 10.11).

Điểm đặt lực nằm trên trục x thì đường trung hòa song song với trục y và ngược lại.

Khi điểm đặt lực di chuyển theo một đường thẳng thì đường trung hòa sẽ xoay quanh một điểm cố định trên tiết diện.

Lõi tiết diện: là một miền kín bao quanh trọng tâm tiết diện, nếu lực lệch tâm đặt trong miền này thì đường trung hòa sẽ nằm ngoài tiết diện, nếu lực nằm trên chu vi của miền thì đường trung hòa tiếp xúc với chu vi của tiết diện.



Hình 10.11: Vị trí của đường trung hòa và điểm đặt lực C.

Với một thanh chịu kéo hay nén lệch tâm, việc xác định lõi tiết diện có ý nghĩa thực tiễn. Trong thực tế có nhiều loại vật liệu chỉ chịu nén tốt như gạch, đá, gang, bê tông các vật liệu không phải thép..., nếu chúng chịu nén lệch tâm mà lực nén đặt ngoài lõi tiết diện, ứng suất kéo phát sinh có thể lớn hơn khả năng chịu kéo của chúng, khi đó vật liệu sẽ bị phá hoại, để tận dụng tốt khả năng chịu lực của vật liệu cần thiết kế đặt lực nén trong lõi tiết diện.

Có thể xác định lõi tiết diện theo cách sau:

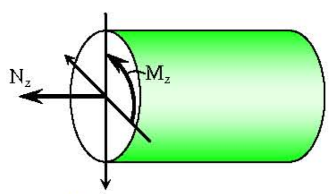
Giả sử đường trung hòa tiếp xúc một cạnh tiết diện, từ (10.16) ta viết được phương trình đường trung hòa, rồi từ (10.17) ta suy ra tọa độ điểm đặt lực C tương ứng với vị trí đường trung hòa. Áp dụng cách tương tự đối với tất cả các cạnh còn lại, nối vị trí các điểm đặt lực, ta được lõi tiết diện. Dù tiết diện là đa giác lõm thì lõi tiết diện luôn là một đa giác lồi.

3. Xoắn cộng kéo (nén) - xoắn và kéo (nén) đồng thời.

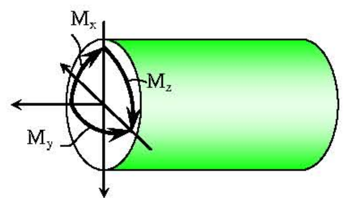
khi trên tiết diện mặt cắt ngang tồn tại lực dọc N_z và mômen xoắn M_z như trên hình 10.12.

Với tiết diện hình tròn các ứng suất được tính theo công thức:

$$\sigma = \frac{N_z}{F} = const; \qquad \tau = \frac{M_z}{J_\rho}\rho \qquad (10.18).$$



Hình 10.12: Ứng lực trên tiết diện khi thanh chịu kéo (nén) và xoắn đồng thời.



Hình 10.13: Ứng lực trên tiết diện khi thanh chịu uốn và xoắn đồng thời.

4. Xoắn cộng uốn - xoắn và uốn đồng thời.

khi trên tiết diện mặt cắt ngang tồn tại các mômen uốn M_x, M_y và mômen xoắn M_z như trên hình 10.13.

Với tiết diện hình tròn, $\tau_{max} = \frac{M_z}{W_\rho} = \frac{M_z}{2W_x}$ đạt được trên chu vi và $\sigma_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{M_u}{W_x}$ như vậy,

thanh ở trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt, điều kiện bền được viết theo các thuyết bền:

Theo thuyết bền ứng suất tiếp: $\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}}{W_x} \le [\sigma]$.

Theo thuyết bền thế năng: $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + \frac{3}{4}M_z^2}}{W_x} \le [\sigma]$.

Với tiết diện hình chữ nhật, ứng suất tiếp đạt cực trị: $\tau_{max} = \frac{M_z}{W_{xo}}$ tại trung điểm cạnh dài

(chẳng hạn cạnh song song trục x), giá trị ứng suất pháp tại đây: $\sigma = \frac{M_x}{W_x}$.

Tại trung điểm cạnh ngắn: $\tau_1 = \gamma\tau_{max} = \gamma\frac{M_z}{W_{xo}}$, ứng suất pháp: $\sigma_1 = \frac{M_y}{W_y}$.

Điều kiện bền tại các điểm trên được viết theo các thuyết bền. Bên cạnh còn thỏa điều kiện bền theo ứng suất pháp tại các góc của tiết diện như khi thanh chịu uốn xiên:

$$\left|\sigma_{\substack{max\\min}}\right| = \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{W_y} \le [\sigma].$$

Ví dụ 10.1.

Dầm côngxôn AC như hình 10.14a. Lực 2P nằm trong mặt phẳng xy và hợp với phương y một góc 30^0. Biết: $[\sigma] = 12\dfrac{KN}{cm^2}$; $h = 1,5b = 15cm$; $a = 1,5m$.

a) Vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh.

b) Khảo sát ứng suất pháp tại mặt cắt nguy hiểm, Chỉ ra điểm có σ_{max} trên mặt cắt.

c) Xác định tải trọng cho phép $[P]$ theo điều kiện bền về ứng suất pháp.

Giải.

a) Vẽ các biểu đồ nội lực.

Các biểu đồ hình 10.14c,d,f,g.

b) Khảo sát đường trung hòa.

Mặt cắt nguy hiểm tại ngàm A.

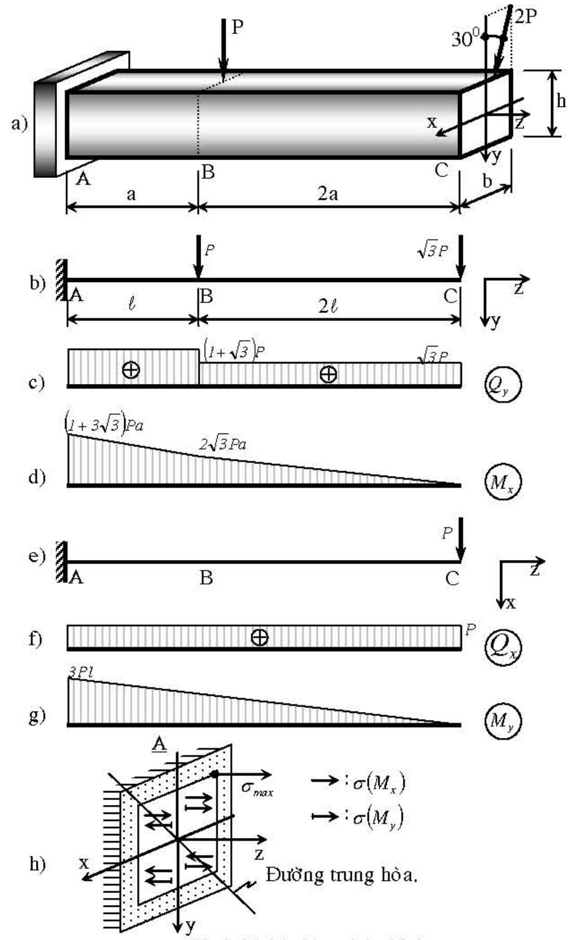
Phương trình đường trung hòa:

$$\frac{M_x^A}{J_x}y + \frac{M_y^A}{J_y}x = 0 .$$

$$\Rightarrow -\frac{\left(1+3\sqrt{3}\right)Pa.12}{bh^3}y - \frac{3Pa.12}{hb^3}x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\left(1+3\sqrt{3}\right)}{h^2}y + \frac{3}{b^2}x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\left(1+3\sqrt{3}\right)}{225}y + \frac{3}{100}x = 0 \Rightarrow 275,38y + 300x = 0$$



Hình 10.14. Cho ví dụ 10.1.

.

Đồ thị đường trung hòa và phân tích ứng suất tại mặt cắt qua A (hình 10.1h).

c) Xác định $[P]$ theo điều kiện bền.

$$\sigma_{max} = \frac{\left(1+3\sqrt{3}\right)Pl.6}{bh^2} + \frac{3Pl.6}{hb^2} = \frac{6Pl}{b^3}\left(\frac{1+3\sqrt{3}}{1,5^2} + \frac{3}{1,5}\right) = \frac{6Pl}{b^3}\left(\frac{5,5+3\sqrt{3}}{1,5^2}\right) \le [\sigma]$$

$$\Rightarrow P \le \frac{1,5^2 b^3[\sigma]}{6\left(5,5+3\sqrt{3}\right)l} = \frac{1,5^2 10^3 12}{6\left(5,5+3\sqrt{3}\right)150}KN \approx 2,8047KN$$. Chọn $P = 2,8KN$.

Ví dụ 10.2.

Dầm AD chịu liên kết gối trong cả hai mặt phẳng yz và xz. Dầm có môđun đàn hồi E, vị trí chịu liên kết và kích thước như trên hình 10.15a. Tiết diện cắt ngang của dầm là hình chữ nhật $b \times 2b$. Lực tập trung P vuông góc với trục z và hợp với phương y một góc 45^0. Mômen tập trung M nằm trong mặt phẳng xz. Lực phân bố q nằm trong mặt phẳng yz.

Biết: $[\sigma] = 10\dfrac{KN}{cm^2}$; $q = 120\dfrac{KN}{m}$; $a = 0,5m$.

a) Xác định phản lực trong các mặt phẳng yz và xz. Vẽ các biểu đồ nội lực hiện trong dầm theo q, a.

Trong các câu b), c) khi tính, bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt.

b) Xác định b - kích thước mặt cắt ngang của dầm theo điều kiện bền.

Giải.

a) Tính phản lực và vẽ biểu đồ nội lực.

- Xét trong mặt phẳng yz: (Hình 10.15b)

$\sum m_B = -P_y.a + q.2a.3a - Y_D.4a = 0$

$\Rightarrow Y_D = \frac{5}{4}qa.$

$\sum m_D = -P_y.5a - q.2a.a + Y_B.4a = 0$

$\Rightarrow Y_B = \frac{7}{4}qa.$

Biểu đồ trên hình 10.15c,d.

- Xét trong mặt phẳng xz: (Hình 10.15e)

$\sum m_B = M - P_x.a - X_D.4a = 0$

$\Rightarrow X_D = 0.$

$\sum m_D = M - P_x.5a + X_B.4a = 0$

$\Rightarrow X_B = qa.$

Biểu đồ trên hình 10.15f,g.

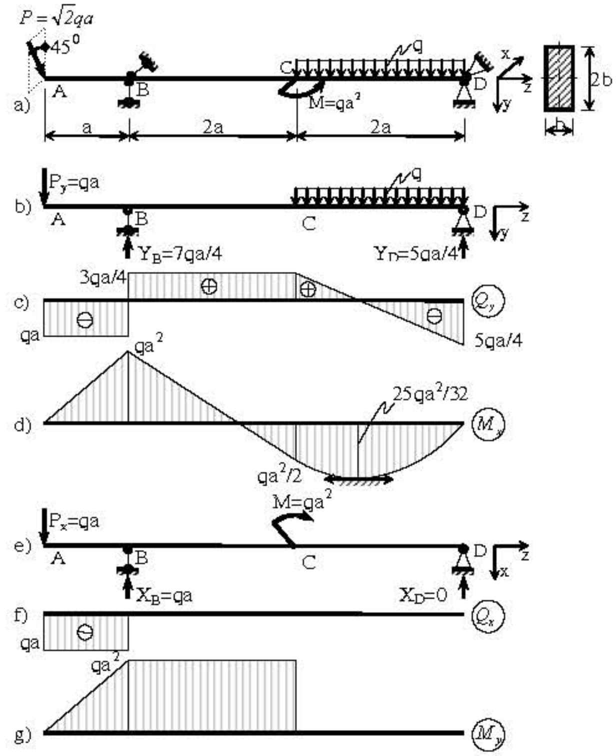
b) Xác định b theo điều kiện bền.

$$\sigma_{max} = \frac{M_{x,max}}{W_x} + \frac{M_{y,max}}{W_y} =$$

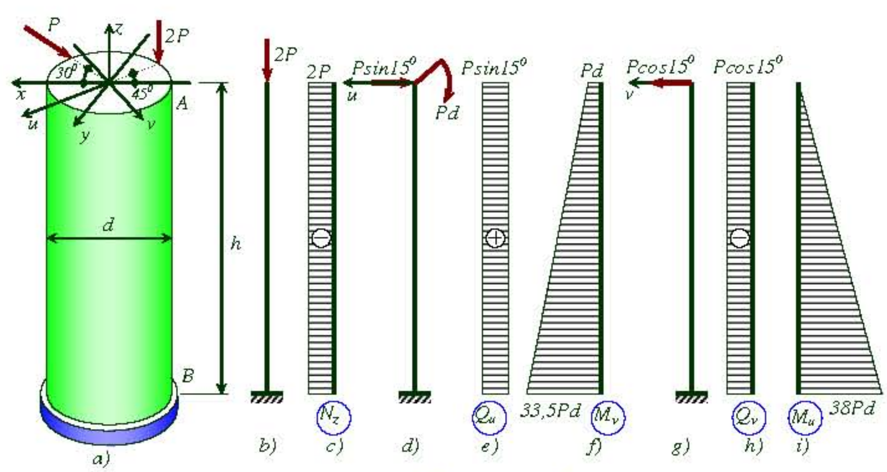
$$= qa^2.\frac{6}{b(2b)^2} + qa^2.\frac{6}{2b(b)^2}$$

$$= \frac{9}{2}\frac{qa^2}{b^3} \le [\sigma]$$

$b \ge \sqrt[3]{\frac{9}{2}\frac{qa^2}{[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{9}{2}\frac{1,2.50^2}{10}}cm \approx 11,05cm$. Chọn $b = 11,1cm$.



Hình 10.15. Cho ví dụ 10.2.



Hình 10.16. Cho ví du 10.3.

Ví dụ 10.3.

Cột liên kết, chịu lực như hình 10.16a. Biết: $[\sigma] = 12\frac{KN}{cm^2}$; $h = 50d = 5m$; lực P nằm trong mặt phẳng (xy).

a) Vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.

b) Khảo sát ứng suất pháp tại mặt cắt nguy hiểm.

c) Xác định tải trọng cho phép $[P]$ tác dụng lên cột để cột thõa mãn điều kiện bền theo ứng suất pháp.

Giải.

a) Vẽ biểu đồ nội lực.

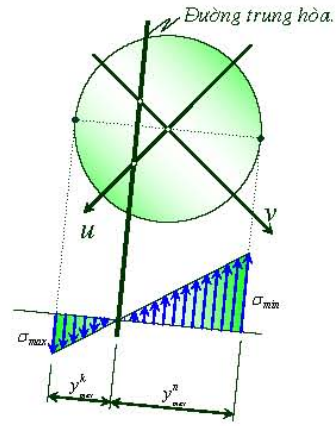
Phân lực P thành các thành phần theo trục u và trục v, khảo sát cột trong hệ trục uv. Biểu đồ lực dọc, lực cắt, moment uốn trên các hình 10.16c, e, f, h, i.

b) Khảo sát ứng suất tại mặt cắt nguy hiểm.

Mặt cắt nguy hiểm tại B. Phương trình đường trung hòa:

$$-2P\frac{4}{\pi d^2}+\frac{33,5Pd}{0,05d^4}u-\frac{38Pd}{0,05d^4}v=0 \Rightarrow 33,5u-38v=0,13d .$$

Đường trung hòa và biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt nguy hiểm qua B như trên hình 10.17.



Hình 10.17. Biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt nguy hiểm qua B.

c) Xác định tải trong cho phép theo ứng suất pháp.

Điều kiện bền theo ứng suất pháp đối với vật liệu dẻo:

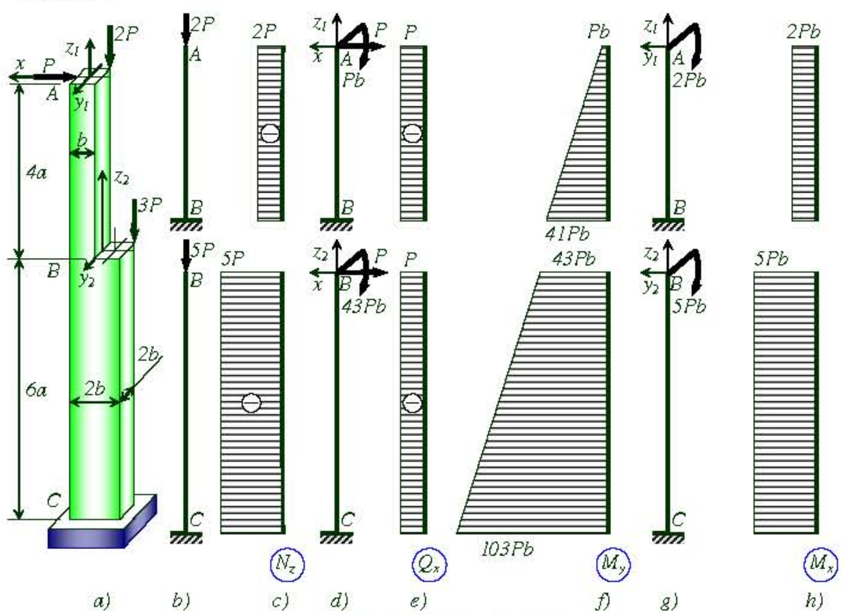
$$|\sigma|_{max} \le [\sigma].$$

Ta có:

$$|\sigma|_{max} = 2P\frac{4}{\pi d^2}+\frac{\sqrt{33,5^2+38^2}\,Pd}{0,1d^3} \approx 509,13\frac{P}{d^2}.$$ Suy ra:

$$509,13\frac{P}{d^2} \le [\sigma] \Rightarrow P \le \frac{d^2[\sigma]}{509,13}=\frac{10^2.12}{509,13}KN \approx 2,357KN .$$

Chọn $[P]=2,3KN$.



Hình 10.18. Cho ví dụ 10.4.

Ví dụ 10.4.

Cột liên kết, chịu lực như hình 10.18a. Biết: $[\sigma]=10\dfrac{KN}{cm^2}$; $a=10b=1m$.

a) Vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.

b) Khảo sát ứng suất pháp tại mặt cắt nguy hiểm.

c) Xác định tải trọng cho phép $[P]$ tác dụng lên cột để cột thõa mãn điều kiện bền theo ứng suất pháp.

Giải.

a) Vẽ các biểu đồ nội lực phát sinh trong cột.

Khảo sát riêng trong hai đoạn AB và BC. Lực $2P$ dời về trùng với trục z_1 khi khảo sát đoạn AB và trùng với trục z_2 khi khảo sát đoạn BC. Lực P dời về B, lực $3P$ dời về trùng với trục z_2 khi khảo sát đoạn BC. Kết quả là nhận được các sơ đồ tính tương ứng với các trường hợp tải như trên các hình 10.18b, d, g. Trong các sơ đồ tính này chính là trường hợp chịu lực cơ bản đã khảo sát trong chương 3 và 7. Biểu đồ nội lực được vẽ trên các hình 10.18c, e, f, h.

b) Khảo sát ứng suất pháp tại mặt cắt nguy hiểm.

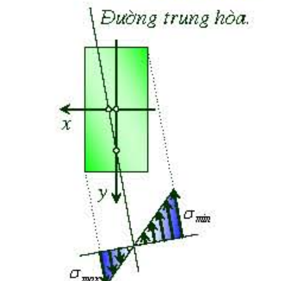
$$|\sigma|_{max}^{AB}=\frac{2P}{2b^2}+\frac{41Pb.6}{2b.b^2}+\frac{2Pb.6}{b(2b)^2}=127\frac{P}{b^2}.$$

$$|\sigma|_{max}^{BC}=\frac{5P}{4b^2}+\frac{103Pb.6}{2b(2b)^2}+\frac{5Pb.6}{2b(2b)^2}=\frac{329}{4}\frac{P}{b^2}=82{,}25\frac{P}{b^2}.$$

Do đó, mặt cắt nguy hiểm tại B ngay tại tiết diện nhỏ.

Phương trình đường trung hòa tại mặt cắt qua B:

$$-\frac{2P}{2b^2}+\frac{41Pb.12}{2b.b^3}x+\frac{2Pb.2}{b(2b)^3}y=0\Rightarrow 3y+246x-b=0.$$



Hình 10.19. Khảo sát ứng suất pháp tại mặt cắt qua B.

Biểu đồ phân bố của ứng suất pháp như trên hình 10.19.

$$\sigma_{max}=-\frac{2P}{2b^2}+\frac{41Pb.6}{2b.b^2}+\frac{2Pb.6}{b(2b)^2}=125\frac{P}{b^2}.\quad \sigma_{min}=-\frac{2P}{2b^2}-\frac{41Pb.6}{2b.b^2}-\frac{2Pb.6}{b(2b)^2}=-127\frac{P}{b^2}.$$

c) Xác định tải trọng cho phép để cột thõa bền theo ứng suất pháp.

$$|\sigma|_{max}=127\frac{P}{b^2}\le[\sigma]\Rightarrow P\le\frac{b^2[\sigma]}{127}=\frac{10^2.10}{127}KN\approx 7{,}874KN.$$ Chọn $[P]=7{,}8KN$.

Ví dụ 10.5.

Trục AK có mặt cắt ngang hình tròn đường kính d, được đỡ trên hai ổ lăn tại A và K (Bỏ qua ma sát tại các ổ lăn này). Các tải trọng tác dụng lên trục và kích thước như trên hình 10.20a.

Biết: $M=50KN.m$; $P=3KN$; $[\sigma]=12\frac{KN}{cm^2}$; $a=20\,cm$.

a) Xác định phản lực tại các ổ lăn A, K và vẽ các biểu đồ nội lực xuất hiện trong trục.

b) Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt, xác định đường kính d của trục theo thuyết bền thứ ba (thuyết bền ứng suất tiếp).

Giải.

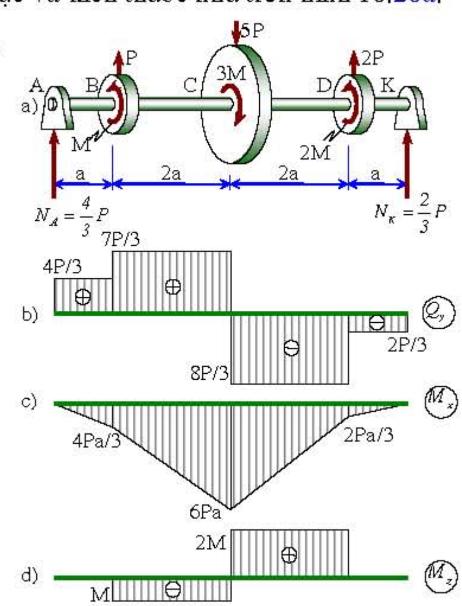
a) Xác định phản lực, vẽ biểu đồ nội lực.

$$\Sigma m_A=-P.a+5P.3a-2P.5a-N_K.6a=0\Rightarrow N_K=\frac{2}{3}P.$$

$$\Sigma m_K=P.5a-5P.3a+2P.a+N_A.6a=0\Rightarrow N_A=\frac{4}{3}P.$$

Biểu đồ nội lực trên hình 10.20b,c,d.

b) Xác định d theo điều kiện bền.



Hình 10.20. Cho ví dụ 10.5.

$$\sigma_{max} = \sigma_{max}^C = \frac{M_x^C}{W_x} = \frac{6Pa}{0,1d^3} = 60\frac{Pa}{d^3}.$$

$$\tau_{max} = \tau_{max}^C = \frac{M_z^C}{W_\rho} = \frac{2M}{0,2d^3} = 10\frac{M}{d^3}.$$

Điều kiện bền theo thuyết bền thứ ba:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 4\tau_{max}^2} = \sqrt{\left(60\frac{Pa}{d^3}\right)^2 + 4\left(10\frac{M}{d^3}\right)^2} \le [\sigma].$$

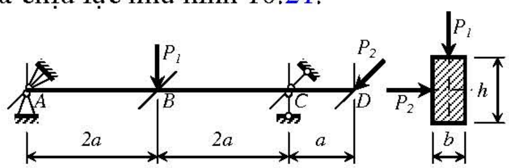
$$\Rightarrow d \ge \sqrt[3]{\frac{\sqrt{(60Pa)^2 + 4(10M)^2}}{[\sigma]}}.$$

Thay số: $d \ge \sqrt[3]{\frac{\sqrt{(60.3.20)^2 + 4(10.50)^2}}{12}} cm \approx 7,78cm.$

Chọn: $d = 7,8cm$.

BÀI TẬP CHƯƠNG 10

10.1. Dầm AD liên kết và chịu lực như hình 10.21.

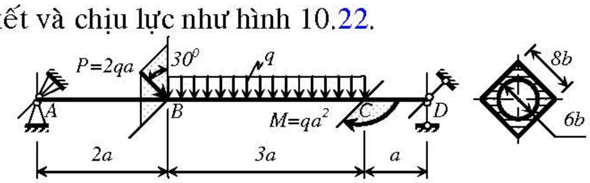


Hình 10.21.

Biết: $[\sigma] = 10KN/cm^2$; $a = 0,5m$; $h = 2b = 12cm$; $P_1 = 3P_2$. Vẽ biểu đồ lực cắt và Mômen uốn phát sinh trong dầm.

Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt, hãy xác định tải trọng cho phép P_1 và P_2 để dầm thỏa mãn điều kiện bền.

10.2. Dầm AD liên kết và chịu lực như hình 10.22.



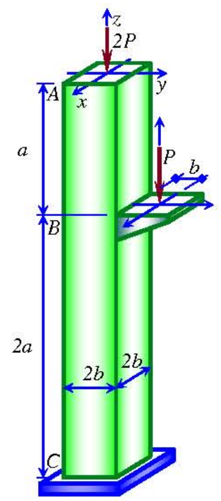
Hình 10.22.

Biết: $[\sigma] = 15KN/cm^2$; $a = 0,4m$; $q = 160KN/cm$.

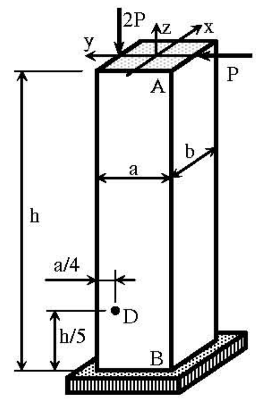
Vẽ biểu đồ lực cắt và Mômen uốn phát sinh trong dầm.

Xác định kích thước b của mặt cắt ngang để dầm thỏa bền theo ứng suất pháp.

10.3. Cột AC mặt cắt ngang là hình vuông kích thước $2b \times 2b$, bị ngàm chặt tại C, có ứng suất cho phép $[\sigma]$. Tại A cột chịu một lực tập trung $2P$ trùng với trục của cột, Tại B tác dụng lực P cách mép bên phải của cột một đoạn b (hình 10.23). Hãy vẽ các biểu đồ nội lực xuất hiện trong cột theo P, b. Thiết lập phương trình của đường trung hòa tại các mặt cắt nguy hiểm. Cho biết: $[\sigma] = 10KN/cm^2$; $P = 180KN$. Hãy xác định kích thước b theo điều kiện bền.



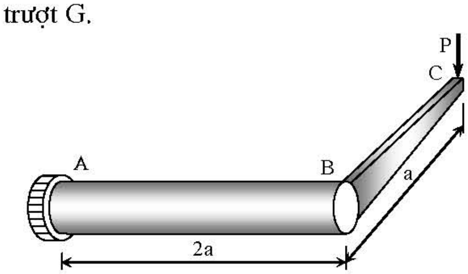
Hình 10.23.



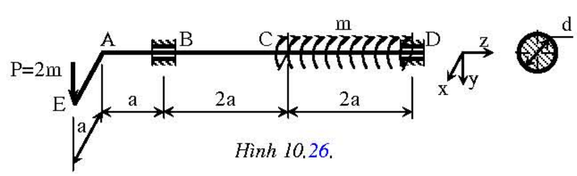
Hình 10.24.

10.4. Cột có mặt cắt ngang chữ nhật kích thước $a \times b$, liên kết và chịu lực như trên hình 10.24. Tại điểm D ở mặt ngoài của cột, cách chân cột và cạnh của cột các đoạn $h/5$ và $a/4$ người ta đo được biến dạng tỷ đối theo phương dọc trục là $\varepsilon_D = -1.10^{-4}$. Biết: $E = 2.10^4 KN/cm^2$; $[\sigma] = 11KN/cm^2$; $h = 16a = 20b = 4m$. Vẽ biểu đồ nội lực xuất hiện trong cột theo P, b. Xác định ứng suất kéo và nén lớn nhất trong cột theo P, b. Xác định đường trung hòa tại mặt cắt nguy hiểm. Xác định trị số của lực P và kiểm tra bền cho cột.

10.5. Trục AB có đường kính d bị ngàm chặt tại A. Tại B được hàn vào thanh BC cứng tuyệt đối. Tải trọng và kích thước như trên hình 10.25. Trục AB có môđun đàn hồi E và mô đun đàn hồi trượt G.



Hình 10.25.



Hình 10.26.

Vẽ các biểu đồ nội lực xuất hiện trong trục AB. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt, xác định ứng suất lớn nhất xuất hiện trong trục AB theo thuyết bền ứng suất tiếp cực đại. (tính theo P, a, d). Tính chuyển vị thẳng đứng tại điểm C theo P, a, d, E. Cho $E = 2{,}5G$.

10.6. Trục AD có mặt cắt ngang hình tròn đường kính d được đỡ trên hai ổ trượt tại B và D, bỏ qua ma sát giữa trục và các ổ trượt. Tại đầu A của trục được hàn vào thanh AE, xem thanh AE này cứng tuyệt đối, nằm trong mặt phẳng ngang và vuông góc với trục. Các tải trọng tác dụng lên kết cấu và kích thước như trên hình 10.26.

Biết: $[\sigma] = 12KN/cm^2$; $m = 150KN.cm/cm$; $a = 0{,}3m$.

Xác định phản lực tại các gối B, D và vẽ các biểu đồ nội lực xuất hiện trong trục. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt, Xác định đường kính d của trục theo thuyết bền thứ tư (Thuyết bền thế năng biến dạng đàn hồi hình dáng).

TÀI LIỆU THAM KHẢO.

[1] Nguyễn Y Tô, SỨC BỀN VẬT LIỆU, NXB Khoa học & kỹ thuật, 1996.
[2] Lê Quang Minh-Nguyễn Văn Vượng, SỨC BỀN VẬT LIỆU, NXB Giáo dục, 1993.
[3] Bùi Trọng Lựu-Nguyễn Văn Vượng, BÀI TẬP SỨC BỀN VẬT LIỆU, NXB Giáo dục, Tái bản, 2003.
[4] Lê Ngọc Hồng, SỨC BỀN VẬT LIỆU, NXB Khoa học & Kỹ thuật, 2000.
[5] Đặng Viết Cương, CƠ ỨNG DỤNG TRONG KỸ THUẬT, NXB Khoa học & Kỹ thuật, 2005.
[6] Lê hoàng Tuấn-Bùi Công Thành, SỨC BỀN VẬT LIỆU, Trường Đại Học Bách Khoa TP. Hồ Chí Minh.
[7] X. M. Targ, GIÁO TRÌNH GIẢN YẾU CƠ HỌC LÝ THUYẾT, NXB Đại học & trung học chuyên nghiệp.
[8] Nguyễn Văn Liên và các tác giả, SỨC BỀN VẬT LIỆU, NXB Xây Dựng, 1999.
[9] Nguyễn Xuân Lựu và các tác giả, BÀI TẬP SỨC BỀN VẬT LIỆU, NXB Giao thông vận tải, 2000.
[10] Ngô Kiều Nhi-Trương Tích Thiện, CƠ ỨNG DỤNG, Trường Đại học bách khoa TP.HCM, 1998.
[11] Bassin & Brodsky, STATICS AND STRENGTH OF MATERIALS, McGRAW-HILL BOOK COMPANY, Inc, 1960.
[12] Dally & Riley, EXPERIMENTAL STRESS ANALYSIS, McGRAW-HILL, Inc, 1991.
[13] Nash, STRENGTH OF MATERIALS, McGRAW-HILL INTERNATIONAL EDITIONS, 1994.
[14] Timoshenko, STRENGTH OF MATERIALS, Van Nostrand Reinhold, 1958.
[15] Christine Ortiz, MECHANICS OF MATERIALS, http://web.mit.edu/cortiz/www.